CONCURSEIRO LIVE

MATEMÁTICA FINANCEIRA

EDGAR ABREU

APOSTILA COMPLETA

BANCO DO BRASIL

CURSO PREPARATÓRIO | BANCO DO BRASIL 2021

SOBRE O CONCURSEIRO LIVE

Há muitos anos, grandes professores se juntaram e construíram um lar para acolher concurseiros de todo o Brasil. Naquela época, fomos inovadores, com metodologia diferenciada, didática e brincadeiras. Criamos muitas novidades, como pré-provas, questões comentadas em vídeo, assinatura de cursos – realmente quebramos muitos paradigmas.

Essa receita foi o que levou à aprovação de dezenas de milhares de alunos do Brasil todo, nos mais diferentes concursos.

Hoje, esses mesmos professores se juntaram para uma nova proposta, um novo formato. Muito mais condizente com os tempos atuais, onde as relações são virtuais. Entendemos que os cursos de hoje oferecem apenas aulas gravadas, sem foco, sem experiência, sem interação, sem emoção.

É com esse desafio que nasce o **Concurseiro Live!** Não é à toa que escolhemos um nome onde o **concurseiro** é o **protagonista**, e não apenas um mero espectador.

Temos a certeza de que, mais uma vez, vamos mudar a maneira de como se preparar para um concurso público, e o resultado disso será demonstrado como todos os demais – **aprovando as primeiras colocações** – dessa vez, no concurso do **Banco do Brasil.**

Vem com a gente?

 **@concurseirolive**

 **Concurseiro Live**

 **Concurseiro Live**

PROF. EDGAR ABREU

Como professor, Edgar Abreu é pioneiro e a maior referência em preparação para certificações financeiras do Brasil (CPA-10, CPA 20, CEA, ANCORD e CFP), sendo que mais de **240 mil** dos profissionais do mercado financeiro estudaram com seus livros, apostilas ou videoaulas.

Possui mestrado em economia pela FGV, com graduação em Matemática (PUCRS) e especializações em Investment Banking (NYIF), Finanças (UFRGS) e Educação a Distância (SENAC).

Apesar de ter trabalhando por sete anos em um Banco Público, sempre teve e foi movido pela veia empreendedora, o que o levou a criar duas empresas de Educação Online (Casa do Concurseiro e EA Certificações), as quais vendeu para o Grupo UOL no final de 2017.

Durante esse período, também foi responsável pela criação de um novo formato de educação profissional ao desenvolver cursos de Pós-Graduação ministrados por profissionais de mercado – modelo que implementou na instituição PUCRS e que hoje é uma referência em cursos de especialização online.

Atualmente se dedica a melhorar a educação financeira das pessoas por meio de conteúdos disponibilizados em seus canais do YouTube e Instagram

Onde me encontrar?

@prof.edgarabreu

@abreu.edgar

edgarabreu.oficial

edgar-abreu

edgar@cursosedgarabreu.com.br



SOBRE O MATERIAL - APOSTILA DO BEM

Essa é uma **Apostila do Bem**, para ter acesso a ela existe dois caminhos:

Sendo aluno

Todos os nossos alunos que compraram o curso do Banco do Brasil têm acesso a todas as apostilas, disponíveis na plataforma e em nossos grupos de whats.

Não aluno

Você deverá escolher um valor qualquer, pode ser R$3,00, R$10,00 ou R$100,00. Isso mesmo, vocês escolhe o valor e faz o download da apostila em nosso site.

Cursos Grátis

A cada R$100,00 arrecadados em doação de apostilas, iremos doar uma bolsa para um aluno que quer estudar, mas não tem condições financeiras.

Por esse motivo, chamamos de **apostila do bem!** Você estuda com um material melhor do que os materiais que são **vendidos como curso**, pagando por ele o **valor que desejar**, e ainda ajuda alguém que possui dificuldades financeiras e quer mudar de vida!

Além disso, os primeiros 30 minutos de todas as nossas aulas são disponibilizados de graça em nosso canal do Youtube. Basta se inscrever, ativar o "sininho" e se preparar com a melhor equipe de professores!

	LINK	QR CODE
30 minutos de Videoaulas grátis	https://www.youtube.com/channel/UCd7Dk9VvlvXZiD4z9cqV7AQ	
Apostilas do Bem	https://concurseirolive.com.br/	

SOBRE MINHAS AULAS

Você sabia que os primeiros 30 minutos de cada uma das minhas aulas são grátis, ou seja, poderão ser acessadas por qualquer um em nosso canal do youtube.

E eu estou falando de aulas atualizadas e focadas no concurso do BB. Vou postar aqui o cronograma. Lembrando que as aulas que já passaram, poderão ser acessadas mesmo posteriormente pois deixamos salva lá para você em nosso canal do Youtube

Aproveita e vai lá e se inscreva e ative o “sininho” para não perder nenhuma das nossas aulas:

Live	Assunto	Data
1	Porcentagem: Acréscimo e Descontos Sucessivos	06/07 – 13:00
1	Taxa de Juros Proporcional e Equivalente	23/07 – 20:00
2	Potência e macetes	06/08 – 09:00
3	Juros Simples	10/08 – 19:00
4	Juros compostos	23/08 – 20:00
5	Exercícios	27/08 – 14:00
6	Sistema de Amortização Francês – PRICE (parte 1)	30/08 – 14:00
7	Sistema de Amortização Francês – PRICE (parte 2)	31/08 – 14:00
8	Sistema de Amortização Constante – SAC	07/09 – 09:00
9	Exercícios	07/09 – 15:00
10	Simulado	13/09 – 20:00

SUMÁRIO

MATEMÁTICA FINANCEIRA - BANCO DO BRASIL - 2021

1. CONCEITOS GERAIS 7

1.1 MATEMÁTICA FINANCEIRA 7

2. PORCENTAGEM 9

2.1 TAXA UNITÁRIA 10

2.2 FATOR DE CAPITALIZAÇÃO 13

2.3 FATOR DE DESCONTO 15

2.4 COMO CAI EM PROVA – QUESTÕES CESGRANRIO 19

3. TAXA DE JUROS PROPORCIONAL E EQUIVALENTE 20

3.1 TAXA PROPORCIONAL 20

3.2 TAXA EQUIVALENTE 22

3.3 RESUMO TAXA PROPORCIONAL X EQUIVALENTE 26

3.4 COMO CAI EM PROVA – QUESTÕES CESGRANRIO 27

4. JUROS SIMPLES 28

4.1 RESOLVENDO QUESTÕES DE JUROS SIMPLES 29

4.1.1 Calculo de Montante, Capital ou juros 30

4.1.2 Calculo de Prazo ou taxa de juros 31

5. JUROS COMPOSTOS 33

5.1 RESOLVENDO QUESTÕES DE JUROS COMPOSTOS 33

5.1.1 Calculo de Montante, Capital ou juros 34

6. SISTEMAS DE AMORTIZAÇÃO - SISTEMA *PRICE* 37

6.1 RESOLUÇÃO DE QUESTÕES 47

7. SISTEMAS DE AMORTIZAÇÃO - SISTEMA SAC 49

7.1 RESOLVENDO QUESTÕES 53

QUESTÕES CESGRANRIO 54

SIMULADO 59

CONCURSEIRO LIVE

MÓDULO 1

1. CONCEITOS GERAIS

Itens do Edital - 2021
1. Conceitos gerais — O conceito do valor do dinheiro no tempo; Capital, juros, taxas de juros; Capitalização, regimes de capitalização; Fluxos de caixa e diagramas de fluxo de caixa; Equivalência financeira

1.1 MATEMÁTICA FINANCEIRA

A matemática financeira é uma intersecção da Matemática com a Economia. Graças a ela conseguimos corrigir o dinheiro no tempo.

O tempo e o dinheiro andam sempre juntos. Quando a gente compra um imóvel, por exemplo, espera-se que com o tempo esse investimento possa ser valorizado, o mesmo acontece quando fazemos um investimento, aplicamos com o intuito de recebermos juros no futuro.

O que vamos aprender é como levar esse dinheiro para o futuro ou como trazer um dinheiro do futuro para o presente.

Nosso edital cobra os itens abaixo:

1. Conceitos gerais – O conceito do valor do dinheiro no tempo; Capital, juros, taxas de juros; Capitalização, regimes de capitalização; Fluxos de caixa e diagramas de fluxo de caixa; Equivalência financeira.
2. Juros simples – Cálculo do montante, dos juros, da taxa de juros, do principal e do prazo da operação financeira.
3. Juros compostos – Cálculo do montante, dos juros, da taxa de juros, do principal e do prazo da operação financeira.
4. Sistemas de amortização – Sistema price; Sistema SAC

Eu vou te ensinar a todo esse conteúdo sem precisar decorar uma fórmula se quer. Isso mesmo.. apenas com a compreensão! Confia em mim e vamos juntos nessa jornada rumo a Banco Do Brasil.

Para começarmos a entender melhor os capítulos que vem pela frente, preparei aqui um pequeno glossário com termologias que serão utilizadas ao longo da nossa apostila!

CAPITAL
• Qualquer quantidade de dinheiro que esteja disponível em certa data para ser aplicado numa operação financeira.
JUROS
• Custo do capital durante determinado período de tempo.
TAXA DE JUROS
• Unidade de medida dos juros que corresponde à remuneração paga pelo uso do capital durante um determinado período de tempo. Indica a periodicidade dos juros.
CAPITALIZAÇÃO
• Operação de adição dos juros ao capital
MONTANTE
• **MONTANTE = CAPITAL + JUROS** (independente de estarmos falando em capitalização simples ou em capitalização composta).
REGIME DE CAPITALIZAÇÃO SIMPLES
• Os juros são calculados periodicamente sobre o capital inicial, e o montante será a soma do capital inicial com as várias parcelas de juros, o que equivale a uma única capitalização
REGIME DE CAPITALIZAÇÃO COMPOSTA
• Incorpora ao capital não somente os juros referentes a cada período, mas também os juros sobre os juros acumulados até o momento anterior.
DESCONTO
• Desconto é o abatimento que se faz sobre um valor ou um título de crédito quando este é resgatado antes de seu vencimento. Todo título tem um ***valor nominal*** ou ***valor de face***, que é aquele correspondente à data de seu vencimento. A operação de desconto permite que se obtenha o ***valor atual*** ou o ***valor presente*** do título em questão

CONCURSEIRO LIVE

MÓDULO 2

2. PORCENTAGEM

Itens do Edital - 2021
Por alguma falta de organização o assunto “porcentagem” não consta dentro da disciplina de Matemática Financeira e sim em Matemática Básica. Porém compreender esse conteúdo é essencial para conseguirmos avançar em Juros Simples e Composto.

Entender o que é porcentagem é o primeiro passo para começarmos a evoluirmos em Matemática Financeira. De uma forma simples, porcentagem nada mais é que o ato de pegar qualquer valor e **dividir em 100 partes iguais**.

Dai vem o nome, “por” “cen” tagem.

Como assim dividir em 100 partes igual professor? Bem simples, vamos a um exemplo. Imagine que você seja aprovado no concurso do banco do Brasil e seu primeiro salário seja de **R$ 4.000,00**. Vamos transformar esse valor em porcentagem.

