MINESEC
Collége Moderne de la Bénoué
Département de Mathématiques

Année scolaire 2019/2020
Classe : T^{le}D-TI
Durée : 2 h 00 m Coef : 4

Épreuve de Mathématiques
Evaluation $n^0 1$ du trimestre 1

L'épreuve comporte quatre exercices, tous obligatoires. La qualité de la rédaction et la clarté des raisonnements seront prises en compte par le correcteur.

Exercice 1 — 2 points \ Raisonnement par récurrence

Démontrer par récurrence que:

1. Pour tout entier naturel n, $3 \times 5^{2n+1} + 2^{3n+1}$ est divisible par 17. **1 pt**

2. Pour tout entier naturel non nul n, $1 + 2 + 3 + ... + n = \dfrac{n(n+1)}{2}$. **1 pt**

Exercice 2 — 6 points \ Résolution des systèmes d'équations dans $\mathbb{R}^3$

1. Résoudre dans $\mathbb{R}^3$ le système suivant: $\begin{cases} 2x - y - 6z = 8 \\ -x + y + 3z = 2 \end{cases}$. **1 pt**

2. **a.** Résoudre dans $\mathbb{R}^3$ par la méthode du pivot de Gauss le système $\begin{cases} 8x + 3y + z = 314 \\ 5x + 2y + 2z = 225 \\ 12x + 5y + z = 478 \end{cases}$ **2pts**

   b. En déduire la résolution dans $\mathbb{R}^3$ du système $\begin{cases} 8\sqrt{x} + 3(y-2) + \mid z \mid = 314 \\ 5\sqrt{x} + 2(y-2) + 2 \mid z \mid = 225 \\ 12\sqrt{x} + 5(y-2) + \mid z \mid = 478 \end{cases}$ **1,5 pts**

   c. Dans un magazin spécialisé, Amed, Fotso et Fatimé ont achetés des articles de même variétés. Amed a acheté 12 rouleaux de papier peint, 5 kgs de peinture et 1 kg de ciment pour un montant total de 47 800 frs. Fotso a acheté 5 rouleaux de papier peint, 2 kgs de peinture et 2 kgs de ciment pour un montant total de 22 500 frs. Fatimé a acheté 8 rouleaux de papier peint, 3 kgs de peinture et 1 kg de ciment pour un montant total de 31 400 frs.
   Déterminer le prix d'un rouleau de papier peint, d'un kilogramme de peinture et d'un kilogramme de ciment. **1,5pts**

Exercice 3 — 6 points \ Opérations-formules d'Euler,de Moivre dans $\mathbb{C}$

1. Soit $z = \sqrt{2+\sqrt{3}} - i\sqrt{2-\sqrt{3}}$.

   a. Montrer que $z^2 = 2\sqrt{3} - 2i$, puis déterminer le module et un argument de z^2.$(0,75+0,25+0,5)$**pt**

   Ecrire z^2. sous la forme trigonométrique. **0,5 pt**

   b. En déduire le module et un argument de z. **1 pt**

   c. Déterminer les valeurs exactes de $\cos\dfrac{\pi}{12}$ et $\sin\dfrac{\pi}{12}$. **1 pt**

2. Pour tout nombre réel x, linéariser $\cos^3 x \sin^2 x$. **1 pt**

t.me/KamerHighSchool

Examinateurs: M. Woungué, M. Ferdinand Makaïni, ©2019-2020

3. Pour tout nombre réel x, écrire $\cos 5x$ en fonction de $\cos x$ et $\sin x$. **1 pt**

Exercice 4 — 6 points \ Nombres complexes et résolution d'équations

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé $(O; \overrightarrow{e_1}; \overrightarrow{e_2})$. L'unité de longueur est le centimètre.
On considère les ploynômes p et q suivants definis par:
$p(z) = z^3 + (1-2i)z^2 + (1-2i)z - 2i$ et $q(z) = z^3 - 8 + 8i$.

1. **a.** Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $q(z) = 0$. . **1,5 pt**
   (Donner les solutions sous leurs formes algébriques respectives)

   b. Représenter les points d'affixes, les nombres complexes solutions de l'équation $q(z) = 0$. Quelle est la nature exacte du polygone formé par ces points? **1,5 pt**

2. **a.** Montrer que $p(z)$ possède une racine imaginaire pure que l'on précisera. **1 pt**

   b. Déterminer le polynôme du second degré h tel que: $p(z) = (z-2i)h(z)$. **1 pt**

3. Resoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $p(z) = 0$. **1 pt**

E M B

"C'est n'est pas le plus fort de l'espèce qui survit, ni le plus intélligent, mais le plus apte au changement."Charles Darwin
Travaillez, travaillez, travaillez encore et travaillez par vous même.