Collège Adventiste de Maroua
Enseignement Secondaire Général
B.P. 45 Maroua
Tél: 22 29 12 06

Département de Mathématiques
Année Scolaire **2010-2011**
Classe: **T^{le}D** Coef: **4** Durée : **2 h**
Prof: M. Loumsia Yonga Albert

SÉQUENCE N°3 / ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES / JANVIER 2011

Ce sujet comporte deux pages. La page 2 comportant le Q.C.M. ainsi que le repère où tracer la courbe pour l'exercice 1 est à rendre avec votre copie, n'oubliez pas d'y apposer votre nom.

Exercice n° 1 (*7 points*)

On désigne par f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par: $f(x) = \dfrac{1}{1+\mathrm{e}^{-x}}$ On note $(\mathcal{C})$ la courbe représentative de f dans un repère orthogonal $(O\,;\vec{\imath},\vec{\jmath})$ fourni en page 3.

1. Vérifier que pour tout nombre réel x : $f(x) = \dfrac{\mathrm{e}^{x}}{1+\mathrm{e}^{x}}$.

2. Déterminer les limites de f en $-\infty$ et $+\infty$. Interpréter graphiquement les résultats obtenus.

3. Calculer $f'(x)$ pour tout nombre réel x. En déduire les variations de f sur $\mathbb{R}$.

4. Dresser le tableau de variations de f.

5. Déterminer l'équation cartésienne réduite de la tangente (T) à la courbe $(\mathcal{C})$ au point A de la courbe d'abscisse 0.

6. Dans cette question, on étudie les positions relatives de la courbe $(\mathcal{C})$ et de la droite (T). Soit φ la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par: $\varphi(x) = f(x) - (\frac{1}{4}x + \frac{1}{2})$

a. Démontrer que pour tout réel x, on a: $\varphi'(x) = -\dfrac{1}{4}\left(\dfrac{1-\mathrm{e}^{-x}}{1+\mathrm{e}^{-x}}\right)^2$

b. Calculer $\lim\limits_{x\to-\infty} \varphi(x)$ et $\varphi(0)$

c. Conclure en ce qui concerne les positions relatives de la courbe $(\mathcal{C})$ et de la droite (T).

7. Tracer la tangente (T), la courbe $(\mathcal{C})$, et ses asymptotes éventuelles dans le repère $(O\,;\vec{\imath},\vec{\jmath})$ fourni en page 2.

8. Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par: $g(x) = f(x) - \frac{1}{2}$ On note $(\mathcal{C}_g)$ la courbe représentative de g dans le repère $(O\,;\vec{\imath},\vec{\jmath})$.

a. Quelle transformation géométrique permet d'obtenir la courbe $(\mathcal{C}_g)$ à partir de $(\mathcal{C})$?

b. Démontrer que g est impaire. Quelle propriété géométrique peut on en déduire concernant la courbe $(\mathcal{C}_g)$?

c. Quel rôle joue le point $A\left(0, \frac{1}{2}\right)$ pour la courbe $(\mathcal{C})$? Expliquer.

Exercice n° 2 (*6 points*)

On considère la suite u définie sur $\mathbb{N}$ par :

$$\begin{cases} u_0 &= 7 \quad \text{et pour tout } n \in \mathbb{N}\,, \\ u_{n+1} &= u_n + 2n - 5. \end{cases}$$

1. Vérifier les égalités $u_1 = 2$ et $u_2 = -1$.

2. Justifier que la suite u est monotone à partir d'un certain rang.

3. Démontrer par récurrence, que pour tout entier $n \in \mathbb{N}$, on a

$$u_n = n^2 - 6n + 7.$$

t.me/KamerHighSchool

Noms et Prénom:

Exercice n° 3 — Q.C.M. (*7 points*)

Ceci est un Q.C.M. Chaque question vaut 1 point, il peut y avoir plusieurs réponses correctes à chaque question. Vous devez cocher toutes les réponses valables (et elles seules) pour obtenir le maximum de points.

1. L'ensemble des points M d'affixe z tels que $|z-1+\mathrm{i}|=2$ est:

☐ un cercle de centre Ω d'affixe $1+\mathrm{i}$. ☐ un cercle de rayon $\sqrt{2}$. ☐ un cercle de centre Ω d'affixe $1-\mathrm{i}$. ☐ un cercle de rayon 2.