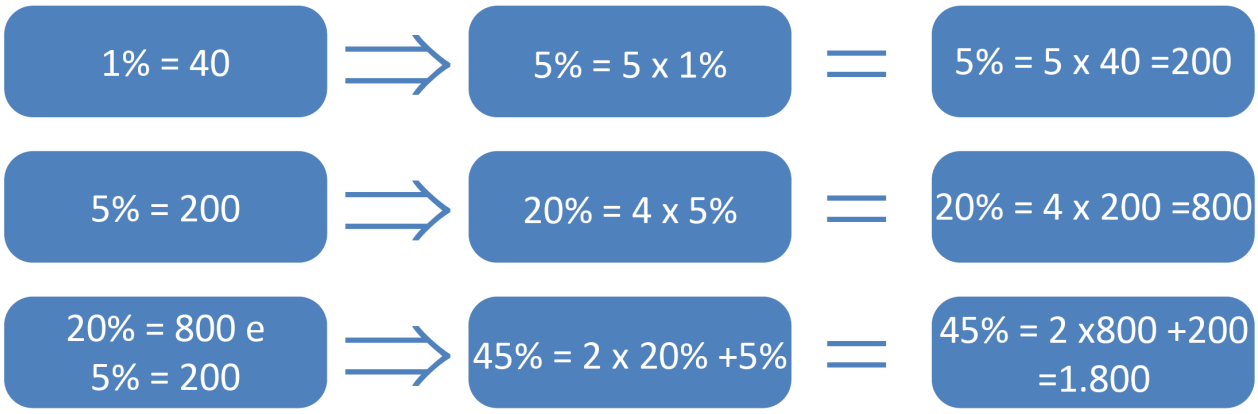
Primeiro vamos **dividir por 100**.

$$\frac{4.000}{100} = 40{,}00$$

Agora que dividimos em 100 partes iguais, já sabemos o quanto vale cada uma das partes, ou seja, quanto vale 1% (um de cem), nesse exemplo, R$ 40,00

À partir desse raciocínio, conseguimos encontrar qualquer porcentagem, apenas fazendo conta de multiplicação (quando aumenta) ou divisão (quando diminui)

Olhe os exemplos abaixo:



Viu como é fácil? Para aprendermos a fazer essas contas e aplicarmos nos conteúdos mais complexos em Matemática Financeira, teremos que antes aprendermos a calcular taxas unitárias. É bem fácil, vou te ensinar!

2.1 TAXA UNITÁRIA

Quando pegamos uma taxa de juros e **dividimos** o seu valor por **100**, encontramos a **taxa unitária**

A taxa unitária é importante para nos auxiliares a desenvolver todos os cálculos em matemática financeira.

Pense na expressão 30% (vinte **por cento**), ou seja, essa taxa pode ser representada por uma fração cujo numerador é igual a 30 e o denominador é igual a 100.

$$30\% = \frac{30}{100} = 0{,}30$$

Como teremos que dividir todos os números por 100 para calcular a taxa unitária, antes vou te ensinar uma dica para facilitar sua vida. Para dividir qualquer número por 100, basta deslocar a virgula 2 casas da direita para esquerda, conforme os exemplos a seguir:

	Onde está a virgula	Deslocando uma casa	Deslocando duas casas
$\frac{30}{100}$	30,	3,0	0,30
$\frac{3}{100}$	3,	0,3	0,03
$\frac{243}{100}$	243,	24,3	2,43
$\frac{20,5}{100}$	20,5	2,05	0,205

Viu com é fácil? Agora vamos praticar, transformando algumas taxas de juros em taxas unitárias

$$25\% = \frac{25}{100} = 0{,}25 \qquad 4\% = \frac{4}{100} = 0{,}04$$

$$40\% = \frac{40}{100} = 0{,}40 \qquad 400\% = \frac{400}{100} = 4$$

$$15{,}2\% = \frac{15{,}2}{100} = 0{,}152 \qquad 0\% = \frac{0}{100} = 0$$

$$100\% = \frac{100}{100} = 1 \qquad 200\% = \frac{200}{100} = 2$$

Tranquilo não é? Agora vamos fazer o processo contrário, esse sempre é um pouco mais trabalhoso.. é como andar de costa, o cérebro se confunde um pouco, mas eu tenho certeza que você é capaz!

Nosso desafio agora é encontrar uma taxa em % (percentual) através de uma taxa unitária. Vou fazer um exemplo para você ver como é:

Quantos porcento tem na taxa unitária 0,25

a) 2,5%
b) 250%
c) 0,25%
d) 25%

É bem fácil, basta a gente fazer o caminho inverso que fizemos para transformar em taxa unitária, ou seja, ao invés de andarmos duas casas com a vírgula da direita para esquerda, vamos andar da esquerda para direita, ou seja:

Onde está a virgula	Deslocando uma casa	Deslocando duas casas	Porcentagem
0,25	2,5	25,	25%

Ou seja, 25%! Fácil não é? Vou fazer mais alguns aqui para ver se você entendeu mesmo.

Onde está a virgula	Deslocando uma casa	Deslocando duas casas	Porcentagem
0,31	3,1	31,	31%
0,01	0,1	1,	1%
1,15	11,5	115,	115%
0,50	5,0	50,	50%
0,05	0,5	5,	5%
0,154	1,54	15,4	15,4%

Agora que você já aprendeu como calcular taxa unitária, podemos evoluir para o próximo desafio.

2.2 FATOR DE CAPITALIZAÇÃO

Vamos imaginar que certo produto sofreu um aumento de 20% sobre o seu valor inicial. Qual novo valor deste produto?

Claro que, se não sabemos o valor inicial deste produto, fica complicado para calcularmos, mas podemos fazer a afirmação abaixo:

O produto valia **100%** e sofreu um **aumento de 20%**. Logo, está valendo **120%** do seu valor inicial.

Como vimos no tópico anterior (2.1 taxas unitárias), podemos calcular qual o fator que podemos utilizar para calcular o novo preço deste produto após o acréscimo.

$$120\% = \frac{120}{100} = 1{,}20$$

O Fator de capitalização é um número pelo qual devo **multiplicar** o preço do meu produto para obter como **resultado** o seu novo preço, acrescido do percentual de aumento que desejo utilizar.

Assim, se o meu produto custava **R$ 50,00**, por exemplo, basta **multiplicar** R$ 50,00 pelo meu fator de capitalização (**por 1,2**) para conhecer seu novo preço. Nesse exemplo, será de **R$ 60,00**.

Vou fazer aqui alguns exemplos para você fixar bem o que ensinei!

Acréscimo	Soma capital	Acha taxa unitária	Fator de Acréscimo
+20%	100% + 20% = 120%	$\frac{120}{100}$	1,2
+2%	100% + 2% = 102%	$\frac{102}{100}$	1,02
+200%	100% + 200% = 300%	$\frac{300}{100}$	3
+45,5%	100% + 45,5%= 145,5%	$\frac{145,5}{100}$	1,455
+0,5%	100% + 0,5% = 100,5%	$\frac{100,5}{100}$	1,005

Agora chegou a hora da gente tentar o processo inverso, isso mesmo, voltar! Através de um fator de capitalização tentarmos identificar qual foi o acréscimo dado. Mais uma vez, só precisamos fazer o processo inverso.

Quantos porcento foi dado de acréscimo tem no fator 1,04

a) 104%
b) 10,4%
c) 40%
d) 4%

Vamos calcular então. Primeiro passo é retirar da taxa unitária o capital, ou seja, 100%, que é 1.

$$1{,}04 = 1{,}04 - 1 = \mathbf{0,04}$$

Pronto, agora que subtraímos o capital (diminuir 1), enxergamos a taxa unitária que foi acrescentada. Agora você já sabe o que fazer não é? Basta multiplicar por 100, ou andar duas casas com a vírgula da esquerda para direita, como aprendemos anteriormente.

Onde está a virgula	Deslocando uma casa	Deslocando duas casas	Porcentagem
0,04	0,4	4,	4%

Entendeu? Vou fazer alguns exemplos para te ajudar.

Fator de Acréscimo	Subtrai o capital (-1)	Multiplica por 100	Taxa de Acréscimo
1,25	1,25 – 1 = 0,25	0,25 x 100 = 25	25%
2,15	2,15 – 1 = 1,15	1,15 x 100=115	115%
1,01	1,01 – 1 = 0,01	0,01 x 100 = 1	1%
1,10	1,10 – 1 = 0,10	0,10 x 100 = 10	10%
1,0404	1,0404 – 1 = 0,0404	0,0404 x 100 = 4,04	4,04%

Estou muito feliz com a nossa evolução, espero que você também! Agora para a gente fechar com chave de ouro esse nosso capitulo de porcentagem, vamos aprender como aplicar o fator de desconto. É bem fácil e quase análogo ao fator de acréscimo, trocamos um sinal de "+" ali por um sinal de "-" aqui e está tudo resolvido!

2.3 FATOR DE DESCONTO

Vamos imaginar que certo produto sofreu um **desconto de 20%** sobre o seu valor inicial. Qual novo valor deste produto?

Claro que, se não sabemos o valor inicial deste produto, fica complicado para calcularmos, mas podemos fazer a afirmação abaixo:

O produto **valia 100%** e sofreu um **desconto de 20%**. Logo, está valendo **80%** do seu valor inicial.

Agora podemos calcular qual o fator que podemos utilizar para calcular o novo preço deste produto após o acréscimo

$$100\% - 20\% = 80\% \rightarrow \frac{80}{100} = 0{,}80$$

O Fator de descapitalização é o número pelo qual devo multiplicar o preço do meu produto para obter como resultado final o seu novo preço, considerando o percentual de desconto que desejo utilizar.

Assim, se o meu produto **custava R$ 50,00**, por exemplo, basta **multiplicar** R$ 50,00 pelo meu fator de descapitalização **por 0,8** para conhecer seu novo preço, neste exemplo será de **R$ 40,00**.

25 – 30

Vamos fazer mais alguns exemplos?

Desconto	Subtrai capital	Acha taxa unitária	Fator de Acréscimo
– 20%	100% – 20% = 80%	$\frac{80}{100}$	0,8
– 2%	100% – 2% = 98%	$\frac{98}{100}$	0,98
– 200%	100% – 200% = ??	Não existe desconto superior a 100%	
– 45,5%	100% – 45,5% = 54,5%	$\frac{54,5}{100}$	0,545
– 50%	100% – 50% = 50%	$\frac{50}{100}$	0,5

Bom, agora vamos ao processo inverso, encontrar uma taxa unitária e descobrir qual o tamanho do desconto dado. Mais uma vez, basta fazermos o processo inverso, ou seja, a gente pega o capital inicial (1 = 100%) e subtrai da taxa unitária para descobrirmos o valor do desconto. Vejamos

Quantos porcento foi dado de acréscimo tem no fator 0,75

a) 75%
b) 7,5%
c) 0,75%
d) 25%

Vamos calcular então. Primeiro passo é retirar do capital a taxa unitária

$$0{,}75 = 1 - 0{,}75 = \mathbf{0,25}$$

Pronto, agora que subtraímos o capital (diminuir 1), enxergamos a taxa unitária que foi descontada do capital. Agora você já sabe o que fazer não é? Basta multiplicar por 100, ou andar duas casas com a vírgula da esquerda para direita, como aprendemos anteriormente.

Onde está a virgula	Deslocando uma casa	Deslocando duas casas	Porcentagem
0,25	2,5	25,	25%

Muito bom não é? Vou fazer mais uns exemplos para ver se você entendeu mesmo

Fator de Desconto	Subtrai do capital (-1)	Multiplica por 100	Taxa de Desconto
0,25	1 – 0,25 = 0,75	0,75 x 100 = 75	75%
0,97	1 – 0,97 = 0,03	0,03 x 100 = 3	3%
0,2	1 – 0,2 = 0,8	0,8 x 100 = 80	80%
0,905	1 – 0,905=0,095	0,095 x 100=9,5	9,5%
0,50	1 – 0,50 = 0,50	0,50 x 100 = 50	50%

Muito bom acho que você aprendeu tudo, mas ao mesmo tempo deve estar se preguntando, onde vou usar isso? Calma, agora que você já domina as ferramentas, vou te ensinar a fazer mágica somente com o que aprendemos até agora.

Você será capaz de responder qualquer questão de porcentagem, isso mesmo, qualquer questão! Vamos ver como aplicar?

Exemplo 2.1:

Os bancos vêm aumentando significativamente as suas tarifas de manutenção de contas. Estudos mostraram um aumento médio de 30% nas tarifas bancárias no 1º semestre de 2020 e de 20% no 2° semestre de 2020. Assim, podemos concluir que as tarifas bancárias tiveram em média suas tarifas aumentadas em:

a) 50%
b) 30%
c) 150%
d) 56%
e) 20%

Ao ler esta questão, muitos candidatos se deslumbram com a facilidade e quase por impulso marcam como certa a alternativa "**a**" (**a** de "apressadinho").

