تمرين

f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R} - \{-2\}$ كما يلي:

$$f(x) = |x-2| + \frac{4}{x+2}$$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) اكتب $f(x)$ دون رمز القيمة المطلقة

2) احسب نهايات الدالة f عند حدود مجالات مجموعة تعريفها

3) ادرس قابلية اشتقاق الدالة f عند العدد 2 ثمّ فسر النتيجة بيانيا

4) ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها

5) بيّن أنّ (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين مائلين (D) و (D') بجوار $-\infty$ و $+\infty$ على الترتيب يطلب تعيين معادلتيهما

6) ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (D) و (D')

7) ارسم (D) ، (D') و (C_f)

Humble Math Dz

Scanné avec CamScanner

القيمة المطلقة

x ، a ، b أعداد حقيقية و $A(x)$ عبارة جبرية مع d عدد حقيقي موجب تماما

خواص القيمة المطلقة

1. $|x| \geq 0$ لجميع الأعداد الحقيقية x
2. $|x| = x$ إذا كان $x \geq 0$
3. $|x| = -x$ إذا كان $x < 0$
4. $$|A(x)| = \begin{cases} A(x) & A(x) \geq 0 \\ -A(x) & A(x) < 0 \end{cases}$$
5. $|a \times b| = |a| \times |b|$
6. $\left|\frac{a}{b}\right| = \frac{|a|}{|b|}, \quad b \neq 0$
7. $|-a| = |a|$
8. $|a - b| = |b - a|$
9. $|x|^2 = x^2$
10. $|A(x)| = 0$ يكافئ $A(x) = 0$
11. بشكل عام: $|a + b| \neq |a| + |b|$
12. $\sqrt{A(x)^2} = |A(x)|$
13. $|A(x)| < d$ تكافئ $-d < A(x) < d$ مع $d > 0$
14. $|A(x)| > d$ تكافئ $A(x) > d$ أو $A(x) < -d$ مع $d > 0$
15. $|A(x)| = d$ تكافئ $A(x) = d$ أو $A(x) = -d$ مع $d > 0$
16. $|A(x)| = |B(x)|$ تكافئ $A(x) = B(x)$ أو $A(x) = -B(x)$

Scanné avec CamScanner

حل التمرين

(1

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$x-2$		$-$	0	$+$	

$$f(x)=\begin{cases}2-x+\dfrac{4}{x+2} & x\in]-\infty,-2[\cup]-2,2[\\ x-2+\dfrac{4}{x+2} & x\geq 2\end{cases}$$

نضع $I=]-\infty,-2[\cup]-2,2[$

(2

$$\lim_{x\to-\infty}f(x)=\lim_{x\to-\infty}\left(2-x+\frac{4}{x+2}\right)=+\infty$$

$$\begin{cases}\lim\limits_{x\to-\infty}(2-x)=+\infty\\ \lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{4}{x+2}=0\end{cases}$$

$$\lim_{x\to+\infty}f(x)=\lim_{x\to+\infty}\left(x-2+\frac{4}{x+2}\right)=+\infty$$

$$\begin{cases}\lim\limits_{x\to+\infty}(x-2)=+\infty\\ \lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{4}{x+2}=0\end{cases}$$

لدينا

$$\lim_{\substack{x\to-2\\ <}}\frac{1}{x+2}=-\infty \qquad \lim_{\substack{x\to-2\\ >}}\frac{1}{x+2}=+\infty$$

$$\lim_{\substack{x\to-2\\ <}}f(x)=\lim_{\substack{x\to-2\\ <}}\left(2-x+\frac{4}{x+2}\right)=-\infty$$

$$\lim_{\substack{x\to-2\\ >}}f(x)=\lim_{\substack{x\to-2\\ >}}\left(x-2+\frac{4}{x+2}\right)=+\infty$$

Humble Math Dz

Scanné avec CamScanner

(3

$$\frac{f(x)-f(2)}{x-2} = \begin{cases} \dfrac{2-x+\dfrac{4}{x+2}-1}{x-2} & x \in I \\ \dfrac{x-2+\dfrac{4}{x+2}-1}{x-2} & x > -2 \end{cases}$$

$$= \begin{cases} \dfrac{1-x+\dfrac{4}{x+2}}{x-2} & x \in I \\ \dfrac{x-3+\dfrac{4}{x+2}}{x-2} & x > 2 \end{cases}$$

$$= \begin{cases} \dfrac{(1-x)(x+2)+4}{(x-2)(x+2)} & x \in I \\ \dfrac{(x-3)(x+2)+4}{(x-2)(x+2)} & x > 2 \end{cases}$$

$$= \begin{cases} \dfrac{-x^2-x+6}{(x-2)(x+2)} & x \in I \\ \dfrac{x^2-x-2}{(x-2)(x+2)} & x > 2 \end{cases}$$

$$= \begin{cases} \dfrac{-x-3}{x+2} & x \in I \\ \dfrac{x+1}{x+2} & x > 2 \end{cases}$$

$$\lim_{\substack{x \to 2 \\ <}} \frac{f(x)-f(2)}{x-2} = \lim_{\substack{x \to 2 \\ <}} \frac{-x-3}{x+2} = -\frac{5}{4}$$

$$\lim_{\substack{x \to 2 \\ >}} \frac{f(x)-f(2)}{x-2} = \lim_{\substack{x \to 2 \\ >}} \frac{x+1}{x+2} = \frac{3}{4}$$

