MINESEC **Année scolaire 2019/2020**
Collège Moderne de la Bénoué **Examen Blanc 2**
Département de Mathématiques Classe: $P^{ère}C$ **Durée : 3 heures Coef : 6**

Épreuve de Mathématiques

EVALUATION DES RESSOURCES: 15,5 points

"Cette partie comporte quatre exercices tous obligatoires"

EXERCICE 1 4,25 points

Soit E un plan vectoriel sur $\mathbb{R}$ rapporté à une base $B = (\vec{i}, \vec{j})$. Soit f l'endomorphisme de E définie pour tout $\vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j}$ par $f(\vec{u}) = (-7x - 12y)\vec{i} + (4x + 7y)\vec{j}$.

1. Déterminer $f(\vec{i})$ et $f(\vec{j})$, puis écrire la matrice de f dans la base $(\vec{i}, \vec{j})$. **0.75 pt**

2. **a)** Déterminer la matrice de l'endomorphisme $g = fof$. **0.5 pt**

b) En déduire que $g(\vec{i}) = \vec{i}$ et $g(\vec{j}) = \vec{j}$. Calculer $fof(\vec{u})$. **1 pt**

3. Soit $E_1 = \{\vec{u} \in E / f(\vec{u}) = \vec{u}\}$ et $E_2 = \{\vec{u} \in E / f(\vec{u}) = -\vec{u}\}$

a) Montrer que E_1 et E_2 sont des droites vectorielles dont on précisera une base $\vec{e_1}$ et $\vec{e_2}$ respectivement. **1 pt**

b) Montrer que $(\vec{e_1}, \vec{e_2})$ est une base de E. Déterminer la matrice de f dans cette base. **1 pt**

EXERCICE 2 : 5,5 points

On considère la fonction numérique f définie sur $D_f =]-\infty; 2[\cup]2; +\infty[$ par $f(x) = \dfrac{x^2 - 3x + 6}{2 - x}$. (C_f) désigne la courbe représentative de f dans le plan muni d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1) **a)** Calculer les limites aux bornes de l'ensemble de définition de f. **1 pt**

b) En déduire que C_f admet une asymptote verticale (D_1) dont on précisera une équation. **0.25 pt**

2) **a)** Déterminer les réels a, b et c tels que $f(x) = ax + b + \dfrac{c}{2 - x}$. **0.75 pt**

b) En déduire une équation de l'asymptote oblique (D_2) à C_f en $-\infty$ et en $+\infty$. **0.25 pt**

c) Etudier la position relative de $(\mathcal{C}_f)$ et (D_2). **0.25 pt**

3) **a)** Calculer $f'(x)$ et donner le sens de variation de f. **1 pt**

d) Dresser le tableau de variation de f. **0.5 pt**

4) Existe t-il un point de C_f où la tangente est paralléle à l'asymptote oblique? **0.5 pt**

5) Tracer $(\mathcal{C}_f)$ et ses asymptotes. **1 pt**

EXERCICE 3 : 2,5 points

ABC est un triangle quelconque, on pose $AB = a$, $AC = b$ et $BC = c$. L'unité de longueur est le cm.

1) Les nombres entiers naturels a, b et c vérifient le système (S) $\begin{cases} a + b + c = 10 \\ a + b - c = 4 \\ a^2 + b^2 + c^2 = 34 \end{cases}$

a) Déterminer les entiers naturels a, b et c tels que $a < b$. **1 pt**

b) En déduire la nature exacte du triangle ABC. **0.25 pt**

2) Déterminer et construire l'ensemble (Γ) des points M du plan tels que $MA^2 - MB^2 = a^2$. **0.75 pt**

3) Soit α, β et γ les mesures des angles de ce triangle. Démontrer que $\cos(\dfrac{\alpha + \beta}{2}) = \sin\dfrac{\gamma}{2}$. **0.5 pt**

EXERCICE 4 : 3,25 points

I/ $ABCD$ est un carré direct dont les diagonales se coupent en I. On désigne par J le milieu du segment $[BC]$, r la rotation de centre I et d'angle $\frac{\pi}{2}$, t la translation de vecteur $\overrightarrow{BC}$.

1) **a)** Déterminer la droite (D) telle que $t = S_{(IJ)} o S_{(D)}$. **0,5 pt**

b) Déterminer la droite (D') telle que $r = S_{(D')} o S_{(IJ)}$. **0,5 pt**

2) En déduire la nature de la transformation du plan $f = rot$. **0,5 pt**

II/ Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$. Soit (Δ) la droite d'équation $x - 2y + 1 = 0$ et $\vec{u} = 2\vec{i} - \vec{j}$.

1) Déterminer l'expression analytique de $t_{\vec{u}}$. **0,25 pt**

2) On désigne par h, l'homothétie de centre $A(1, 2)$ et de rapport 2.
Déterminer son expression analytique. **0,5 pt**

3) Déterminer l'expression analytique de l'application $g = hot$. **0,5 pt**

4) Déterminer l'équation cartésienne de la droite (Δ'), image de (Δ) par g. **0,5 pt**

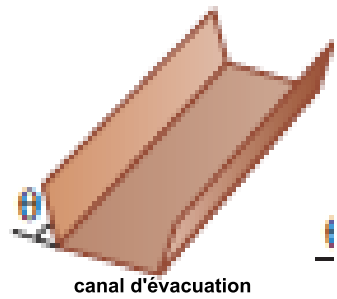
EVALUATION DES COMPETENCES: 4,5 points

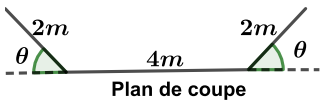
"Résoudre des situations de vie où interviennent les problèmes d'optimisation et les équations trigonométriques "

Un festival est organisé dans la ville de Garoua et occupe une surface rectangulaire de $28\,800\,m^2$. Cette surface dont le plan est donnée ci-dessous devra être clôturé sur les trois côtés non adjacents à la route, servant d'entrée.

Un spectacle est organisée au sein du festival et le prix x d'un billet de participation varie entre $500\,FCFA$ et $3\,000\,FCFA$. Pour un nombre y de personnes, on a la relation $y = 50 + \frac{722500}{x^2}$ et $R(x)$, la recette du spectacle.

Pour les besoin d'hygéne, on construis un canal d'évacuation de déchets en bêton. Une coupe transversale de ce canal doit avoir la forme d'un trapèze isocèle dont la petite base, constituant le fond du canal sera de $4\,m$ et les côtés isocèle de $2\,m$.







Tâche 1: Déterminer les dimensions x et y de la surface occupée par le festival pour que la longeur de la clôture soit maximale. **1.5 pt**

Tâche 2: Déterminer la recette maximale et la recette minimale du spactacle en indiquant le prix d'un billet. **1.5 pt**

Tâche 3: Déterminer l'angle $\theta \in [60°; 90°]$ pour que la capacité du canal soit maximale. **1.5 pt**

A méditer

"Celui qui néglige l'infiniment petit, n'aura jamais l'infiniment grand."
Travaillez, travaillez, travaillez encore et travaillez par vous même.