Ora, estamos falando de acréscimos sucessivos. Vamos considerar que a tarifa média mensal de manutenção de conta no início de 2020 seja de R$ 10,00, logo teremos:

Após receber um acréscimo de 30%:

10,00 x 1,3 = 13,00

Agora, vamos acrescentar mais 20% referente ao aumento dado no 2° semestre de 2020:

13,00 x 1,2 = 15,60

Ou seja, as tarifas estão 5,60 mais caras que o início do ano.

Como o valor inicial das tarifas era de R$ 10,00, concluímos que elas sofreram uma alta de **56%**, e não de 50% como parecia inicialmente.

Agora vamos ver como resolver de uma maneira mais prática e fácil, com a técnica exclusiva do **Pai Ed** em Matemática Financeira sem fórmulas!

DICA EXCLUSIVA DO PAI ED

Se você aprendeu bem como fazer os fatores, basta multiplicar os fatores de capitalização:

- **Fator de Capitalização para acréscimo de 30% = 1,3**
- **Fator de Capitalização para acréscimo de 20% = 1,2**
    - **1,3 x 1,2 = 1,56**

Como o produto custava inicialmente 100% e sabemos que 100% é igual a 1 (*ver módulo 1.2*), logo, as tarifas sofreram uma alta média de: 1,56 – 1 = 0,56 = **56%**

Exemplo 2.2

Um produto sofreu em janeiro de 2020 um acréscimo de 20% dobre o seu valor, em fevereiro outro acréscimo de 40% e em março um desconto de 50%. Neste caso podemos afirmar que o valor do produto após a 3ª alteração em relação ao preço inicial é:

a) 10% maior
b) 10 % menor
c) Acréscimo superior a 5%
d) Desconto de 84%
e) Desconto de 16%

Resolução:

Aumento de 20% = $100\% + 20\% = 120\% \rightarrow \frac{120}{100} = \mathbf{1,2}$

Aumento de 40% = $100\% + 40\% = 140\% \rightarrow \frac{140}{100} = \mathbf{1,4}$

Desconto de 50% = $100\% - 50\% = 50\% \rightarrow \frac{50}{100} = \mathbf{0,5}$

Assim: 1,2 x 1,4 x 0,5 = **0,84** (valor final do produto)

Como o valor inicial do produto era de 100% e 100% = 1, temos:

1 – 0,84 = **0,16**

Conclui-se então que este produto sofreu um desconto de 16% sobre o seu valor inicial. (Alternativa E)

2.4 COMO CAI EM PROVA - QUESTÕES CESGRANRIO

1. **(CESGRANRIO – 2010 – PETROBRÁS)** Aumentos sucessivos de 30% e 40% correspondem a um acréscimo total de

a) 70%
b) 75%
c) 78%
d) 80%
e) 82%

2. **(CESGRANRIO – 2015 – BANCO AMAZONAS)** Durante o período de três meses, o preço de um determinado produto sofreu três aumentos consecutivos de 8%, dados em regime composto. Em um evento comercial, foi dado um desconto único sobre o preço obtido ao final dos três aumentos, de modo que o mesmo fosse reduzido ao preço que o produto possuía antes dos três aumentos.

O desconto único dado sobre o preço do produto foi mais próximo de

a) 24%
b) 76%
c) 20%
d) 14%
e) 51%

3. **(CESGRANRIO – 2015 – BANCO AMAZONAS)** Um produto custa, à vista, R$ 176,00. Esse preço foi obtido dando-se 12% de desconto sobre o seu preço original.

Se o desconto dado sobre o preço original do produto tivesse sido de 10%, o seu preço à vista seria de24%

a) R$ 193,60
b) R$ 186,00
c) R$ 180,00
d) R$ 178,00
e) R$ 177,40

Gabarito: 1) E 2) C 3) C

CONCURSEIRO LIVE

MÓDULO 3

3. TAXA DE JUROS PROPORCIONAL E EQUIVALENTE

Itens do Edital - 2021
Esse tema também não se encontra de forma explícita em seu edital, porém falar de taxa de juros proporcional e equivalente é falar de juros simples e composto, ou seja, não tem como aprendermos capitalização, seja simples ou composta, sem aprendermos bem esse conteúdo que vou ensinar para você agora!

As taxas de juros é o fator que capitaliza ou descapitaliza um capital, ou seja, leva um dinheiro para o futuro (capitaliza) ou trás o dinheiro do futuro para o presente (descapitalização).

Nesse capítulo vamos falar sobre essas taxas, entender a diferença de cada uma delas e aprender a calculá-las.

3.1 TAXA PROPORCIONAL

Consideramos que duas taxas são proporcionais, quando elas estão na mesma proporção em relação ao período. Note como é fácil de calcular:



Note que para encontrar a taxa proporcional basta dividirmos ou multiplicarmos. Simples assim professor? Sim, é por isso que encontrar a taxa **proporcional** é como encontrar uma **equivalência de taxa** no regime de **juros simples**!

Exemplo 3.1.1

Qual a taxa de juros anual proporcional à taxa de 2% ao mês?

Primeiro passo:

encontrar a relação entre os prazos, quantas vezes um cabe dentro do outro, ou seja, **dividir o maior pelo menor.**

Um ano (12 meses) dividido por um mês = $\frac{12}{1} = 12$

Segundo Passo:

Ver se a taxa tem que aumentar ou diminuir. Se for aumentar deveremos multiplicar, se for diminuir deveremos dividir.

Taxa ao mês para ano = **Aumenta (multiplicar)**

Terceiro Passo:

Só fazer a conta

2% **× 12** = 24%

Logo a taxa proporcional é de 2% ao mês é de 24% ao ano.

Exemplo 3.1.2

Qual a taxa de juros **bimestral** proporcional à taxa de **15% ao semestre**?

Primeiro passo:

encontrar a relação entre os prazos, quantas vezes um cabe dentro do outro, ou seja, **dividir o maior pelo menor.**

1 semestre dividido por 1 bimestre = $\frac{6}{2} = 3$

Segundo Passo:

Ver se a taxa tem que aumentar ou diminuir. Se for aumentar deveremos multiplicar, se for diminuir deveremos dividir.

Taxa ao semestre para bimestre = **Diminui (Dividir)**

Terceiro Passo:

Só fazer a conta

$$\frac{15}{3} = 5\%$$

Resposta = 5% ao bimestre

3.2 TAXA EQUIVALENTE

Para que duas taxas de juros correspondentes a diferentes períodos sejam equivalentes entre si, é necessário que a aplicação delas sobre um mesmo capital inicial (C) produza o mesmo montante final (M), em igual intervalo de tempo (n) do investimento.

Sempre que falamos de **taxas equivalentes** estamos falando de **juros compostos**.

Agora encontrar essa taxa nos dará um pouco mais de trabalho do que como foi em taxa proporcional, mas nada que você não consiga aprender. Entramos agora em um modelo de juros **exponencial**, o famoso, **juros sobre juros** e não mais **linear**, como é em juros simples (proporcional)

Para resolver equivalência de juros vamos fazer sempre em **3 etapas**:

Etapa 1

- Encontrar a relação entre os prazos em que as taxas são informadas, quantas vezes o maior cabe dentro do menor

Etapa 2

- Analisar se a taxa está crescendo ou diminuindo
- Se a taxa crescer devemos elevar a potência encontrada na etapa 1.
- Se a taxa estiver diminuindo, devemos elevar a pontencia que será o inverso do valor encontrado na etapa 1, ou seja, se encontarrmos 5 elevcamos a 1/5 se encontramos 12 elevamos a 1/12 e assim sucessivamente

Etapa 3

- Utilizar como **base** na hora de fazer o cáculo sempre o "**fator de capitalização**" que aprendemos no módulo anterior, ou seja,
- Se a taxa for de 20% ,utilizaremos 1,2.
- Se a taxa for de 4%, utilizaremos 1,04.
- Assim sucessivamente

Vamos aplicar agora para você ver como é fácil

Exemplo 3.2.1

Qual a taxa de juros ao bimestre equivalente a taxa de 10% ao mês?

ETAPA 1

- Bimestre e mês = 2/1, *pois em um bimestre possui 2 meses*
- *logo a nossa potência é* 2 *ou* 1/2 *depende agora do passo* 2

ETAPA 2

- Taxa informada é ao mês a deseja é ao bimestre, logo vai **aumentar**
- Como aumenta, elevamos a 2

ETAPA 3

- a taxa é de 10%, logo a base será de 1,1 que é o fator de capitalização para 10%
- $(1,1)^2 = 1,21$

Agora basta analisar e entender o resultado, note que a taxa encontra é de 21% a mais que o capital., ou seja, **21% ao bimestre.**

Caso você não tenha "enxergado" como chegamos no 21% à partir do 1,21 é porque você não entendeu bem o módulo onde eu ensinei sobre **fator de capitalização**, recomendo você voltar naquele tópico e reler, pois sua compreensão é essencial para o nosso progresso!

Vamos faze mais uma? Agora de forma mais direta?

Exemplo 3.2.2

Qual a taxa de juros ao semestre equivalente a taxa de 20% ao bimestre?

1º Passo: quantas vezes o menor cabe no maior, nesse caso o bimestre cabe no semestre 3 vezes, logo nosso expoente será **3 ou 1/3** dependerá se a taxa vai aumentar ou diminuir.

2º passo: bimestre para semestre, **aumenta**, logo nossa potência será 3

3º passo: Transformar a taxa de juros em unitária e somar **1** (100%). Assim: 1 + 0,20 = 1,20

elevar esta taxa ao período de capitalização. Neste caso 3, pois **um semestre** possui **três bimestres**.

$(1,20)^3$ = **1,728**

Identificar a taxa correspondente.

1,728 = **72,8%**

Resposta: 72,8% ao semestre

"Entendi professor mas e quando for diminuir a taxa, ou seja, elevar naquela potência com fração, como vou fazer isso na prova sem calculadora?"

Então meu caro cabeção, é bem raro isso acontecer em concursos, as pouquíssimas vezes que caíram foram sempre a potência 1/2 pois elevar a 1/2 é a mesma coisa que extrair a raiz quadrada, o que dependendo do número é possível de ser feito.

Vou fazer um exemplo aqui, apenas a título de curiosidade, pois a probabilidade de cair na sua prova é inferior a 1%. Se bem que se cair será demais, somente você, meu aluno, vai acertar, porque ninguém ensina isso!

Exemplo 3.2.3

Qual a taxa de juros ao semestre equivalente a taxa de 69% ao ano?

1º Passo: quantas vezes o menor cabe no maior, nesse caso o semestre cabe no ano 2 vezes, logo nosso expoente será **2 ou 1/2** dependerá se a taxa vai aumentar ou diminuir.

2º passo: ano para semestre, **diminui**, logo nossa potência será **1/2**

3º passo: Transformar a taxa de juros em unitária e somar **1** (100%). Assim: 1 + 0,69 = 1,69

Agora vamos aos cálculos

$$(1{,}69)^{\frac{1}{2}} = \sqrt[2]{1{,}69}$$

Elevar um número a potência 1/2 é o mesmo que extrair a raiz quadrada. Assim como elevar na potência 1/3 é como extrair a raiz cúbica.

"Mais professor, eu não sei fazer nem a raiz quadrada de um número inteiro, ai você quer que eu faça de um número com vírgula, assim o senhor me quebra"

Calma, vamos eliminar essa vírgula agora. Se você aprendeu bem lá no início da nossa apostila, eu ensinei como andar com a vírgula. Vamos andar com a vírgula duas casas para direita, ou seja, dividir por 100. Lembra em fator de acréscimo de 69% que era 1,69 então entre esses duas etapas a gente passou por uma que era a fração 169/100. Fica assim:

$$\sqrt[2]{1{,}69} = \sqrt[2]{\frac{169}{100}}$$

"Agora melhorou, mas ainda não resolveu, porque não sei fazer raiz de fração também"

Isso é bem fácil, deixa eu clarear suas ideias mais ainda.

$$\sqrt[2]{1{,}69} = \sqrt[2]{\frac{169}{100}} = \frac{\sqrt[2]{169}}{\sqrt[2]{100}}$$

Pronto, agora vai não é? Basta lembrar lá da sexta série, quando o professor de matemática ensinou uma coisa chamada, **fatoração**

$$\sqrt[2]{1{,}69} = \sqrt[2]{\frac{169}{100}} = \frac{\sqrt[2]{169}}{\sqrt[2]{100}} = \frac{\sqrt[2]{13^2}}{\sqrt[2]{10^2}} = \frac{13}{10} = 1{,}3$$

Fácil não é? Concordo, fácil, não é... mas a chance de cair na sua prova tende a zero, porém a probabilidade de você ser um dos raros que vão acertar são enormes!

