2020

MATHEMATICS

Compulsory

Time—3 Hours 15 Minutes

(First 15 minutes for reading the question paper)

Full Marks — { **90 — For Regular Candidates** / **100 — For External Candidates** }

[प्रश्नसंख्या 1, 2, 3 तथा 4 के उत्तर उत्तरपुस्तिका के प्रारम्भ में क्रम से प्रश्नसंख्या लिखकर देना है। आवश्यक गणना और चित्र, यदि हो, तो उत्तरपुस्तिका के प्रथम कुछ पृष्ठों के दायें तरफ देना आवश्यक है। किसी प्रकार की सारणी और गणकयन्त्र का उपयोग वर्जित है। π का निकटतम मान $\frac{22}{7}$ लेना होगा। अंकगणितीय प्रश्न बीजगणितीय पद्धति से भी हल किया जा सकता है।]

(दृष्टिहीन परीक्षार्थियों के लिए पृष्ठ संख्या 14 पर प्रश्न संख्या 11 का वैकल्पिक प्रश्न दिया गया है।)

[बाह्य परीक्षार्थियों के लिए पृष्ठ संख्या 15 और 16 पर अतिरिक्त प्रश्न संख्या 16 दिया गया है।]

1. निम्नलिखित प्रश्नों में प्रत्येक का सही उत्तर चुनिए :— 1×6=6

(i) कोई मूलधन 10 वर्षों में दोगुना होने से, वार्षिक सरल ब्याजदर है —

(a) 5%

(b) 10%

(c) 15%

(d) 20%

(ii) $x^2 - 7x + 3 = 0$ समीकरण के दोनों मूलों का गुणनफल —

(a) 7

(b) –7

(c) 3

(d) –3

(iii) O केन्द्रीय वृत्त की दो जीवाओं AB और CD की लम्बाई समान है, $\angle AOB = 60°$ होने से, $\angle COD$ का मान होगा —

(a) 30°

(b) 60°

(c) 120°

(d) 180°

(iv) दो लम्बवृत्ताकार शंकु के आयतन का अनुपात 1 : 4 एवं उनके आधार के अर्द्धव्यास की लम्बाई का अनुपात 4 : 5 होने से उनकी ऊंचाई का अनुपात होगा —

(a) 1 : 5

(b) 5 : 4

(c) 25 : 16

(d) 25 : 64

(v) यदि $sin\theta - cos\theta = 0$, $(0° < \theta < 90°)$ एवं $sec\theta + cosec\theta = x$, हो तो x का मान होगा —

(a) 1

(b) 2

(c) $\sqrt{2}$

(d) $2\sqrt{2}$

(vi) 1, 3, 2, 8, 10, 8, 3, 2, 8, 8 के बहुलक का मान —

(a) 2

(b) 3

(c) 8

(d) 10

2. रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए (कोई **पाँच**) :— 1×5=5

(i) अनीसुर ₹ 500, 9 माह के लिए एवं डेविड ₹ 600, 5 माह के लिए लगाकर एक साझा व्यवसाय शुरू किया। उनके लाभाँश का अनुपात _____ होगा।

(ii) $ax^2 + 2bx + c = 0$, $(a \neq 0)$ द्विघात समीकरण के दोनों मूल वास्तविक एवं समान होने से $b^2 =$ _____ होगा।

(iii) दो कोणों का योगफल _____ होने से उनको परस्पर सम्पूरक कहा जाता है।

(iv) $sin\,3\theta$ का सबसे बड़ा मान _____ है।

(v) एक ठोस गोलक को गलाकर एक ठोस लम्ब वृत्ताकार बेलन तैयार किया गया तो गोलक एवं बेलन का _____ समान होगा।

(vi) कुछ छात्रों की उम्र (वर्ष) 10, 11, 9, 7, 13, 8, 14 होने से उनकी उम्र की माध्यिका _____ वर्ष होगी।

3. *सत्य* अथवा *असत्य* लिखिये (कोई **पाँच**) :— 1×5=5

(i) वार्षिक $\frac{r}{2}\%$ सरल ब्याज दर से ₹ $2p$ का t वर्ष का मिश्रधन ₹$\left(2p+\frac{prt}{100}\right)$ होगा।

(ii) $2a = 3b = 4c$ होने से, $a : b : c = 2 : 3 : 4$ होगा।

(iii) एक त्रिभुज की तीनों भुजाओं की लम्बाई का अनुपात 5 : 12 : 13 हो तो त्रिभुज सदा समकोण त्रिभुज होगा।