2. L'ensemble des points M d'affixe z tels que $\mathrm{Re}(z)\times\mathrm{Im}(z)=0$ est:

☐ la réunion de deux droites. ☐ l'origine du repère. ☐ une demie droite. ☐ l'axe des réels.

3. L'équation $z^2+z\bar{z}=0$ a pour nombre de solutions dans $\mathbb{C}$:

☐ 0 ☐ 1 ☐ 2 ☐ une infinité

4. Cocher les nombres complexes solutions de l'équation: $z^2+\mathrm{i}\bar{z}=0$

☐ 1+i ☐ i ☐ −i ☐ 0

5. Pour x dans $\mathbb{R}$, on pose $Q(x)=\dfrac{\mathrm{e}^x+\mathrm{e}^{3x}}{(\mathrm{e}^x)^2}$. Alors on a aussi:

☐ $Q(x)=\mathrm{e}^x+\dfrac{1}{\mathrm{e}^x}$ ☐ $Q(x)=\mathrm{e}^{2x}$ ☐ $Q(x)=\dfrac{\mathrm{e}^{5x}+\mathrm{e}^{3x}}{\mathrm{e}^{4x}}$ ☐ $Q(x)=\dfrac{\mathrm{e}^{4x}}{\mathrm{e}^x\,\mathrm{e}^x}$

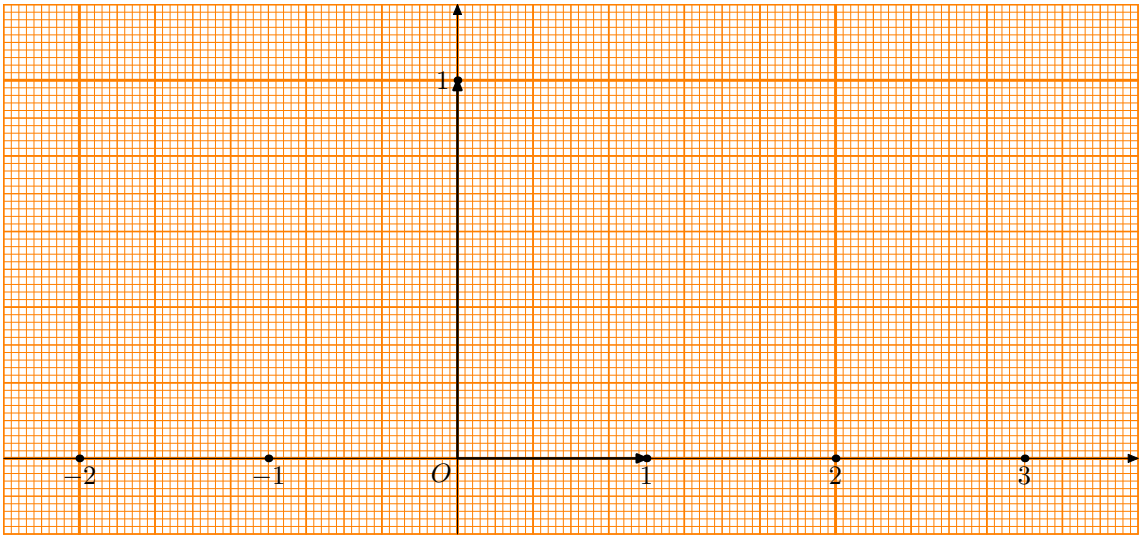
6. On considère pour x dans $\mathbb{R}$, l'équation (E): $\mathrm{e}^{x^2}-\mathrm{e}^x=0$

☐ (E) n'a pas de solution. ☐ $x=1$ est solution de (E). ☐ (E) a deux solutions. ☐ (E) a les mêmes solutions que: $x^2=x$.

7. Une primitive sur $]-\infty;2[$ de la fonction f définie par $f(x)=\dfrac{3}{2-x}$ est:

☐ $F(x)=1-\ln(2-x)$; ☐ $F(x)=3\ln|2-x|$; ☐ $F(x)=\frac{1}{3}\ln|2-x|+c$; ☐ $F(x)=1-3\ln(2-x)$.

Repère pour l'exercice 1.



t.me/KamerHighSchool