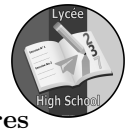
Collège Adventiste de Yaoundé **Baccalauréat Blanc**
Département de Mathématiques **Série D : Durée 4 Heures**



Exercice I (4,5 pts)

On donne le tableau suivant représentant les dépenses x_i et les chiffres d'affaires y_i d'une société de la place, exprimés en dizaines de millions de XAF.

x_i	12	17	11	13	31	20
y_i	99	130	92	108	232	150

1- Représenter le nuage de points $M_i(x_i, y_i)$ pour $1 \leqslant i \leqslant 6$ dans un repère orthogonal. **(0,5 pt)**

2- Déterminer une équation de la droite de régression de y en x par la méthode de Mayer. **(1 pt)**

3- Déterminer la droite de régression de y en x par la méthode des moindres carrés. **(1 pt)**

4- a) Calculer le coefficient de corrélation linéaire r de cette série statistique. **(1 pt)**

b) Trouver une estimation du chiffre d'affaires si la dépense est de 300 millions XAF. **(1 pt)**

Exercice II (4,5 pts)

Dans l'antiquité, les grecs utilisaient des osselets d'agneaux appelés Astragales à la place des dés. Un astragale possède 4 faces numérotées 0, 1, 2 et 3. On suppose qu'après n lancers, toutes les faces ont la même probabilité d'apparaître. Cet astragale est lancé deux fois de suite et, à chaque fois, on note le résultat indiqué sur la face supérieure.

Si n_1 et n_2 désigne les nombres obtenus dans cet ordre au cours d'une série de deux lancers, on associe au couple (n_1, n_2) l'application $S_{a,b}$ de $\mathbb{C}$ dans $\mathbb{C}$ définie par :

$\forall z \in \mathbb{C},\ S_{a,b}(z) = a\,z + b$ avec $a = n_1 + i\,n_2$ et $b = \dfrac{1}{2}n_2 + \dfrac{1}{4}i\,n_1$.

1- Quel est l'univers Ω associé à cette expérience aléatoire ? Déterminer son cardinal. **(1 pt)**

2- Quelles est la probabilité pour que l'application géométrique associée à $S_{a,b}$ soit :

a) Une translation ? **(0,5 pt)**

b) Une homothétie distincte de l'application identique ? **(1 pt)**

c) Une rotation d'angle $\dfrac{\pi}{2}$ dont on précisera le centre ? **(1 pt)**

d) Une similitude d'angle $\dfrac{\pi}{4}$ et de centre le point d'affixe $z = \dfrac{-1}{4} + \dfrac{1}{2}i$? **(1 pt)**

Problème (11 pts) Les parties A et B sont indépendantes.

A- On définit de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ une fonction $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$

$$x \longmapsto x + \frac{1}{x} + \frac{9}{8}\ln\left|\frac{x+1}{x-1}\right|$$

On désigne par $(\mathcal{C})$ la courbe représentative de la fonction f.

1- a) Quel est l'ensemble de définition de f noté ξ_f ? **(0,5 pt)**

b) Justifier que f est continue et dérivable sur son ensemble de définition. **(0,5 pt)**

c) Étudier la parité de f. **(0,5 pt)**

2- On fait une restriction de l'ensemble d'étude de f sur $\xi_f \cap \mathbb{R}_+$.

a) Calculer $\lim\limits_{0^+} f$, $\lim\limits_{1} f$ et $\lim\limits_{+\infty} f$. **(1 pt)**

b) Montrer que la courbe $(\mathcal{C})$ de la fonction f admet une asymptote oblique dont on donnera une équation cartésienne. **(0,5 pt)**

3- a) Calculer $f'(x)$ et factoriser $A(x) = 4x^4 - 17x^2 + 4$. **(1 pt)**

b) Donner le sens de variation de f sur $\xi_f \cap \mathbb{R}_+$. **(1 pt)**

c) Calculer f(3), f(5) et f(8), et donner les valeurs approchées à 10^{-1} près. **(0,5 pt)**

4- Construire $(\mathcal{C})$, la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$, en précisant toutes les asymptotes à $(\mathcal{C})$. **(1 pt)**

5- a) Soit λ un réel strictement inférieur à 2. En utilisant une intégration par parties, calculer $\int_2^3 \ln(x-\lambda)\,dx$. **(1 pt)**

b) Calculer l'aire $\mathscr{A}$ de la partie $\mathcal{E}$ du plan définie par :
$\mathcal{E} = \{M(x,y) / 2 \leqslant x \leqslant 3 \text{ et } x \leqslant y \leqslant f(x)\}$. **(1 pt)**
Donner une valeur approchée de $\mathscr{A}$ à 10^{-3} près.

B- On considère la suite de terme général : $U_n = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{n} - \ln n,\ n \geqslant 1$.

1- a) Monter que $U_{n+1} - U_n = \frac{1}{n+1} - [\ln(n+1) - \ln(n)]$. **(0,5 pt)**

b) En déduire que $U_{n+1} - U_n = \frac{1}{n+1} - \int_n^{n+1} \frac{dt}{t}$. **(0,25 pt)**

c) $\forall t \in [n, n+1]$ avec $n \geqslant 1$, Montrer que : si $\frac{1}{t} \geqslant \frac{1}{n+1}$ alors $\int_n^{n+1} \frac{dt}{t} \geqslant \frac{1}{n+1}$.
Que peut-on dire à propos du sens de variation de $(U_n)_{n\in\mathbb{N}*}$. **(0,5 pt)**

2- a) Monter à l'aide d'un raisonnement par récurrence que pour tout $n \in \mathbb{N},\ n \geqslant 1$, on a : $0 \leqslant u_n$. **(0,5 pt)**

b) Que peut-on conclure sur la convergence de la suite $(U_n)_{n\in\mathbb{N}*}$. **(0,75 pt)**

Bon courage pour le BAC 2002

NGUIMO Gilbert