COLLEGE BILINGUE LES ANGES		Année scolaire 2019/2020
Département de Mathématiques		Classe : 1ère C
Epreuve de Mathématiques		Période N°3/Trimestre 2
Durée : 2heures Coef : 6		Proposée par M. POUGA PONDI SYLVERE

Partie A : Evaluation des ressources/ 15,5points

Exercice 1 :5 ;5points

1. On considère l'expression $A(x) = 2cos^2x + \sqrt{3}sin2x$.

a) Démontrer que pour tout réel $A(x) = 4\cos(x) \times cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$. **0,5pt**

b) Résoudre sur $]-\pi;\pi]$, l'équation $A(x) = 0$ et placer ses solutions sur un cercle trigonométrique. **1,5pt**

c) Déduire sur $]-\pi;\pi]$,; les solutions de l'inéquation $2cos^2x + \sqrt{3}sin2x \leq 0$. **1pt**

2. Soient$A$ et B deux points du plan tels que $AB = 8cm$.

On nomme G le barycentre des points pondérés $(A, 2cos^2\alpha)$ et $\left(B, \sqrt{3}sin2\alpha\right)$ où α est un réel de l'intervalle $]-\pi;\pi]$.

a) Déterminer les valeurs de α pour lesquelles G n'existe pas. **0,5pt**

b) On suppose que $\alpha = \frac{\pi}{3}$ et on note (Γ) l'ensemble des points du plan tels que :

$MA^2 + MB^2 = 64$.

b-1) Ecrire G comme barycentre des points A et B, construire le point$G$, puis calculer les distances GA et GB . **1pt**

b-2) Montrer que pour tout point du plan, on a : $MA^2 + MB^2 = 4MG^2 + 48$. **0,5pt**

b-3) Déterminer et construire l'ensemble (Γ). **0,5pt**

Exercice 2 :5,5points

I- Dans un repère orthonormal, (C) est le cercle d'équation : $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0$.

T est le point de coordonnées $(3,4)$.

1.a) Déterminer les coordonnées du centre Ω du cercle (C) et son rayon. **0,5pt**

b) Tracer le cercle (C) et placer le point T sur la figure. **0,25pt×2**

2. On mène du point T, les deux tangentes au cercle (C) et on note A_1, et A_2 les points de contact de ces tangentes avec (C).

a) Démontrer que A_1, et A_2 appartiennent au cercle (C') de diamètre $[\Omega T]$. **0,5pt×2**

b) Donner une équation du cercle (C'). **0,5pt**

c) Déterminer les coordonnées de A_1, et A_2. **1pt**

d) Ecrire une équation cartésienne de chaque tangente. **1pt×2**

Exercice 3 :4,5points

On considère la fonction f définie par :

t.me/KamerHighSchool

$$f(x)=\begin{cases} x^2-2x, si\ x<1 \\ -2x+1, si\ 1\le x\le 3 \\ \frac{x-4}{x^2-16}, si\ x>3 \end{cases}$$

1) Déterminer l'ensemble de définition de f. **0,5pt**

2) Calculer la limite de f en $-\infty$ et en $+\infty$. **0,5pt**

3) Etudier la continuité de f en 1 et en 3. **1,5pt**

4) Prouver que f admet un prolongement par continuité en 4 puis définir ce prolongement. **1pt**

5) Etudier la dérivabilité de f en 1. f est-elle dérivable en 3 ? Justifier votre réponse. **1pt**

Partie B : Evaluation des compétences / 4,5points

M . POUGA dispose de deux terrains : Le premier terrain est bordée par une rivière . Soit x la dimension exprimée en mètres, du côté parallèle au cours d'eau(rivière).

M . POUGA Veut construire le long de cette rivière un enclos rectangulaire (voir figure 1) d'aire $200m^2$ afin de sécuriser ce premier terrain de manière à ce que la longueur de la clôture soit minimale pour des raisons de coûts liées aux dépenses.

N.B : On supposera que le côté de l'enclos qui borde la rivière restera ouvert sur la rivière (sans clôture).

Le second terrain ABCD de forme rectangulaire est tel que $AB=1$ et $AD=2$. Sur ce terrain, il voudrait aménager un jardin (Partie en noire de la figure 2), où M est un point variable du segment $[DC]$ tel que les droites (AM) et (DM) se coupent en I, $DM=x$ et de manière à ce que la somme $\mathcal{S}(x)$ des aires des triangles ABI et DIM soit minimale pour des raisons de coûts liées aux dépenses.

Pour l'arrosage de son jardin en saison sèche, M . POUGA voudrait faire fabriquer un récipient totalement couvert en forme d'un cylindre de révolution Un cylindre de révolution de volume V, dont les bases sont des disques de rayon x et de surface totale $S(x)$, de manière à ce que la surface totale $\mathcal{A}(x)$ soit minimale pour des raisons de coûts liées aux dépenses

Figure 1

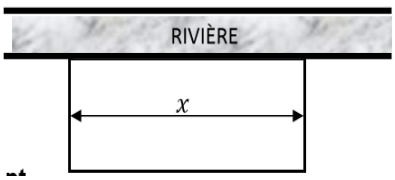
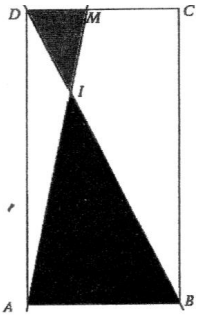


Figure 2



1- Déterminer la valeur de x pour laquelle la longueur de la clôture est minimale, puis déterminer ce minimum. **1,5pt**

2- Déterminer la valeur de x pour laquelle l'aire $\mathcal{S}(x)$est minimale, puis déterminer ce minimum. **1,5pt**

3- Déterminer la valeur de x pour laquelle l'aire $\mathcal{A}(x)$ est minimale, puis déterminer ce minimum. **1,5pt**

t.me/KamerHighSchool