DICA EXCLUSIVA DO PAI ED

Nas provas de concursos, as potências que costumam cair são sempre 2 ou 3 e muito raro 4. Pois a prova não quer saber se você sabe multiplicar e sim se entende o conceito. Quem resolve uma questão com a potência 2 também resolve uma com potência 6 é só uma questão de mais ou menos tempo, mais ou menos cálculos, mas o raciocínio, que é o que importa, é o mesmo!

Caso a prova utilize uma potência superior a 4, certamente ela irá disponibilizar a potência, exemplo

Como a questão vai mostrar	O que a base nos fala?	O que a potência nos fala?	O que o resultado nos fala?
$1{,}01^{12} = 1{,}127$	1,01 quer dizer que a taxa é de 1%.	12, quer dizer que vamos aumentar a taxa em 12 vezes, ou seja, se a taxa de 1% ao mês estamos procurando a taxa ao ano, se for de 1% ao bimestre estamos procurando a taxa para dois anos e assim sucessivamente.	Ao pegar uma taxa de 1% e capitalizar ela 12 períodos, encontramos 1,127, ou seja, 0,127 (12,7%) a mais que o 1% (100%). Logo, 1% ao mês equivale a 12,7% ao ano.
$1{,}05^{3} = 1{,}158$	1,05 quer dizer que a taxa é de 5%.	3, quer dizer que vamos aumentar a taxa em 3 vezes, ou seja, se a taxa de 5% ao mês estamos procurando a taxa ao trimestre, se for de 5% ao bimestre estamos procurando a taxa para semestre e assim sucessivamente	Ao pegar uma taxa de 5% e capitalizar ela 3 períodos, encontramos 1,158, ou seja, 0,158 (15,8%) a mais que o 1% (100%). Logo, 5% ao mês equivale a 15,8% ao trimestre.

3.3 RESUMO TAXA PROPORCIONAL X EQUIVALENTE

	Taxa Proporcional	Taxa Equivalente
Regime de Capitalização	SIMPLES	COMPOSTO
Base	A própria taxa	Fator de acréscimo em relação a taxa
Razão prazo	Divide prazo maior pelo menor	
Quando aumenta	Multiplica a base pela razão dos prazos	Eleva a base pela razão dos prazos
Quando diminui	Divide a base pela razão dos prazos	Eleva a base pela razão inversa dos prazos, ou seja, 1/razão encontrada

3.4 COMO CAI EM PROVA - QUESTÕES CESGRANRIO

1. (CESGRANRIO – 2012 – TERMOBAHIA) Numa aplicação financeira, no regime de juros simples, a transformação do prazo específico da taxa para o de capitalização é chamada taxa proporcional de juros, taxa linear ou taxa nominal. A aludida taxa proporcional de juros, do regime de juros simples, é obtida pela70%

a) divisão entre a taxa de juros considerada na operação e a quantidade de períodos de capitalização.
b) divisão do total dos juros apurados na operação pelo valor inicial aplicado.
c) divisão do montante obtido na operação pelo valor inicial aplicado.
d) multiplicação da taxa de juros considerada na operação e a quantidade de períodos de capitalização.
e) redução do montante obtido na operação do valor inicial aplicado.

2. (CESGRANRIO – 2011 – TRANSPETRO) A taxa anual equivalente à taxa composta trimestral de 5% é

a) 19,58%
b) 19,65%
c) 19,95%
d) 20,00%
e) 21,55%

3. (CESGRANRIO – 2012 – LIQUIGAS) Um empréstimo, por quatro meses, no regime de juros compostos, a taxa de juros de 10% ao mês, equivale, no regime de juros simples, a um empréstimo, por quatro meses, com taxa mensal de70%

a) 9,0%
b) 9,6%
c) 10,0%
d) 11,6%
e) 12,0%

Gabarito: 1) A 2) E 3) D

CONCURSEIRO LIVE

MÓDULO 4

4. JUROS SIMPLES

Itens do Edital - 2021
2 — Juros simples — Cálculo do montante, dos juros, da taxa de juros, do principal e do prazo da operação financeira

Como vimos no capítulo 1, a definição de capitalização é uma operação de adição dos juros ao capital. Bom, vamos adicionar estes juros ao capital de duas maneira, uma maneira simples e outra composta e depois compararmos.

Vamos analisar o exemplo abaixo:

José realizou um empréstimo de antecipação de seu 13° salário no Banco do Brasil no valor de R$ 100,00 reais, a uma taxa de juros de **10% ao mês**. Qual o valor pago por José se ele quitou o empréstimo **após 5 meses**, quando recebeu seu 13°?

Valor dos juros que este empréstimo de José gerou em cada mês.

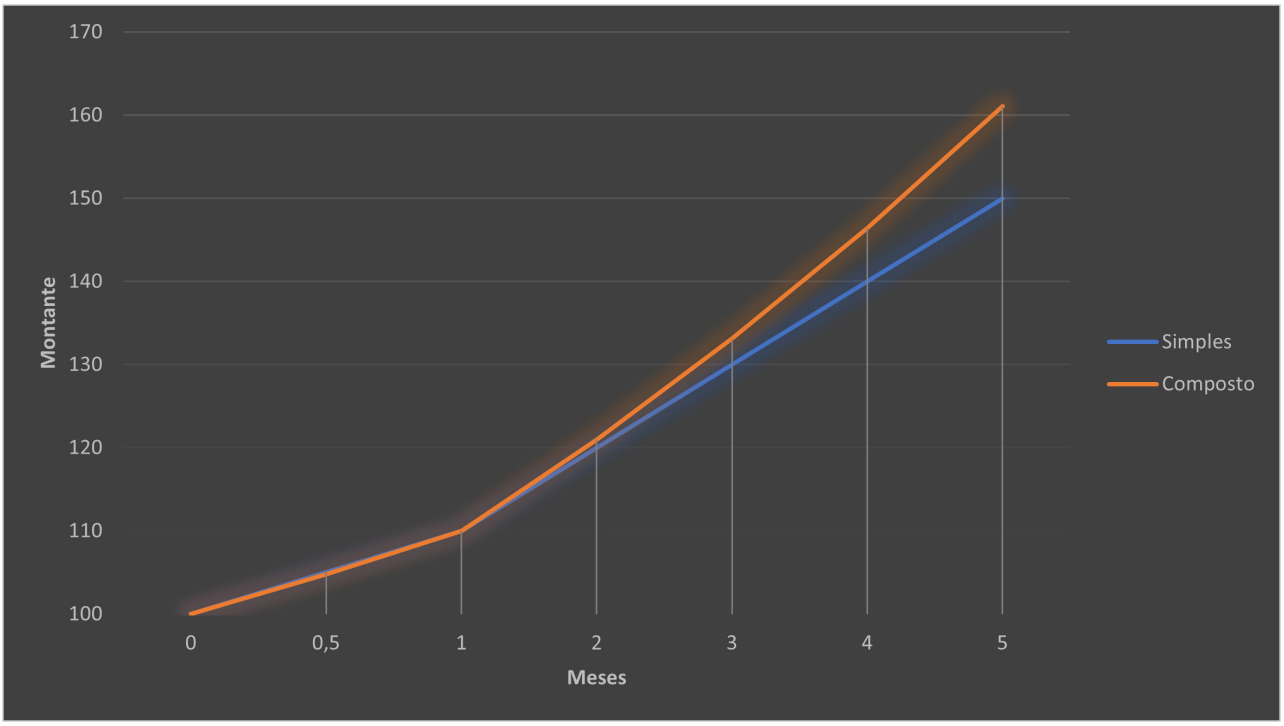
Em juros simples, os juros são cobrados sobre o valor do empréstimo (capital)

CAPITALIZAÇÃO COMPOSTA		
MÊS	**JUROS COBRADO**	**SALDO DEVEDOR**
1º	10% de R$ 100,00 = **R$ 10,00**	R$ 100,00 + R$ 10,00 = **R$ 110,00**
2º	10% de R$ 100,00 = **R$ 10,00**	R$ 110,00 + R$ 10,00 = **R$ 120,00**
3º	10% de R$ 100,00 = **R$ 10,00**	R$ 120,00 + R$ 10,00 = **R$ 130,00**
4º	10% de R$ 100,10 = **R$ 10,00**	R$ 130,00 + R$ 10,00 = **R$ 140,00**
5º	10% de R$ 100,00 = **R$ 10,00**	R$ 140,00 + R$ 10,00 = **R$ 150,00**

Em juros composto, os juros são cobrados sobre o saldo devedor (capital + juros do período anterior)

CAPITALIZAÇÃO COMPOSTA		
MÊS	**JUROS COBRADO**	**SALDO DEVEDOR**
1º	10% de R$ 100,00 = **R$ 10,00**	R$ 100,00 + R$ 10,00 = **R$ 110,00**
2º	10% de R$ 110,00 = **R$ 11,00**	R$ 110,00 + R$ 11,00 = **R$ 121,00**
3º	10% de R$ 121,00 = **R$ 12,10**	R$ 121,00 + R$ 12,10 = **R$ 133,10**
4º	10% de R$ 133,10 = **R$ 13,31**	R$ 133,10 + R$ 13,31 = **R$ 146,41**
5º	10% de R$ 146,41 = **R$ 14,64**	R$ 146,41 + R$ 14,64 = **R$ 161,05**

Assim notamos que o Sr. José terá que pagar após 5 meses R$ 150,00 se o banco cobrar juros simples ou R$ 161,05 se o banco cobrar juros compostos.



Note que juros compostos a curva é superior não é? Sim, mas não sempre... isso mesmo, existem situações que os juros compostos serão **inferior** ao juros simples. Mas isso é assunto quando estudarmos o próximo capítulo, agora vamos focar em simplificar nossa vida!

4.1 RESOLVENDO QUESTÕES DE JUROS SIMPLES

Se você aprendeu bem como se calcula **taxa proporcional** você saberá calcular **juros simples**. Basta adicionarmos alguns conceitos.

- **Taxa de Juros (i):** é a taxa que é empregada sobre o capital, a arte de calcular juros é sempre descobrir qual a taxa total do período e aplicar sobre o capital.
- **Capital (C):** é o seu valor no momento zero, ou seja, valor inicial, que deverá ser corrigido, capitalizado pra o futuro.
- **Juros (J):** é o valor encontrado quando multiplicamos o capital pela taxa de juros. J=**Cxi**
- **Montante (M):** é o valor final, ou seja, o valor do capital, acrescido os juros encontrados. **M = C+J**
- **Prazo (t):** é o tempo em que o dinheiro será corrigido, importante para poder encontrar a taxa proporcional.

"Mas professor, você não disse que não iriamos precisa utilizar fórmulas?"

Sim meu caro cabeção, prometi e vou cumprir. Respira, apenas conceitos, não usar fórmula implica em entender e não decorar. Vamos colocar em prática o que estou te falando, como calcular juros compostos, sem precisar de fórmula.

Vamos começar utilizar uma questão de concurso para aplicar nosso método.

A única fórmula que você precisa saber para resolver qualquer questão de juros, seja simples ou composto:



Ou seja, calcular juros simples, basta aplicar o fator de acréscimo a um capital. Vou fazer algumas questões de concurso para você como é fácil.

4.1.1 Calculo de Montante, Capital ou juros

1. (CESGRANRIO – 2013 – BR DISTRIBUIDORA) Sebastião emprestou R$300,00 para Carlos, mas cobrou juros simples de 5% ao mês. Carlos quitou a dívida (R$ 300,00 + juros) depois de quatro meses. Quanto Carlos pagou de juros?

a) R$ 15,00
b) R$ 60,00
c) R$ 75,00
d) R$ 90,00
e) R$ 150,00

Passo 1: Identificação das variáveis dadas e do que a questão deseja

Capital (C) = 300,00

Taxa de juros (i) = 5% ao mês

Prazo = 4 meses

Juros = ???

