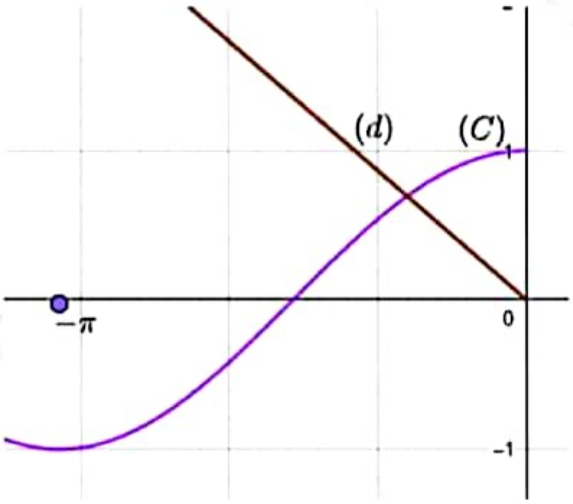
تمرين



في الشكل المقابل المنحني (C) هو التمثيل البياني للدالة $x \mapsto \cos(x)$

و (d) هو التمثيل البياني للدالة $x \mapsto -\frac{\sqrt{3}}{2}x$

على المجال $I = [-\pi; 0]$

I) خمّن عدد حلول المعادلة $\cos(x) = -\frac{\sqrt{3}}{2}x$ في المجال I

II) نعتبر الدالة f المعرفة على المجال I كما يلي:

$$f(x) = \cos(x) + \frac{\sqrt{3}}{2}x$$

1) تحقق من أن الدالة f تقبل الاشتقاق على I، واحسب $f'(x)$

2) شكّل جدول تغيرات الدالة f

III) استنتج أن المعادلة $\cos(x) = -\frac{\sqrt{3}}{2}x$ تقبل حلاً وحيداً α في المجال I

Humble Math Dz
Scanné avec CamScanner

حل التمرين

I) نلاحظ بيانيا أن (C) و (d) يتقاطعان على المجال I في نقطة واحدة. بالتالي نخمن أنّ المعادلة:

$$\cos(x) = -\frac{\sqrt{3}}{2}x$$

تقبل حلاً وحيداً في المجال I

II) 1) نعلم أن: $x \mapsto \frac{\sqrt{3}}{2}$ و $x \mapsto \cos(x)$ هما دالتان قابلتان للاشتقاق على $\mathbb{R}$ ومنه قابلتان للاشتقاق على I

اذا f تقبل الاشتقاق على I لأنها مجموع دالتان قابلتان للاشتقاق على I

من أجل كل عدد حقيقي x من I:

$$f'(x) = -\sin(x) + \frac{\sqrt{3}}{2}$$

2) لدينا $\sin(x) \leq 0$ من أجل كل عدد حقيقي x من I اذا $-\sin(x) \geq 0$

ومنه $-\sin(x) + \frac{\sqrt{3}}{2} \geq \frac{\sqrt{3}}{2}$

بالتالي فإن $f'(x) > 0$ من أجل كل عدد حقيقي x من I

x	$-\pi$	0
$f(x)$	-3.72	1

Humble Math Dz

Scanné avec CamScanner

III) f دالة معرفة ومستمرة ورتيبة تماما على I. لدينا $f(-\pi) \times f(0) < 0$

اذا حسب مبرهنة الدوال المستمرة والرتيبة تماما فإنّ المعادلة $f(x) = 0$ تقبل في المجال I حلا وحيدا α

معناه المعادلة $\cos(x) + \frac{\sqrt{3}}{2}x = 0$ تقبل في المجال I حلا وحيدا α

معناه المعادلة $\cos(x) = -\frac{\sqrt{3}}{2}x$ تقبل في المجال I حلا وحيدا α

Scanné avec CamScanner