Collège Adventiste de Maroua
Enseignement Secondaire Général
B.P. 45 Maroua
Tél : 22 29 12 06

Département de Mathématiques
Année Scolaire 2009-2010
Classe : T^leD Coef : 4 Durée : 4 h
Prof : M. Loumsia A.

Baccalauréat Blanc n°2/ Épreuve de Mathématiques/ Mars 2009

L'épreuve comporte 3 exercices et un problème. La qualité de la rédaction, la présentation et la clarté des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.



Exercice 1 [2.5 points]

Soit s la similitude plane directe qui, à tout point M d'affixe $z = x + iy$ du plan complexe associe le point M' d'affixe $z' = x' + iy'$ du plan complexe tel que : $\begin{cases} x' = x + y\sqrt{3} - \sqrt{3} \\ y' = -x\sqrt{3} + y + \sqrt{3} \end{cases}$

1. Déterminer l'expression de z' en fonction de z. 1pt
2. Donner les éléments caractéristiques de s. 0.25pt×3
3. Soit $(\mathcal{E})$ le cercle de centre $A(1;1)$ et de rayon 5.Déterminer$(\mathcal{E}')$ l'image de $(\mathcal{E})$ par s. 0.75pt

Exercice 2 [2.5 points]

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation différentielle (E) :$y' + m^2 y = 0$ $(m \in \mathbb{R}^*)$, $y(0) = 40$. 0.5pt
2. **Applications**

   Soit θ la température d'un corps à l'instant t. La température ambiante est $30^\circ C$. A chaque instant t, on pose : $x(t) = \theta(t) - 30$.

   On suppose que la fonction x est dérivable sur $\mathbb{R}$ et qu'elle vérifie : $x' = -m^2 x$ $(m \in \mathbb{R}^*)$.

   A l'instant 0 la température du corps est $70^\circ C$ et au bout de 5 minutes elle n'est plus que $60^\circ C$.

   a. Déterminer $\theta(t)$, où t est mesuré en minutes. 1.5pt

   b. A quelle température sera le corps au bout de 20 minutes ? 0.5pt

Exercice 3 [4 points]

1. Soit g la fonction définie sur $]-1;+\infty[$ par $g(x) = \dfrac{e^x}{1+x}$.

   a. Étudier le sens de variation de g dans l'intervalle $[1\,;\,2]$. 1pt

   b. Montrer que $\forall x \in [1;2]$, on a : $1 \leqslant g(x) \leqslant 2.5$. 0.5pt

   c. En déduire un encadrement de $A_1 = \int_1^2 g(x)dx$. 1pt
2. Soit A_2 l'aire, en unités d'aire, du domaine délimité par les droites d'équations respectives $x = 1$ et $x = 2$, la courbe $(\mathcal{C})$ et l'axe des abscisses.

   A l'aide d'une intégration par parties, exprimer A_2 en fonction de A_1 et en déduire un encadrement de A_2. 1.5pt

Problème [11points]

Partie A :

1. Dans un repère orthonormé $(O;\ \vec{i},\ \vec{j})$, tracer la courbe représentative de la fonction u définie sur $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$ par : $u(x) = \dfrac{2x+1}{x+2}$. 1pt

t.me/KamerHighSchool

2 Soit (u_n) la suite définie par : $\begin{cases} u_0 = 0 \\ u_{n+1} = \dfrac{2u_n + 1}{u_n + 2} \end{cases}$

a. Représenter les termes : u_1 ; u_2 et u_3 dans le repère orthonormé (O; $\vec{i}$, $\vec{j}$). 0.75pt

b. Montrer que la suite (u_n) est croissante. 0.5pt

c. Montrer que pour tout entier naturel n, $0 \leqslant u_n < 2$ 0.5pt

d. En déduire que la suite (u_n) est convergente. 0.5pt

3 Soit la suite (V_n) définie pour tout entier naturel n par : $v_n = \dfrac{1 + u_n}{2 - 2u_n}$.

a. Montrer que (v_n) est une suite géométrique dont on déterminera la raison. 0.5pt

b. Exprimer v_n, puis u_n en fonction de n. 0.5pt

c. En déduire la limite de (u_n) quand n tend vers $+\infty$. 0.5pt

4 On pose $S_n = \sum_{k=0}^{n} v_k = v_0 + v_1 + v_2 + \cdots + v_n$.

Exprimer S_n en fonction de n et déterminer sa limite quand n tend vers $+\infty$. 0.75pt

Partie B :

f désigne la fonction numérique de la variable réelle x définie par : $f(x) = x - \dfrac{e^x - 1}{e^x + 1}$ et (C_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormé. Unités sur les axes : 2cm.

1 Étudier les variations de f et dresser son tableau de variation. 1.5pt

2 a. Montrer que pour tout réel x, on a : $f(x) - (x - 1) = \dfrac{2}{e^x + 1} = \dfrac{2e^{-x}}{1 + e^{-x}}$. 0.5pt

b. Montrer que les droites $(\mathscr{D})$ et $(\mathscr{D}')$ d'équations respectives : $y = x - 1$ et $y = x + 1$ sont asymptotes à la courbe (C_f). 1pt

c. Tracer les droites $(\mathscr{D})$; $(\mathscr{D}')$ et la courbe (C_f) dans le même repère orthonormé. 0.5pt

3 a. Montrer que f admet sur $\mathbb{R}$ une réciproque f^{-1} dont on donnera le tableau de variation. 1pt

b. Tracer la courbe (C') de f^{-1} dans le même repère que (C_f). 1pt

t.me/KamerHighSchool