Passo 2: Encontrar qual a taxa de juros do período, encontrando a taxa proporcional, bem fácil como aprendemos no outro capítulo.

Taxa que temos: 5% ao mês

Prazo que desejamos: 4 meses

Como a taxa aumenta, temos que multiplicar

E a razão entre os prazos (quantidade de vezes que o prazo menor cabe no maior) é igual a 4

Logo, a taxa de juros do período será:

5%×4=20% *ao período*

Passo 3: Como já sabemos a taxa do período agora conseguimos encontrar o juros ou o montante. Apenas multiplicando pelo capital.

Se você deseja encontra os **juros**, basta multiplicar o capital pela **taxa de juros** do período:

Juros = 300 × 0,2 = 60,00

Caso você deseje encontrar o **montante**, basta multiplicar o mesmo capital, mas pelo **fator de acréscimo** do período, nesse caso, com a taxa do período é 20%, logo o fator de acréscimo será de 1,2

Montante = 300 × 1,2 = 360,00

Como a questão perguntou os juros, logo a alternativa **correta é a B, 60,00**!

4.1.2 Calculo de Prazo ou taxa de juros

2. (CESGRANRIO – 2012 – TERMOBAHIA) Um empréstimo de R$ 1.200,00 reais foi tomado em uma financeira, no primeiro dia do mês, sendo cobrados 3% de juros simples mensais para corrigir o valor devido.

Se nenhum pagamento for realizado e não houver incidência de outros encargos, em quantos meses, contados a partir da data do empréstimo, o valor devido alcançará R$ 1.668,00?

a) 11
b) 13
c) 33
d) 36
e) 46

Passo 1: Identificação das variáveis dadas e do que a questão deseja

Capital (C) = 1.200,00

Taxa de juros (i) = 3% ao mês

Prazo = ??? meses

Montante = 1.668,00

Passo 2: Utilizar nossa fórmula para encontrar o fator de acréscimo que o montante sofreu. Como estamos falando de Montante e Capital, iremos utilizar a nossa fórmula:

Montante = ***Capital*** × ***Fator***

1.668,00 = 1.200,00 × *Fator*

$$Fator = \frac{1668}{1200} = 1{,}39$$

Note que o fator encontrado é superior a 1 (100%) em 0,39 (39%), ou seja, o juros **total** acumulado no **período** é de **39%**

Passo 3: Encontrar o prazo necessário para que a taxa de juros de 3% ao mês acumule 39% no total. Lembrando, como é **juros simples** utilizaremos o que aprendemos em **juros proporcionais**, lembra aquilo de quantas vezes a taxa menor cabe na maior? Então, é exatamente isso que vamos fazer.

Taxa que temos: 3% ao mês

Taxa total do período: 39%

$$Período = \frac{39}{3} = 13$$

Como a taxa é de 3% ao **mês**, logo serão necessários **13 meses** para conseguirmos elevar o capital de 1.200,00 para 1.668,00.

Resposta correta: **Alternativa B**

CONCURSEIRO LIVE

MÓDULO 5

5. JUROS COMPOSTOS

Itens do Edital - 2021
3 — Juros compostos — Cálculo do montante, dos juros, da taxa de juros, do principal e do prazo da operação financeira.

Sabe o que é mais legal do método do **pai Ed**? É que você consegue resolver tanto as questões de **juros simples** como as de **juros compostos** da mesma maneira. Isso mesmo, a fórmula é a mesma, ou melhor, não existe fórmula.

Qual a única diferença em relação ao que aprendemos no capítulo anterior? É que agora não utilizaremos taxa de juros **proporcional** e sim **equivalente**. Vamos ver como fazer então?

5.1 RESOLVENDO QUESTÕES DE JUROS COMPOSTOS

Se você aprendeu bem como se calcula **taxa equivalente** você saberá calcular **juros compostos**. Vamos relembrar os conceitos que ensinamos em juros simples.

- **Taxa de Juros (i)**: é a taxa que é empregada sobre o capital, a arte de calcular juros é sempre descobrir qual a taxa total do período e aplicar sobre o capital.
- **Capital (C)**: é o seu valor no momento zero, ou seja, valor inicial, que deverá ser corrigido, capitalizado pra o futuro.
- **Juros (J)**: é o valor encontrado quando multiplicamos o capital pela taxa de juros. J=**Cxi**
- **Montante (M)**: é o valor final, ou seja, o valor do capital, acrescido os juros encontrados. **M = C+J**
- **Prazo (t)**: é o tempo em que o dinheiro será corrigido, importante para poder encontrar a taxa proporcional.

Mais uma vez, a única fórmula que você precisa saber para resolver qualquer questão de juros, seja simples ou composto:



Ou seja, calcular juros composto, basta aplicar o fator de acréscimo a um capital. Vou fazer algumas questões de concurso para você como é fácil.

4.1.1 Calculo de Montante, Capital ou juros

1. (CESGRANRIO – 2018 – TRANSPETRO) Uma empresa captou R$ 100.000 reais a uma taxa de juros compostos de 1% ao mês. Ao cabo de seis meses no futuro, essa dívida terá um valor em reais, no presente, de

a) R$ 103.030
b) R$ 104.060
c) R$ 105.101
d) R$ 106.000
e) R$ 106.152

Passo 1: Identificação das variáveis dadas e do que a questão deseja

Capital (C) = 100.000,00

Taxa de juros (i) = 1% ao mês

Prazo = 6 meses

Montante = ???

Passo 2: Encontrar qual a taxa de juros do período, encontrando a taxa equivalente, o aprendemos no capítulo anterior

Taxa que temos: 1% ao mês

Prazo que desejamos: 6 meses

Como a taxa aumenta, temos que elevar a potência

$$1{,}01^6 = 1{,}01 \times 1{,}01 \times 1{,}01 \times 1{,}01 \times 1{,}01 \times 1{,}01 \cong 1{,}06152$$

Ou seja, aproximadamente 6,15%

Passo 3: Agora basta aplicar o fator de acréscimo ao capital

Montante = *Capital* × *fator acréscimo*

Montante = 100.000 × 1,06152 = **106.152**

Alternativa E

Nossa Pai Ed.. essa questão judiou hein? Essa potência igual a 6, você disse que não iria cair, e agora? Bom, caro cabeção eu disse que não precisaria calcular, de fato a questão quer saber se você é inteligente ou não. Pensa comigo.

Qual a taxa ao mês: 1%

O período: 6 meses

Se fosse juros simples? 1% x 6 = 6%.

Quanto seria o montante? 100.000 x 1,06 (acréscimo de 6%) = 106.000,00

É, mas é juros compostos, não é? Então, nesse caso, o montante será maior ou menor? Resposta maior.

Agora olhe para alternativa e procure qual delas é a **única** com valor **maior** que os 106 mil?

Viu como era uma questão mais de **raciocínio** do que simplesmente **matemática financeira**?

2. (CESGRANRIO – 2018 – IBGE) Uma empresa está preparando uma reestruturação financeira e, para isso, vai captar R$ 100.000.000,00 emitindo títulos com vencimento para 2021, pagando juros compostos de 7% ao ano aos compradores.

Considerando-se que os títulos sejam todos vendidos em janeiro de 2014 e resgatados em janeiro de 2021, o valor mais próximo do montante a ser pago aos credores desses títulos, em milhões de reais, será de

Dados:

$1{,}07^{7} \equiv 1{,}61$;

$1{,}07^{14} \equiv 2{,}58$

a) 149
b) 161
c) 198
d) 247
e) 258

Passo 1: Identificação das variáveis dadas e do que a questão deseja

Capital (C) = 100.000.000,00

Taxa de juros (i) = 7% ao ano

Prazo = 7 anos (2014 a 2021)

Montante = ???

Passo 2: Encontrar qual a taxa de juros do período, encontrando a taxa equivalente, o aprendemos no capítulo anterior

Taxa que temos: 7% ao mês

Prazo que desejamos: 7 anos

Como a taxa aumenta, temos que elevar a potência

$$1{,}07^7 \cong 1{,}061 \ (conforme\ dado\ na\ questão)$$

Ou seja, aproximadamente 61%

Passo 3: Agora basta aplicar o fator de acréscimo ao capital

Montante = *Capital* × *fator acréscimo*

Montante = 100.000.000 × 1,61 = **161.000.000**

Alternativa B

CONCURSEIRO LIVE

MÓDULO 6

6. SISTEMAS DE AMORTIZAÇÃO - SISTEMA PRICE;

Itens do Edital - 2021
4 — Sistemas de amortização — Sistema *price*

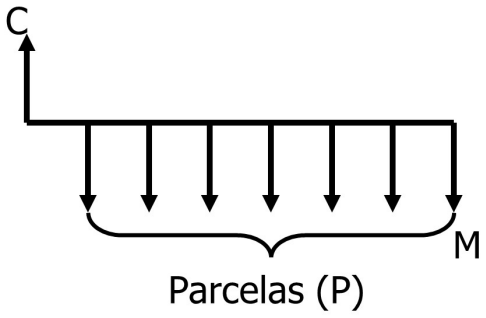
SÉRIES DE PAGAMENTOS

Esse conteúdo pode ser visto como uma extensão de Juros Compostos. Enquanto em Juros composto um empréstimo ou uma compra eram feitos para serem quitados em um único pagamento, em série de pagamento, como o próprio nome já diz, esse pagamento será feito por mais de uma parcela. O mesmo ocorre nas aplicações, que em Juros Compostos analisávamos apenas uma aplicação de um valor único. Em série de pagamentos, podemos estudar casos em que o cliente faz depósitos durante vários meses e chega a um montante.

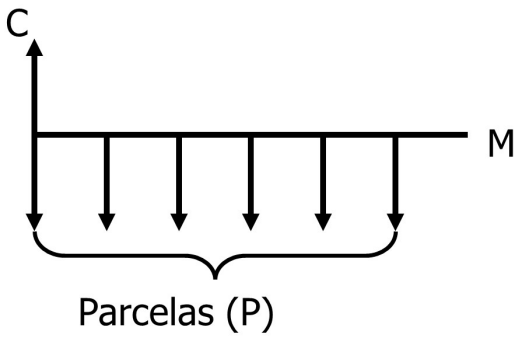
TIPOS DE SÉRIE DE PAGAMENTO

As séries de pagamentos se dividem basicamente em dois tipos de séries: **Série Antecipada** e **Série Póstecipada**. Aprenderemos agora como diferenciá-las:

Séries de pagamentos Postecipadas: é aquela em que não existe um depósito inicial (não existe uma entrada). No caso de empréstimos e financiamentos, possui um comportamento descrito pelo fluxo abaixo:



Séries de pagamentos Antecipadas: é aquela que exige um depósito inicial (uma entrada). É mais utilizada em investimentos. Cuidado: nem todas as operações que possuem entrada são séries antecipadas. É necessário que o valor da entrada seja o mesmo que o valor das demais prestações. Vamos ver como é o comportamento descrito pelo fluxo abaixo:



CARACTERÍSTICAS DE UM SISTEMA DE AMORTIZAÇÃO FRANCÊS

- As parcelas são constantes
- Juros decrescentes
- Amortizações crescentes
- Saldo devedor decrescente

FÓRMULAS:

SÉRIES POSTECIPADAS

CALCULO DA PRESTAÇÃO (UTILIZANDO O CAPITAL)	CALCULO DA PRESTAÇÃO (UTILIZANDO O MONTANTE)
$P = C \times \left\{ \frac{(1+i)^t \times i}{(1+i)^t - 1} \right\}$	$P = M \times \left\{ \frac{i}{(1+i)^t - 1} \right\}$

SÉRIES ANTECIPADA

CALCULO DA PRESTAÇÃO (UTILIZANDO O CAPITAL)	CALCULO DA PRESTAÇÃO (UTILIZANDO O MONTANTE)
$P = C \times \left\{ \frac{(1+i)^t \times i}{(1+i)^t - 1} \right\} \times \frac{1}{(1+i)}$	$P = M \times \left\{ \frac{i}{(1+i)^t - 1} \right\} \times \frac{1}{(1+i)}$

Onde:

P = Valor da prestação

C = Valor do Capital (Entrada, aplicação inicial)

M = Valor do Montante

i = Taxa de juros;

t = Prazo.