Scanné avec CamScanner

ومنه f غير قابلة للاشتقاق عند $x = 2$

(C_f) يقبل نصفي مماسين عند النقطة ذات الفاصلة $x = 2$ معاملي توجيههما $\frac{-5}{4}$ و $\frac{3}{4}$ والنقطة $M(2;1)$ نقطة زاوية لـ (C_f)

$$(T_2) : y = \frac{-5}{4}x + \frac{7}{2}$$

$$(T_2') : y = \frac{3}{4}x - \frac{1}{2}$$

4) f دالة قابلة للاشتقاق على كل مجال من المجموعة $]-\infty;-2[\cup]-2;2[\cup]2;+\infty[$

$$f'(x) = \begin{cases} -1 - \dfrac{4}{(x+2)^2} & x \in I \\ 1 - \dfrac{4}{(x+2)^2} & x > 2 \end{cases}$$

$f'(x) < 0$ من أجل $x < 2$ مع $x \neq -2$ و $f'(x) > 0$ من أجل $x > 2$

f متناقصة تماما على $]-\infty;-2[$ و $]-2;2]$

f متزايدة تماما على $[2;+\infty[$

x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$
$f(x)$	$+\infty$ ↘	$-\infty$ || $+\infty$ ↘	1 ↗	$+\infty$

5) من أجل $x < 2$ مع $x \neq -2$ لدينا

$$f(x) = 2 - x + \frac{4}{x+2}$$

Humble Math Dz

Scanné avec CamScanner

أيضا

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{4}{x+2}=0$$

ومنه المستقيم (D) ذو المعادلة $y=2-x$ مقارب مائل لـ (C_f) بجوار $-\infty$

من أجل $x\geq 2$ لدينا

$$f(x)=x-2+\frac{4}{x+2}$$

أيضا

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{4}{x+2}=0$$

ومنه المستقيم (D') ذو المعادلة $y=x-2$ مقارب مائل لـ (C_f) بجوار $+\infty$

6)

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
$\frac{4}{x+2}$	$-$	$+$	

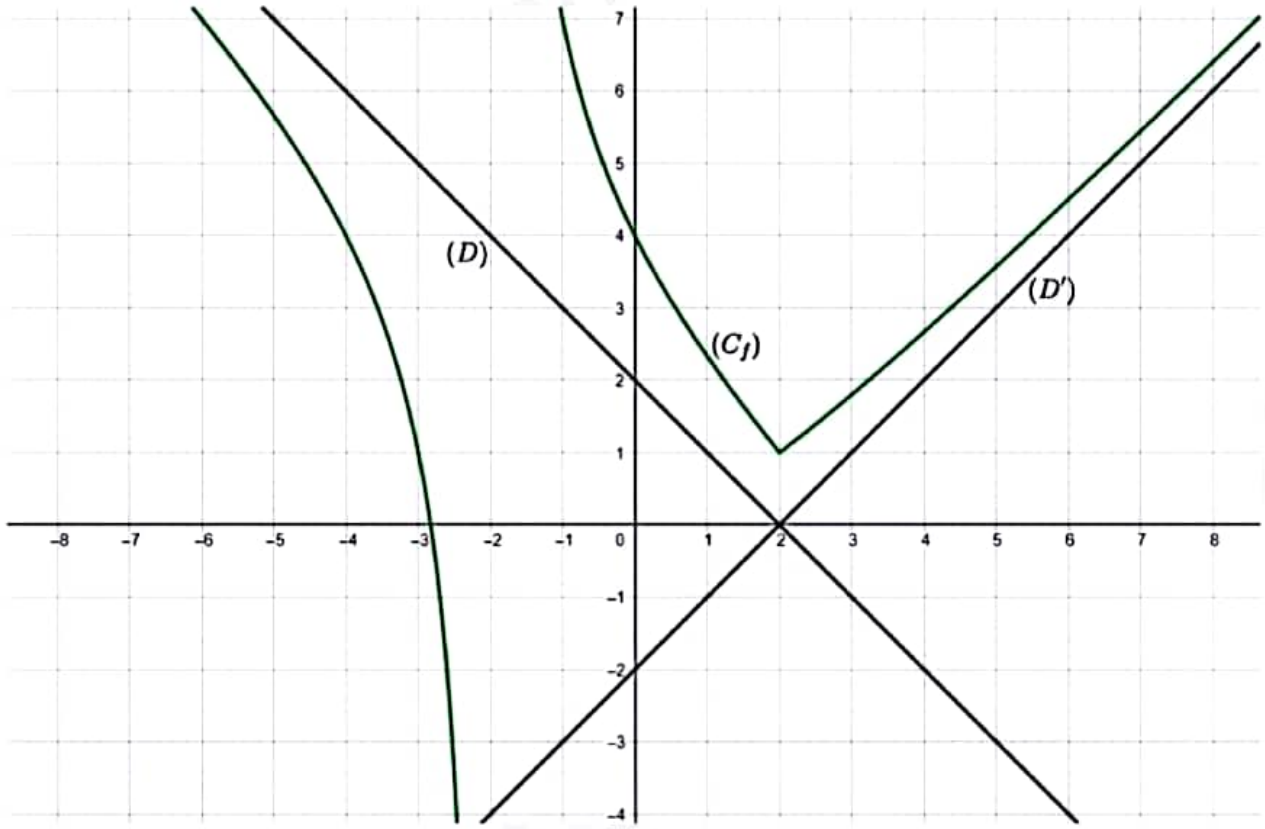
(Cf) يقع فوق (D') من أجل كل x من $]2;+\infty[$

(Cf) يقع تحت (D) من أجل كل x من $]-\infty;-2[$

Humble Math Dz

Scanné avec CamScanner

(7



Humble Math Dz
Scanné avec CamScanner