Collège Adventiste de Maroua
Enseignement Secondaire Général
B.P. 45 Maroua
Tél: 22 29 12 06

Département de Mathématiques
Année Scolaire **2010-2011**
Classe: **T^{le}D** Coef: **4** Durée : **2 h**
Prof: M. Loumsia A.

SÉQUENCE N°1 / ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES / OCTOBRE 2010

L'épreuve comporte 2 exercices et un problème. La qualité de la rédaction, la présentation et la clarté des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

Exercice 1 (*27 min*) [**4pts**]

1. Résoudre dans $\mathbb{R}^3$ le système suivant (*On utilisera la méthode du pivot de Gauss*):

$$\begin{cases} 3x+5y+4z &= 1215 \\ x+y+z &= 300 \\ y-z &= 15 \end{cases}.$$



2pts

2. Un libraire affiche les prix par feuille suivants: Mathématiques: 25 francs; Physique: 20 francs et Anglais:15 francs. Un élève de la terminale D dépense au total 6075 francs pour acheter trois livres à savoir: un livre de mathématiques, un livre de physique et un livre d'anglais. Sachant que le livre de mathématiques a 15 feuilles de plus que le livre de physique et que la somme totale des feuilles constituant ces 3 livres est de 600 pages.

a. Déterminer le système qui traduit les contraintes de ce problème. 1.25pt

b. En déduire le nombre de feuilles de chaque livre. 0.75pt

Exercice 2 (*30 min*) [**5pts**]

1. Calculer les limites suivantes: 1pt × 3

a. $\lim\limits_{x\to -1} -\sqrt{\dfrac{x^2-x+2}{x(x+1)}}$ b. $\lim\limits_{x\to +\infty} \dfrac{1+\frac{2}{x}}{\sqrt{x^2+1+\frac{2}{x}}+x}$ c. $\lim\limits_{x\to -\infty} \dfrac{x}{2-\cos x}$

2. On considère la fonction f définie par: $f(x)=\dfrac{3|x-1|+1}{2|x-1|-1}$.

a. Donner l'expression de $f(x)$ sans la valeur absolue. 1pt

b. Étudier la dérivabilité de f en $x_0=1$. 1pt

Problème (*60 min*) [**11points**]

Partie A :

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}^*$ par : $f(x)=x^2+1+\dfrac{2}{x}$.

1. Dresser le tableau de variation de f. On précisera les limites aux bornes du domaine de définition. 2pts

2. Montrer que $f(x)\geqslant 0$ sur $]-\infty;-1]\cup]0;+\infty[$. 1pt

t.me/KamerHighSchool

Partie B :

Soit la fonction g définie sur $D_g =]-\infty;-1]\cup]0;+\infty[$ par $g(x) = \sqrt{f(x)}$.

On note $\mathscr{C}$ la courbe représentative de g dans un repère orthonormé.

1. a. Montrer que g est dérivable sur $]-\infty;-1[\cup]0;+\infty[$. 1pt

b. Étudier alors les variations de la fonction g sur $]-\infty;-1[\cup]0;+\infty[$. 2pts

2. a. Montrer que, pour tout $x < -1$: $\dfrac{g(x)-g(-1)}{x+1} = -\sqrt{\dfrac{x^2-x+2}{x(x+1)}}$. 0.5pt

b. En déduire que la fonction g n'est pas dérivable en -1. 0.5pt

c. Donner une équation de la tangente (T) à la courbe $\mathscr{C}$ au point d'abscisse -1. 0.5pt

3. a. Montrer que, pour tout réel x de D_g : $g(x) - x = \dfrac{1+\frac{2}{x}}{\sqrt{x^2+1+\frac{2}{x}}+x}$. 0.5pt

b. En déduire que la droite (Δ) d'équation $y = x$ est asymptote à la courbe $\mathscr{C}$ en $+\infty$. 0.5pt

c. Montrer de même que la droite (Δ') d'équation $y = -x$ est asymptote à la courbe $\mathscr{C}$ en $-\infty$. 1pt

4. Construire dans un repère orthonormé la courbe $\mathscr{C}$, les asymptotes (Δ), (Δ') et la tangente (T) à $\mathscr{C}$ en -1. 1.5 pt