A prestação de uma série de pagamento é composta de duas partes: juros e amortização. Ou seja:
Prestação = Juros + Amortização

CONSIDERAÇÕES:

Não basta apenas decorar as fórmulas. Precisamos entender o processo. Observe que as fórmulas para a série de pagamentos antecipada e para a série de pagamentos postecipado são idênticas. Porém, como na série de pagamentos antecipada ocorre uma parcela no período inicial, incluímos essa parcela na fórmula.

A maioria das questões de séries de pagamentos cobradas em concurso exige a utilização de tabela para a sua resolução, mas é possível cobrar este conteúdo sem fornecer uma tabela para resolução.

Assim, as bancas costumam informar o valor de $\mathbf{(1+i)^t}$. No entanto, a CESPE possui característica de informar esse valor com t negativo, e a **CESGRANRIO** também informou dessa forma na prova da Caixa Econômica Federal de 2012, nível médio. Quando isso acontece, podemos usar uma fórmula alternativa, que acaba sendo bem mais simples:

$$P = C\left(\frac{i}{1-F}\right)$$

TABELA DE AMORTIZAÇÃO DE UM SISTEMA FRANCÊS

Vamos ver um exemplo de como construir uma tabela de amortização de um sistema francês (*tabela price*).

Exemplo 6.1 Um cliente solicitou um empréstimo no valor de R$ 10.000,00 para pagar em 5 prestações mensais iguais e consecutivas, sendo que a primeira parcela tem seu vencimento 30 dias após a data da contratação. Sabendo que a taxa de juros cobrada pela financeira é de 10% ao mês, calcule o valor da prestação e os juros e cota de amortização de cada mês.

Como a primeira prestação vence 1 mês após a data da contratação do empréstimo, estamos diante de uma série postecipada.

Dados:

C = 10.000,00

t = 5 meses

i =10% ao mês

P = ???

Aplicando a formula temos:

$$P = C \times \left\{ \frac{(1+i)^t \times i}{(1+i)^t - 1} \right\} \rightarrow P = 10.000 \times \left\{ \frac{(1+0,10)^5 \times 0,10}{(1+0,10)^5 - 1} \right\}$$

$$P = 10.000 \times \left\{ \frac{(1,10)^5 \times 0,10}{(1,10)^5 - 1} \right\} \rightarrow P = 10.000 \times \left\{ \frac{1,61 \times 0,10}{1,61 - 1} \right\}$$

$$P = 10.000 \times \left\{ \frac{0,16105}{0,61} \right\} \rightarrow P = 10.000 \times 0,26402$$

$$P = 2.640,18$$

OBS: O calculo de $(1,10)^5$ exige tabela ou terá seu valor dado no exercício.

Agora vamos preencher a tabela de amortização com os dados que já conhecemos.

N	Prestação	Juros	Amortização	Saldo devedor após pagamento da parcela
0	----------	----------	----------	-10.000,00
1	2.640,18			
2	2.640,18			
3	2.640,18			
4	2.640,18			
5	2.640,18			

Toda informação que temos até agora é que o empréstimo será liquidado em 5 parcelas consecutivas de R$ 2.640,18 (valor encontrado acima).

Para completar a tabela, temos que ter os seguintes conceitos definidos:

- Os juros da parcela n são cobrados sobre o saldo devedor após o pagamento da parcela (n – 1). Ou seja: os juros da 2ª parcela são cobrados sobre o saldo devedor após o pagamento da primeira parcela e assim sucessivamente.
- O valor da prestação é os juros somados com a amortização. Podemos também concluir que a amortização é igual à prestação menos os juros.
- Somente a amortização reduz o saldo devedor. Os juros não impactam no saldo devedor do empréstimo.

Agora vamos calcular os juros da 1ª parcela: (considerando uma taxa de juros de 10% = 0,10)

$$J_1 = i \times SD_0 \rightarrow J_1 = 0{,}10 \times 10.000$$

$$J_1 = 1.000{,}00$$

Podemos calcular a amortização da primeira parcela como a diferença entre a prestação e os juros

$$A_1 = P - J_1 \rightarrow A_1 = 2.640{,}80 - 1.000$$

$$A_1 = 1.640{,}80$$

O novo saldo devedor será dado por:

$$SD_1 = SD_0 - A_1 \rightarrow SD_1 = 10.000{,}00 - 1.640{,}80$$

$$SD_1 = 8.359{,}20$$

Completando a tabela, teremos:

N	Prestação	Juros	Amortização	Saldo devedor após pagamento da parcela
0	----------	----------	----------	-10.000,00
1	2.640,18	1.000,00	1.640,80	8.359,20
2	2.640,18			
3	2.640,18			
4	2.640,18			
5	2.640,18			

Vamos repetir todos os processos anteriores para completar a linha 2

Agora vamos calcular os juros da 2ª parcela:

$$J_2 = i \times SD_1 \rightarrow J_2 = 0{,}10 \times 8.359{,}20$$

$$J_2 = 835{,}92$$

Podemos calcular a amortização da segunda parcela como a diferença entre a prestação e os juros

$$A_2 = P - J_2 \rightarrow A_2 = 2.640{,}80 - 835{,}92$$

$$A_1 = 1.804{,}88$$

O novo saldo devedor será dado por:

$$SD_2 = SD_1 - A_2 \rightarrow SD_2 = 8.359{,}20 - 1.804{,}88$$

$$SD_2 = 6.554{,}32$$

Completando a tabela, teremos:

N	Prestação	Juros	Amortização	Saldo devedor após pagamento da parcela
0	----------	----------	----------	-10.000,00
1	2.640,18	1.000,00	1.640,80	8.359,20
2	2.640,18	835,92	1.804,88	6.554,32
3	2.640,18			
4	2.640,18			
5	2.640,18			

Agora é só repetir o processo para as próximas 3 linhas e encontraremos os seguintes valores:

N	Prestação	Juros	Amortização	Saldo devedor após pagamento da parcela
0	----------	----------	----------	-10.000,00
1	2.640,18	1.000,00	1.640,80	8.359,20
2	2.640,18	835,92	1.804,88	6.554,32
3	2.640,18	655,43	1.984,75	4.569,57
4	2.640,18	456,95	2.183,23	2.386,34
5	2.640,18	238,63	2.401,55	15,21

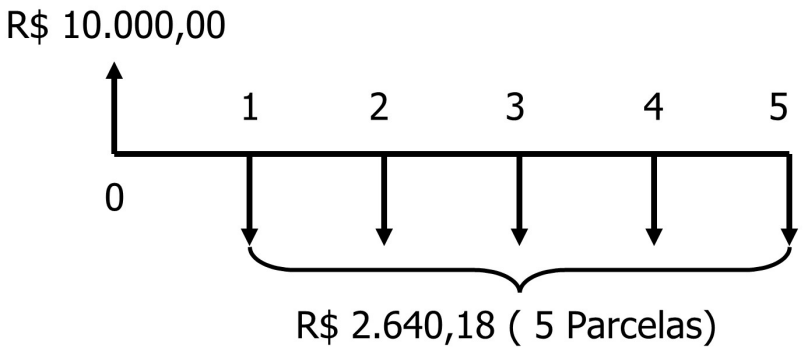
OBSERVAÇÃO: O saldo devedor após pagamento da ultima parcela deve ser sempre igual a zero. Neste exemplo, encontramos R$ 15,21 pelo fato de termos feito alguns arredondamentos quando calculamos o valor das parcelas.

O mais importante desta tabela é entender os conceitos abaixo:

1. A prestação é sempre constante
2. Juros são decrescentes
3. A amortização é crescente
4. Prestação é igual a juros mais amortização.
5. Os juros são calculados multiplicando a taxa de juros pelo saldo devedor do período anterior.
6. Apenas a amortização reduz o saldo devedor.

FLUXO DE CAIXA

Vamos entender o exemplo anterior em um Fluxo de Caixa:



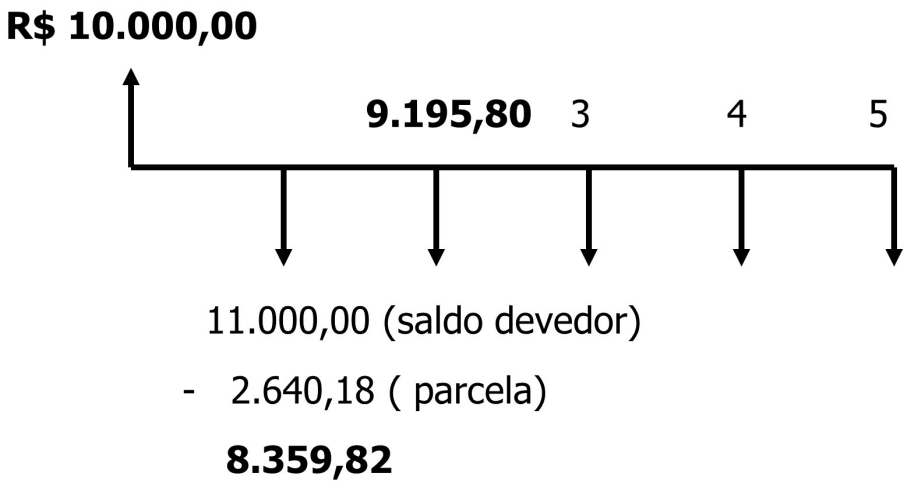
Passo 1: Vamos capitalizar o saldo devedor considerando uma taxa de juros de 10% ao mês. Assim, o saldo devedor do tomador de empréstimo será de:

R$ 10.000,00 x 1,10 = R$ 11.000,00

Ou seja: na data de pagamento da primeira parcela, o saldo devedor do clientes será de R$ 11.000,00

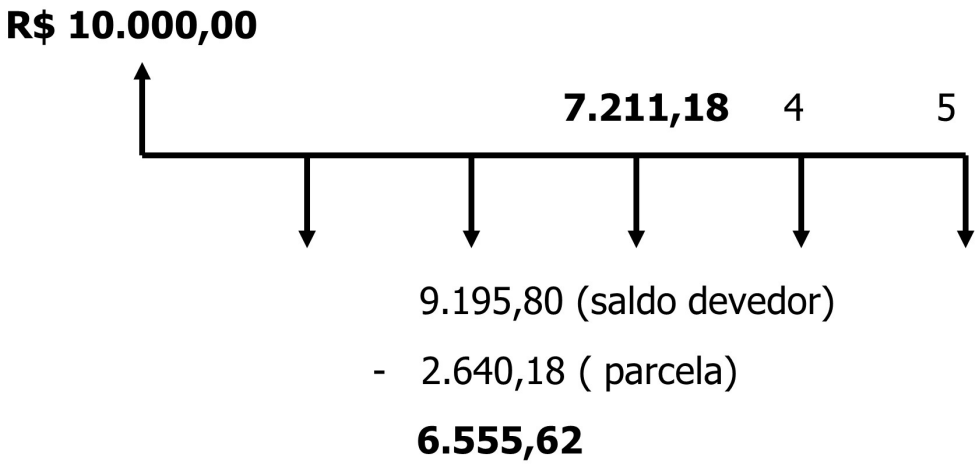
Passo 2: Agora vamos descontar o pagamento da primeira parcela do cliente, atualizar o seu saldo devedor e capitalizar mais uma vez pela taxa de 10%, para que possamos descobrir qual o seu saldo devedor no momento do pagamento da 2ª parcela.