(iv) एक रेखाकिरण के एक सिरे को केन्द्र मानकर रेखाकिरण को घड़ी की सुई के विपरीत दिशा में घुमाने से बना कोण धनात्मक होगा।

(v) यदि n एक समसंख्या हो, तो उनकी मध्यमा $\left(\frac{n}{2}\right)$वें एवं $\left(\frac{n}{2}-1\right)$वें पदों का माध्य होगी।

(vi) एक लम्ब वृत्ताकार शंकु के आधार के अर्द्धव्यास की लम्बाई आधी एवं ऊंचाई दोगुना करने से शंकु का आयतन एक ही होगा।

4. किन्हीं **दस** प्रश्नों के उत्तर दीजिये :— 2×10=20

(i) किसी मूलधन एवं उसके 5 वर्ष के मिश्रधन का अनुपात 5 : 6 होने पर वार्षिक सरल ब्याज दर निर्णय कीजिए।

(ii) A एवं B किसी व्यवसाय में ₹ 1,050 लाभ पाते हैं। A का मूलधन ₹ 900 एवं लाभाँश ₹ 630 होने से B का मूलधन कितना होगा ?

(iii) $x \propto y$, $y \propto z$ एवं $z \propto x$ होने से, तीनों भेद स्थिरांकों का गुणनफल ज्ञात कीजिए।

(iv) $5x^2 - 2x + 3 = 0$ द्विघात समीकरण के दोनों मूल α एवं β हों तो $\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}$ का मान निर्णय कीजिए।

(v) आयत $ABCD$ के अन्दर O बिन्दु इस प्रकार स्थित है कि $OB = 6$ सेमी., $OD = 8$ सेमी. एवं $OA = 5$ सेमी. OC की लम्बाई निर्णय कीजिए।

(vi) समकोण त्रिभुज ABC में $\angle ABC = 90°$, $AB = 3$ सेमी., $BC = 4$ सेमी. एवं B बिन्दु से AC भुजा पर लम्ब BD जो AC को D बिन्दु पर मिलता है। BD की लम्बाई ज्ञात कीजिए।

(vii) दो वृत्तों के अर्द्धव्यास की लम्बाई 8 सेमी. एवं 3 सेमी. है उनके केन्द्रों के बीच की दूरी 13 सेमी.। दोनों वृत्तों के उभयनिष्ठ सरल स्पर्शक की लम्बाई कितनी होगी ?

(viii) एक घड़ी की घण्टे की सुई 1 घण्टे में जो कोण बनायेगी उसका वृत्तीय मान कितना होगा ?

(ix) $\tan 4 \cdot \theta \tan 6\theta = 1$ एवं 6θ घनात्मक न्यूनकोण है, θ का मान निर्णय कीजिए।

(x) एक लम्ब वृत्ताकार शंकु की ऊँचाई 12 सेमी. एवं आयतन 100π घन सेमी । शंकु की तिर्यक ऊँचाई निर्णय कीजिए।

(xi) दो गोलकों के वक्रतल के क्षेत्रफल का अनुपात 1 : 4 होने से, उनके आयतन का अनुपात ज्ञात कीजिए।

(xii) यदि $u_i = \frac{x_i - 35}{10}$, $\Sigma f_i u_i = 30$ एवं $\Sigma f_i = 60$ हो तो, $\bar{x}$ का मान निर्णय कीजिए।

5. किसी एक प्रश्न का उत्तर दीजिए :— 5

(i) तुम्हारे चाचा के कारखाने में एक मशीन का मूल्य प्रति वर्ष 10% की दर से कम होता है। मशीन का वर्तमान मूल्य ₹ 6,000 होने से 3 वर्ष बाद इस मशीन का मूल्य कितना होगा ?

(ii) तीन मित्र क्रमशः ₹ 1,20,000, ₹ 1,50,000 एवं ₹ 1,10,000 मूलधन लेकर एक बस खरीदते हैं। प्रथम व्यक्ति ड्राइवर एवं शेष दो व्यक्ति कण्डक्टर का कार्य करते हैं। उन्होंने निश्चय किया कि आय का $\frac{2}{5}$ भाग कार्य के लिए 3 : 2 : 2 अनुपात में बाँटेंगे एवं शेष आय मूलधन के अनुपात में बाँटेंगे। किसी एक माह में यदि ₹ 29,260 आय हो, तो कौन कितना रुपया पायेगा, निर्णय कीजिए।

6. किसी एक प्रश्न को हल कीजिए :— 3

(i) हल कीजिए : $\frac{1}{x-3} - \frac{1}{x+5} = \frac{1}{6}$.

