| COLLÈGE F-X. VOGT | | Année scolaire 2019-2020 |
|---|---|---|
| **Département de Mathématiques** | **MINI SESSSION** | **Date : Du 04 au 05 Février 2020** |

**EPREUVE DE MATHEMATIQUES**

Niveau : **1ère C** Durée : **03 heures** Coef: 6

## PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES (15,5 points)

### Exercice 1: (3 points)

A, B et C sont trois points non alignés du plan et E est le milieu du segment [AC]. Soit $x$ un réel de l'intervalle $\left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]$.

1) Pour quelles valeurs de $x$ le système $\{(A;cos^2x),(B;\ sin^2x),(C;\cos 2x)\}$ ne possède-t-il pas un barycentre ? ***(1pt)***

2) Lorsqu'il existe, ce barycentre est noté $G_x$.

a) Démontrer que pour tout $x \in I = \left]-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right[$, on a $\overrightarrow{EG_x} = \frac{1}{2}tan^2x\overrightarrow{CB}$ . ***(1pt)***

b) En déduire le lieu géométrique de $G_x$ lorsque $x$ décrit $I$. ***(1pt)***

### Exercice 2: (4 points)

A/ 1) Résoudre dans IN l'équation $A_n^2 - 3C_n^{n-2} + n = -20$. ***(1pt)***

2) Dans une entreprise, on dénombre 30 secrétaires : 20 parlent chinois, 18 parlent l'anglais et 12 parlent le chinois et l'anglais.

a) Déterminer le nombre de secrétaires qui parlent au moins l'une des deux langues. ***(0,5pt)***

b) Déterminer le nombre de secrétaires qui ne parlent aucune des deux langues. ***(0,5pt)***

3) Le bureau de la mutuelle des secrétaires de cette entreprise est constitué d'une présidente, d'une secrétaire générale, d'une trésorière et d'un censeur.

a) Déterminer le nombre de bureaux possibles. ***(0,5pt)***

b) Déterminer le nombre de bureaux ne contenant que les secrétaires qui parlent le chinois et l'anglais.***0,5pt***

B/ On introduit dans une urne des boules indiscernables au toucher et numérotées parmi lesquelles six boules portent le nombre 1, cinq boules portent le nombre $-1$ et quatre boules portent le nombre $\sqrt{3}$. On tire successivement et sans remise trois boules de cette urne. On désigne par $a$ le nombre porté par la première boule tirée, par $b$ le nombre porté par la deuxième boule tirée et par $c$ le nombre porté par la troisième boule tirée. On forme ainsi l'équation $(E)$: $acosx + bsinx = c$. De combien de manières peut-on former les équations qui admettent pour ensemble solution $\left\{0;\frac{\pi}{2}\right\}$ ? ***(1pt)***

### Exercice 3: (4,5 points)

Soit $a$ un nombre réel, on considère la fonction numérique $f$ de la variable réelle $x$ définie par :

$f(x) = \frac{x^2+ax-3}{x+3}$.

1) Calculer, suivant les valeurs de $a$, les limites de $f$ aux bornes de son ensemble de définition. ***(1,25pt)***

2) On prend $a \neq 2$. Le plan est rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$, $C_f$ est la courbe représentative de $f$ dans ce repère.

a) Peut-on prolonger par continuité $f$ en $-3$ ? ***(0,5pt)***

b) Démontrer que la droite $(D)$ d'équation $y = x + a - 3$ est une asymptote à $C_f$ en $-\infty$ et en $+\infty$. ***(1pt)***

c) Déterminer, suivant les valeurs de $a$, les positions relatives de $C_f$ et $(D)$. ***(0,5pt)***

d) Déterminer, par ses coordonnées, le point $I$ intersection des asymptotes de $C_f$. ***(0,25pt)***

3) Démontrer que le point $A(-3\ ;\ a-6)$ est le centre de symétrie de $C_f$. ***(1pt)***

t.me/KamerHighSchool

## Exercice 4: (4 points)

1) Calculer la limite en $x_0$ de la fonction $f$ définie par : ***(0,5pt x 4)***

a) $f(x) = \sqrt{1-x} - \sqrt{1-x}$ ; $x_0 = -\infty$

b) $f(x) = \frac{\sqrt{1+3x}-1}{x}$ ; $x_0 = 0$

c) $f(x) = \frac{2cosx-1}{\pi-3x}$ ; $x_0 = \frac{\pi}{3}$

d) $f(x) = x^2 - x\sqrt{x}$ ; $x_0 = +\infty$

2) Calculer les limites de la fonction $g$ définie par $g(x) = \frac{x^2-3x+2}{x(x-1)}$ aux bornes de son ensemble de définition. ***(2pts)***

## PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES ( 04,5 points)

***<u>Compétences à évaluer</u> : Résoudre une situation problème à l'aide du langage mathématique dans les situations de vie où interviennent les équations du 2nd degré, l'optimisation et la trigonométrie.***

**Situation :**

Le fleuriste Jonas voudrait construire un parterre de fleurs ayant la forme d'un secteur circulaire (***figure 2***). Pour cela son papa, M. Albert lui a donné un espace dans sa plantation. Jonas essaye de se souvenir de l'emplacement exact de la plantation de papa. Il sait qu'elle a la forme d'un carré et que :

- La plantation possède une entrée au milieu de chacun de ses cotés.
- Un arbre se trouve à 20 mètres de l'entrée Nord et à l'extérieur de la plantation.
- Cet arbre est visible d'un point que l'on atteint en faisant 14 mètres vers le sud à partir de la porte sud puis 1775 mètres vers l'ouest.***(figure 1).***

Pour l'espace, ayant la forme d'un secteur circulaire, que Jonas va occuper, son papa lui a remis 100 mètres de fil de fer pour l'entourer. Jonas, fin mathématicien, va choisir le rayon **r** pour que la surface de son parterre soit la plus grande possible.

A l'intérieur de son parterre, Jonas crée un espace (***triangle PQR***) pour y planter les tulipes. La longueur du fil (QIJ) est de $10\sqrt{2}$ mètres et on a $2sin\alpha sin\beta = 1$ ***(figure 3).***

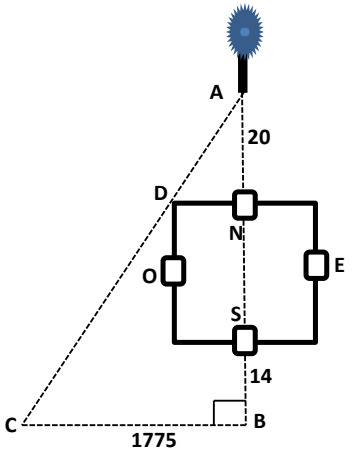



***Figure 1***

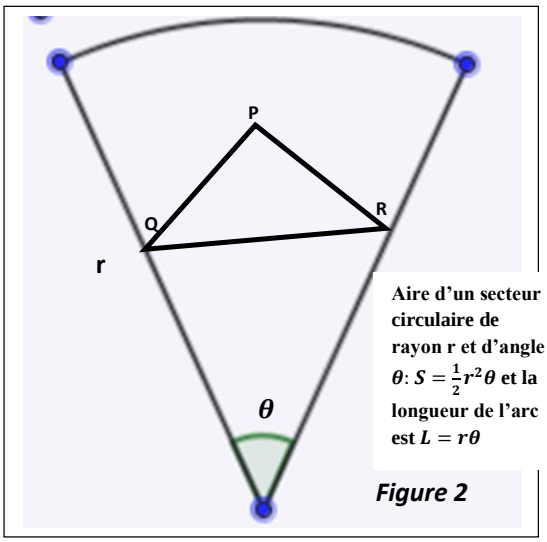
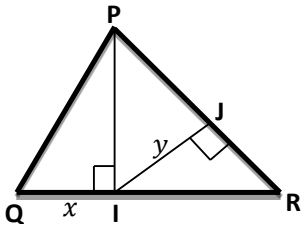



***Figure 2***




$PQ = IR = 10$ ; $QI = x$ ; $IJ = y$ ; $\widehat{QPI} = \alpha$ et $\widehat{IRJ} = \beta$.

***Figure 3***

**Tâche :**

**1-** Déterminer l'aire de la plantation de M. Albert. ***1,5pt***

**2-** Déterminer l'aire du parterre de fleur de Jonas. ***1,5pt***

**3-** Déterminer l'aire de la zone réservée à la culture des tulipes. ***1,5pt***

t.me/KamerHighSchool