- Saldo devedor após pagamento da 1ª parcela: R$ 11.000,00 – 2.640,18 = **R$ 8.359,82**
- Saldo devedor no pagamento da 2ª parcela: R$ 8.359,82 x 1,10 = **R$ 9.195,80**



Passo 3: Repetindo o processo do passo 2, teremos:

- Saldo devedor após pagamento da 2ª parcela: R$ 9.195,80 – 2.640,18 = **R$ 6.555,62**
- Saldo devedor no pagamento da 3ª parcela: R$ 6.555,62 x 1,10 = **R$ 7.211,18**

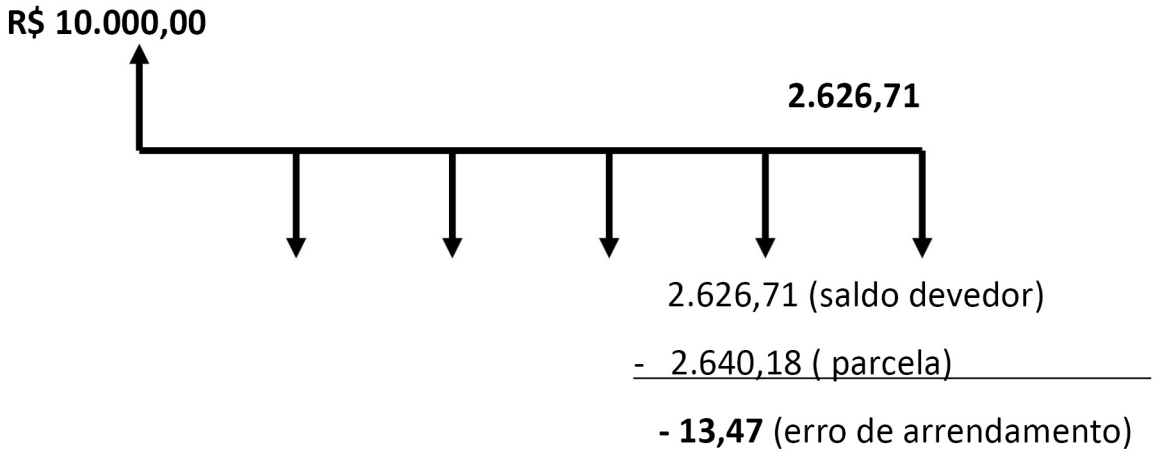


Passo 4: Repetindo as operações acima até a ultima parcela, teremos:

- Saldo devedor após pagamento da 3ª parcela: R$ 7.211,18 – 2.640,18 = **R$ 4.571,00**
- Saldo devedor no pagamento da 4ª parcela: R$ 4.571,00 x 1,10 = **R$ 5.028,10**

Continuando

- Saldo devedor após pagamento da 4ª parcela: R$ 5.028,10 – 2.640,18 = **R$ 2.387,92**
- Saldo devedor no pagamento da 5ª parcela: R$ 2.387,92 x 1,10 = **R$ 2.626,71**
- Saldo devedor após pagamento da 4ª parcela: R$ 2.626,71 – 2.640,18 = **R$ 13,47**



Exemplo 6.2 Qual o valor das prestações mensais que deverão ser pagas a um empréstimo no valor de R$ 2.500,00 contratados a uma taxa de 10% ao mês em 3 vezes?

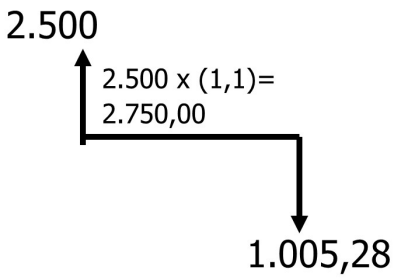
$$P = 2500 \times \left\{ \frac{(1+0,10)^3 \times 0,10}{(1+0,10)^3 - 1} \right\}$$

Resolvendo a expressão acima encontraremos

Prestação (P) = 1.005,28

Analisando o fluxo teremos:

PRESTAÇÃO 1:



Assim:

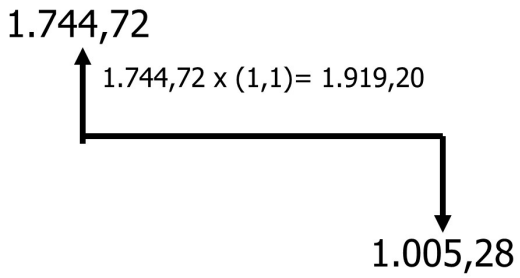
Prestação: 1.005,28

Juros = 2.500 x 0,10 = **250,00**

Amortização: 1.005,28 – 250,00 = **755,28**

Novo Saldo Devedor: 2.750,00 – 1.005,28 = 1.744,72

PRESTAÇÃO 2:



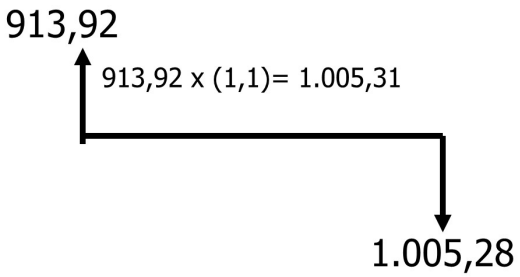
Prestação: 1.005,28

Juros = 1.744,72 x 0,10 = **174,47**

Amortização: 1.005,28 – 174,47 = **830,81**

Novo Saldo Devedor: 1.919,20 – 1.005,28 = 913,92

PRESTAÇÃO 3:



Prestação: 1.005,28

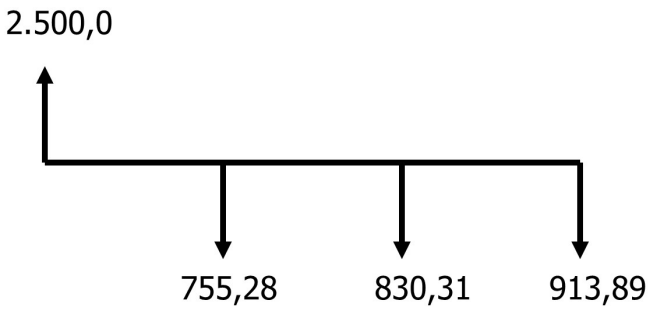
Juros = **913,92** x 0,10 = **91,39**

Amortização: 1.005,28 – 91,39 = **913,89**

Novo Saldo Devedor: 1.005,31 – 1.005,28 = 0,03

OBS: a diferença em centavos deve-se ao fato de trabalharmos com arredondamentos.

Assim, podemos concluir que o cliente está, na verdade, pagando sua divida da seguinte maneira:



6.1 RESOLUÇÃO DE QUESTÕES

Exemplo 6.3 Qual o valor aproximado das parcelas pagas por um empréstimo no valor de R$ 10.000,00 contratado para ser liquidado em 3 prestações mensais, a uma taxa de juros de 10% a.m, sendo que a primeira parcela vencerá após 30 dias a data da compra?

Dados:

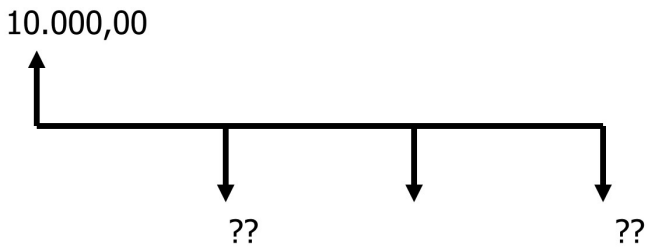
C = 10.000,00

t = 3 parcelas mensais

i = 10% ao mês

Sistema: Postecipado (sem entrada)

Fluxo:



Resolução:

$$P = C \times \left\{ \frac{(1+i)^t .i}{(1+i)^t - 1} \right\}$$

$$P = 10000 \times \left\{ \frac{(1+0,10)^3 \times 0,10}{(1+0,10)^3 - 1} \right\} \quad P = 10000 \times \left\{ \frac{(1,1)^3 \times 0,10}{(1,1)^3 - 1} \right\}$$

$$P = 10000 \times \left\{ \frac{0,1331}{0,331} \right\}$$

$$P = 10000 \times 0,40211$$

P = **4.021,10**

Assim calculamos que o valor de cada parcela será de R$ 4.021,10

Exemplo 6.4 Um cliente financiou uma motocicleta no valor de R$ 10.000,00 com uma entrada e mais 2 parcelas, sendo a primeira a vencer 30 dias após a compra. Sabendo que o banco responsável pelo financiamento cobra uma taxa de juros de 10% ao mês, qual o valor da prestação?

Dados:

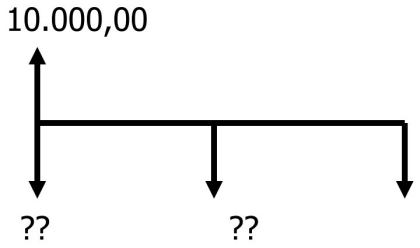
C = 10.000,00

t = 3 parcelas mensais

i = 10% ao mês

Sistema: Antecipado (com entrada)

Fluxo:



Observação: Note que esse exemplo é muito semelhante ao anterior (exemplo 4.2.3). A única diferença é que agora o financiamento terá uma entrada, ou seja, passamos a trabalhar com uma série de pagamento antecipada e não mais postecipada, como o exercício anterior.

Assim, podemos encontrar a parcela deste financiamento apenas descapitalizando a parcela do exercício anterior em um período.

$$P = 4.021{,}10 \times \left\{ \frac{1}{(1+0{,}10)} \right\}$$

P = **3.655,54**

Ou podemos substituir os dados fornecido na fórmula de cálculo de prestação antecipada e calcular o valor da parcela.

$$P = C \times \left\{ \frac{(1+i)^t \times i}{(1+i)^t - 1} \right\} \times \frac{1}{(1+i)}$$

$$P = 10.000 \times \left\{ \frac{(1{,}10)^3 \times 0{,}10}{(1{,}10)^3 - 1} \right\} \times \frac{1}{(1{,}10)}$$

$$P = 10.000 \times \left\{ \frac{0{,}1331}{0{,}331} \right\} \times \frac{1}{(1{,}10)} \rightarrow P = 10.000 \times 0{,}366558$$

$$P = 3.655{,}58$$

CONCURSEIRO LIVE

CONCURSEIRO LIVE

MÓDULO 7

7. SISTEMAS DE AMORTIZAÇÃO - SISTEMA SAC

Itens do Edital - 2021
4 — Sistemas de amortização — sistema SAC

A principal diferença do SAF em relação ao SAC é o fato do SAC as prestações não serem constantes. No SAC as prestações são decrescentes.

Na maioria dos financiamentos bancários, utilizamos o Sistema de Amortização Frances (tabela *Price*).

Porém, os bancos adotam o sistema de amortização conhecido como SAC nos financiamentos Habitacionais. Este sistema substituiu o SAF pelo fato de a tabela Price cometer anatocismo (cobrança de juros sobre juros).

CARACTERÍSTICAS DE UM SISTEMA DE AMORTIZAÇÃO CONSTANTE

- Amortizações são constantes
- As parcelas são decrescentes
- Juros decrescentes
- Saldo devedor decrescente

FÓRMULAS:

CÁLCULO DA AMORTIZAÇÃO	CÁLCULO DA PRESTAÇÃO
$A = \frac{C}{t}$	$P = A + J$
CÁLCULO DOS JUROS	
$J_1 = SD_0 \times i$	

Onde:

P = Valor da prestação

C = Valor do Capital (Entrada, aplicação inicial)

J = Juros

t = Prazo

i = Taxa de Juros

SD_o = Saldo Devedor do período ANTERIOR

Vamos usar o mesmo exemplo citado no capítulo anterior, trocando o Sistema de Amortização Francês pelo SAC.

Exemplo 7.1 Um cliente solicitou um empréstimo no valor de R$ 10.000,00 para pagar em 5 prestações mensais iguais e consecutivas, sendo que a primeira parcela tem seu vencimento 30 dias após a data da contratação. Sabendo que a taxa de juros cobrada pela financeira é de 10% ao mês, calcule o valor da prestação e os juros e cota de amortização de cada mês considerando que o banco utiliza o Sistema de Amortização Constante.

Passo 1: Como o valor emprestado é de 10.000,00 para ser liquidado em 5 prestações, podemos calcular o valor da cota de amortização mensal.

$$A = \frac{C}{t} \rightarrow A = \frac{10.000}{5}$$

$$A = 2.000,00$$

Assim vamos construir a tabela de amortização.