(ii) दो क्रमिक धनात्मक विषम संख्याओं का गुणनफल 143 होने पर समीकरण गठित कीजिए एवं श्रीधराचार्य सूत्र प्रयोग करके दोनों संख्याओं को ज्ञात कीजिए।

7. किसी एक प्रश्न का उत्तर दीजिए :— 3

(i) $x = 2+\sqrt{3}$ एवं $x + y = 4$ होने से, $xy+\frac{1}{xy}$ का सरलतम मान निर्णय कीजिए।

(ii) $a \propto b$ एवं $b \propto c$ होने से प्रमाणित कीजिए — $a^3 + b^3 + c^3 \propto 3abc$ ।

8. किसी एक प्रश्न का उत्तर दीजिए :— 3

(i) $x : a = y : b = z : c$ होने से दिखाइये कि $\frac{x^3}{a^3}+\frac{y^3}{b^3}+\frac{z^3}{c^3}=\frac{3xyz}{abc}$ ।

(ii) यदि $\frac{ay-bx}{c}=\frac{cx-az}{b}=\frac{bz-cy}{a}$ हो तो, प्रमाणित कीजिए $\frac{x}{a}=\frac{y}{b}=\frac{z}{c}$ ।

9. किसी एक प्रश्न का उत्तर दीजिए :— 5

(i) प्रमाणित कीजिए, एक ही वृत्तांश में स्थित सभी कोण समान होते हैं।

(ii) प्रमाणित कीजिए, वृत्त के बाहर स्थित किसी बिन्दु से जो दो स्पर्शक खींचे जा सकते हैं तो उनके दोनों स्पर्श बिन्दु के साथ बाहर स्थित बिन्दु को मिलाने वाले दोनों रेखाखण्डों की लम्बाई समान होगी।

10. किसी एक प्रश्न का उत्तर दीजिए :— 3

(i) दो वृत्त परस्पर P एवं Q बिन्दु पर काटते हैं। PA एवं PB क्रमशः दोनों वृत्तों के व्यास होने से प्रमाणित कीजिए कि A, Q, B तीनों बिन्दु एक रेखीय होंगे।

(ii) समकोण त्रिभुज ABC का $\angle A = 90°$, BC के ऊपर AD लम्ब है, प्रमाणित कीजिए — $\frac{\Delta ABC \text{ का क्षेत्रफल}}{\Delta ACD \text{ का क्षेत्रफल}}=\frac{BC^2}{AC^2}$ ।

11. किसी एक प्रश्न का उत्तर दीजिए :— 5

(i) 4 सेमी. एवं 3 सेमी. लम्बाई के दो सरल रेखाखण्डों का मध्य समानुपाती अंकन कीजिए।

(ii) 3 सेमी. अर्द्धव्यास का एक वृत्त अंकन कीजिए। वृत्त पर स्थित एक बिन्दु A पर एक स्पर्शक अंकन करें।

12. किसी दो प्रश्न का उत्तर दीजिए :— 3×2=6

(i) यदि $\sin 17° = \frac{x}{y}$ हो तो, दिखाइये कि $\sec 17° - \sin 73° = \frac{x^2}{y\sqrt{y^2-x^2}}$ ।

(ii) दो कोणों का योगफल 135° एवं उनका अन्तर $\frac{\pi}{12}$ हो, तो दोनों कोणों का षाष्टिक एवं वृत्तीय मान लिखिए।

(iii) मान निर्णय कीजिए :

$$\frac{5\cos^2\frac{\pi}{3}+4\sec^2\frac{\pi}{6}-\tan^2\frac{\pi}{4}}{\sin^2\frac{\pi}{6}+\cos^2\frac{\pi}{6}}$$

13. किसी **एक** प्रश्न का उत्तर दीजिए :— 5

(i) एक झील के तल से h मीटर ऊपर स्थित एक बिन्दु से किसी बादल का उन्नत कोण α एवं झील में उसके प्रतिविम्ब का अवनत कोण β हो तो प्रमाणित कीजिए कि जिस बिन्दु से बादल देखा जाता है, उस बिन्दु से बादल की दूरी $\frac{2h\sec\alpha}{\tan\beta-\tan\alpha}$ होगी।

(ii) दो स्तम्भों की ऊँचाई क्रमश: 180 मीटर एवं 60 मीटर है। दूसरे स्तम्भ के पाद बिन्दु से प्रथम की चोटी का उन्नत कोण 60° होने पर प्रथम के पाद बिन्दु से दूसरे की चोटी का उन्नत कोण निर्णय कीजिए।

14. किन्हीं **दो** प्रश्नों के उत्तर दीजिए :— 4×2=8

(i) एक खोखले लम्ब वृत्ताकार वेलन की आकृति के लोहे के पाइप का बाहरी अर्द्धव्यास की लम्बाई 5 सेमी. एवं भीतरी अर्द्धव्यास की लम्बाई 4 सेमी. है। पाइप के सम्पूर्ण तल का क्षेत्रफल 1188 वर्ग सेमी. होने से पाइप की लम्बाई ज्ञात कीजिए।

(ii) 9 सेमी. भीतरी अर्द्धव्यास वाले एक अर्द्धगोलाकार पात्र में सम्पूर्ण रूप से जल भरा है। यह जल 3 सेमी. व्यास एवं 4 सेमी. ऊँचाई वाले बेलनाकार बोतलों में भरकर रखा जायेगा। पात्र को खाली करने के लिए इस प्रकार की कितनी बोतलों की आवश्यकता होगी ? निर्णय कीजिए।

(iii) एक लम्ब वृत्ताकार शंकु के आधार का व्यास 21 मीटर एवं ऊँचाई 14 मीटर है। प्रति वर्गमीटर ₹ 1.50 की दर से इसके पार्श्व तल को रंगने में कितना रुपया खर्च होगा ?

15. किन्हीं **दो** प्रश्नों का उत्तर दीजिए :— 4×2=8

(i) छात्राओं के प्राप्त अंकों का माध्य ज्ञात कीजिए यदि उनके द्वारा प्राप्त अंकों का क्रम योग आवृत्ति निम्न प्रकार है :

अंक	छात्राओं की संख्या
10 से कम	6
20 से कम	10
30 से कम	18
40 से कम	30
50 से कम	46

(ii) नीचे दी गयी आवृत्ति विभाजन तालिका से तथ्यों की मध्यमा निर्णय कीजिए :

श्रेणी सीमा	आवृत्ति
0-10	4
10-20	7
20-30	10
30-40	15
40-50	10
50-60	8
60-70	5

(iii) नीचे दी गई आवृत्ति विभाजन तालिका से तथ्यों का बहुलक ज्ञात कीजिए :

श्रेणी	आवृत्ति (बारम्बारता)
3-6	2
6-9	6
9-12	12
12-15	24
15-18	21
18-21	12
21-24	3

[दृष्टिहीन परीक्षार्थियों के लिए विकल्प प्रश्न]

11. किसी **एक** प्रश्न का उत्तर दीजिए :— 5

(i) दो दी गयी लम्बाई के सरल रेखाखण्डों के मध्य समानुपाती अंकन प्रणाली का वर्णन करो।

(ii) दिये गये एक वृत्त पर स्थित एक बिन्दु का स्पर्शक अंकन करने की प्रणाली का वर्णन कीजिए।

[बाह्य परीक्षार्थियों के लिए अतिरिक्त प्रश्न]

16. (a) किन्हीं तीन प्रश्नों के उत्तर दीजिए :— 2×3=6

(i) विक्रय मूल्य पर 20% लाभ होने से क्रय मूल्य पर प्रतिशत लाभ ज्ञात कीजिए।

(ii) यदि $x = 3\cos\theta$; $y = 3\sin\theta$ हो तो $x^2 + y^2$ का मान ज्ञात कीजिए।

(iii) सरल कीजिए : $\sqrt{98} + \sqrt{8} - 2\sqrt{32}$.

(iv) एक लम्ब वृत्ताकार बेलन एवं लम्ब वृत्ताकार शंकु के आधार के अर्द्धव्यास की लम्बाई का अनुपात 3 : 4 और उनकी ऊँचाई का अनुपात 2 : 3; बेलन एवं शंकु के आयतन का अनुपात कितना होगा ?

(b) किन्हीं चार प्रश्नों के उत्तर दीजिए :— 1×4=4

(i) कोई मूलधन वार्षिक $6\frac{1}{4}\%$ सरल ब्याज दर से कितने वर्षों में दोगुना होगा ?

(ii) एक वृत्त का व्यास AB एवं P वृत्त पर स्थित एक बिन्दु है। $\angle PAB = 30°$ होने से $\angle PBA$ का मान कितना होगा ?

(iii) 22° 30' को रेडियन में व्यक्त कीजिए।

(iv) एक ठोस गोलक के अर्द्धव्यास की लम्बाई 10.5 सेमी. हो तो, उसके सम्पूर्ण तल का क्षेत्रफल क्या होगा ?

(v) $x : y = 2 : 3$ एवं $y : z = 4 : 7$, होने से $x : z$ निर्णय कीजिए।