N	Prestação	Juros	Amortização	Saldo devedor após pagamento da parcela
0	----------	----------	----------	-10.000,00
1			2.000,00	
2			2.000,00	
3			2.000,00	
4			2.000,00	
5			2.000,00	

Como sabemos que o Saldo Devedor é descontado apenas da amortização, podemos calcular o saldo devedor após o pagamento de cada parcela:

- 1ª parcela: 10.000,00 – 2.000,00 = 8.000,00
- 2ª parcela: 8.000,00 – 2.000,00 = 6.000,00
- 3ª parcela: 6.000,00 – 2.000,00 = 4.000,00
- 4ª parcela: 4.000,00 – 2.000,00 = 2.000,00
- 5ª parcela: 2.000,00 – 2.000,00 = 0,00

Podemos também calcular o valor dos juros cobrados na primeira parcela:

$$J_1 = SD_0 \times i$$
$$J_1 = 10.000 \times 0,10$$
$$J_1 = 1.000,00$$

Agora vamos calcular o valor da primeira parcela.

$$P_1 = A + J$$
$$P_1 = 2.000 + 1.000$$
$$P_1 = 3.000,00$$

Substituindo na tabela teremos:

N	Prestação	Juros	Amortização	Saldo devedor após pagamento da parcela
0	----------	----------	----------	-10.000,00
1	3.000,00	1.000,00	2.000,00	8.000,00
2			2.000,00	6.000,00
3			2.000,00	4.000,00
4			2.000,00	2.000,00
5			2.000,00	0

Continuando o mesmo raciocino acima, vamos calcular os juros e a parcela de cada mês:

$$J_2 = 8.000 \times 0,10 \rightarrow J_2 = 800,00$$
$$J_3 = 6.000 \times 0,10 \rightarrow J_3 = 600,00$$
$$J_4 = 4.000 \times 0,10 \rightarrow J_4 = 400,00$$
$$J_5 = 2.000 \times 0,10 \rightarrow J_5 = 200,00$$

Calculando o valor da parcela de cada período teremos:

$$P_2 = 2.000 + 800,00 \rightarrow P_2 = 2.800,00$$
$$P_3 = 2.000 + 600,00 \rightarrow P_3 = 2.600,00$$
$$P_4 = 2.000 + 400,00 \rightarrow P_4 = 2.400,00$$
$$P_5 = 2.000 + 200,00 \rightarrow P_5 = 2.200,00$$

Substituindo os valores em nossa tabela, teremos:

N	Prestação	Juros	Amortização	Saldo devedor após pagamento da parcela
0	----------	----------	----------	-10.000,00
1	3.000,00	1.000,00	2.000,00	8.000,00
2	2.800,00	800,00	2.000,00	6.000,00
3	2.600,00	600,00	2.000,00	4.000,00
4	2.400,00	400,00	2.000,00	2.000,00
5	2.200,00	200,00	2.000,00	0

Observando a tabela acima, notamos que:

- Amortizações é constante
- As prestações são decrescentes
- Juros decrescentes
- Saldo devedor decrescente

Exemplo 7.2 Compare a tabela acima com a tabela encontrada no modelo SAF na página 42. E responda os seguintes itens.

a) Em qual dos sistema de amortização o cliente irá pagar mais juros?
b) Qual dos sistemas de amortização o valor da primeira prestação é maior?

7.1 RESOLVENDO QUESTÕES

Exemplo 7.3 Uma família financiou 100% de um imóvel no valor de R$ 60.000,00 para pagamento em 20 anos com prestações mensais contratadas a ser amortizado pelo sistema de amortização constante - SAC. Sabendo que a taxa de juros cobrada pelo banco é de 1% ao mês calcule:

a) O valor a ser amortizado mensalmente:

$$A = \frac{C}{n} \rightarrow \frac{60.000}{240} = 250,00$$

b) O valor da primeira prestação

$$J_1 = SD_0 \times i \rightarrow J_1 = 60.000 \times 0,01 \rightarrow J_1 = 600,00$$

$$P_1 = A + J_1 \rightarrow P_1 = 250,00 + 600,00 \rightarrow P_1 = 850,00$$

c) O valor da parcela número 51ª.

Para o calculo dos juros da parcela 51ª é necessário saber o valor do saldo devedor após o pagamento de uma parcela anterior, neste caso a parcela 50ª.

$$SD_{50} = 60.000 - (50 \times 250,00) \rightarrow SD_{50} = 60.000 - 12.500 \rightarrow SD_{50} = 47.500,00$$

Agora sim conseguimos calcular o valor da parcela

QUESTÕES CESGRANRIO

1. CESGRANRIO | BNDES | 2011 — Um fluxo financeiro envolve um gasto inicial de R$ 1.000,00 seguido de doze recebimentos mensais iguais e consecutivos de R$ 100,00, começando um mês após o gasto inicial. A taxa interna de retorno (taxa de juros compostos) de tal fluxo é:

a) de 20% ao ano.
b) maior que 20% ao ano.
c) nula, se o juro de mercado for de 20% ao ano.
d) negativa, se o juro de mercado for maior que 20% ao ano.
e) maior que o valor presente líquido do fluxo financeiro.

2. CESGRANRIO | CMB | 2012 — Uma quantia de R$ 20.000,00 aplicada a uma taxa de 2% ao mês no regime de juros compostos, ao final de três meses, gera um montante, em reais, de:

a) 20.120,24
b) 21.200,00
c) 21.224,16
d) 26.000,00
e) 34.560,00

3. CESGRANRIO | CEF | 2012 — O máximo da remuneração mensal que um indivíduo pode comprometer para pagamento das prestações de empréstimos é de R$ 2.000,00 e, em função da idade, tabelas atuariais limitam o prazo do empréstimo em 100 meses. Considerando taxa de juros de 1% ao mês, qual é o valor da amortização para o maior empréstimo que ele pode tomar pelo Sistema de Amortização Constante (SAC)?

a) R$ 1.000,00
b) R$ 1.300,00
c) R$ 1.500,00
d) R$ 1.700,00
e) R$ 2.000,00

4. CESGRANRIO | BANCO DO BRASIL | 2010 — Considere um financiamento de R$ 100.000,00, sem entrada, a ser pago em 100 prestações mensais, pelo Sistema de Amortização Constante (SAC). Sabendo-se que a taxa de juros, no regime de juros compostos, é de 1% ao mês, a prestação inicial, se o prazo de pagamento for duplicado, será reduzida em:

a) 100%
b) 50%
c) 25%
d) 10%
e) 5%

5. CESGRANRIO | 2012 | Caixa — Um bem, cujo preço à vista é R$ 30.000,00, é vendido com uma entrada de 10%, e o restante, em 72 prestações mensais iguais, sendo a primeira paga um mês após a compra. Se os juros são de 12% ao ano, capitalizados mensalmente, o valor das prestações é, em reais, aproximadamente, de

Dado: valores resultantes de $(1+i)^n$

n		–72	–71	70	71	72
i	1%	0,49	0,49	2,01	2,03	2,05
	2%	0,24	0,25	4,00	4,08	4,16
	10%	0,00	0,00	789,75	868,72	955,59
	12%	0,00	0,00	2.787,80	3.122,34	3.497,02

a) 420,00
b) 529,00
c) 588,00
d) 2.471,00
e) 3.240,00

6. CESGRANRIO - 2011 - BNDES — Certa pessoa solicitou um empréstimo no valor de R$ 200.000,00, a ser pago em 24 meses, em prestações mensais, considerada a taxa de 6% a.s. com capitalização mensal. Considerando o sistema de amortização francês, utilize a tabela de amortização (com o valor da 1a prestação já calculado), a seguir, como memória de cálculo.

Em reais

Período	Saldo Devedor	Juros	Amortização	Prestação
0	200.000,00			
1				9.414,69
2				
3				
4				
5				

Qual o valor aproximado da amortização inserida na 3a prestação?

a) R$ 7.414,69
b) R$ 7.488,84
c) R$ 7.563,73
d) R$ 9.414,69
e) R$ 9.563,73

7. CESGRANRIO – 2013 – BASA — Um empréstimo deverá ser pago em quarenta e nove prestações mensais e consecutivas, vencendo a primeira prestação trinta dias após a liberação do dinheiro. O financiamento foi feito pelo Sistema de Amortização Constante, SAC, com taxa mensal de juros de 1%.

Se a vigésima quinta prestação é de R$ 5.000,00, o saldo devedor, em reais, após o pagamento da quadragésima oitava prestação é de

a) 4.880
b) 4.800
c) 5.000
d) 4.000
e) 4.080

CONCURSEIRO LIVE

8. CESGRANRIO – 2013 – BASA — Um refrigerador custa, à vista, R$ 1.500,00. Um consumidor optou por comprá-lo em duas parcelas. A loja cobra uma taxa mensal de juros (compostos) de 2%, atuante a partir da data da compra. O valor da primeira parcela, paga pelo consumidor 30 dias após a compra, foi de R$ 750,00. Um mês após o primeiro pagamento, o consumidor quitou sua dívida ao pagar a segunda parcela. Qual foi o valor da segunda parcela?

a) R$795,60
b) R$780,00
c) R$810,00
d) R$750,00
e) R$765,00

9. CESGRANRIO – 2013 – BASA — Um empréstimo deverá ser pago em quarenta e nove prestações mensais e consecutivas, vencendo a primeira prestação trinta dias após a liberação do dinheiro. O financiamento foi feito pelo Sistema de Amortização Constante, SAC, com taxa mensal de juros de 1%. Se a vigésima quinta prestação é de R$ 5.000,00, o saldo devedor, em reais, após o pagamento da quadragésima oitava prestação é de

a) 4.000
b) 4.080
c) 4.800
d) 4.880
e) 5.000

10. CESGRANRIO - 2012 - Banco do Brasil — Uma loja oferece um aparelho celular por R$ 1.344,00 à vista. Esse aparelho pode ser comprado a prazo, com juros de 10% ao mês, em dois pagamentos mensais iguais: um, no ato da compra, e outro, um mês após a compra. O valor de cada um dos pagamentos mensais é, em reais, de

a) 704,00
b) 705,60
c) 719,00
d) 739,20
e) 806,40

11. CESGRANRIO - 2012 - Banco do Brasil. — João tomou um empréstimo de R$ 900,00 a juros compostos de 10% ao mês. Dois meses depois, João pagou R$ 600,00 e, um mês após esse pagamento, liquidou o empréstimo. O valor desse último pagamento foi, em reais, aproximadamente,

a) 240,00
b) 330,00
c) 429,00
d) 489,00
e) 538,00

SIMULADO

1. (PAI ED) Sérgio Chorador comprou um notebook novo, que à vista, custava R$ 1.800,00. Após pedir desconto de maneira insistente, conseguiu uma redução no preço de 15% de desconto sobre o seu valor original. Como Sérgio é "viciadinho" em tecnologia, utilizou o computador somente por uma semana e vendeu depois para seu amigo inseparável, Márcio Hulk. Sabendo que o prejuízo do professor Sérgio foi de 30% (diferença entre o valor pago pelo comutador na compra e recebido do professor Márcio na venda), para Márcio, o compra do computador gerou uma economia sobre o valor à vista do produto de:

a) 15%
b) 30%
c) 45%
d) 49,5%
e) 55,4%

2. (PAI ED) Banco Bondoso cobrou R$ 420,00 por 4 meses de atraso em uma dívida de R$ 1.200,00 contraída por Zambeli Gotinha. Qual a taxa de juros bimestral cobrada por esse banco, calculada a juros simples?

a) 8%
b) 8,75%
c) 17,5%
d) 20%
e) 35%

3. (PAI ED) Luana aplicou R$ 2.000,00 em um banco que paga taxa efetiva de 20% ao bimestre. A operação teve duração de quatro meses. Considerando que o juros é composto, qual o montante resgatado por Lu?

a) R$ 2.400,00
b) R$ 2.600,00
c) R$ 2.660,00
d) R$ 2.800,00
e) R$ 2.880,00

4. (PAI ED) Um empréstimo de R$ 100.000,00 será pago em 40 parcelas mensais, sendo a primeira 30 dias após o empréstimo, com juros de 1% ao mês, pelo Sistema de Amortização Constante (SAC). O valor da segunda parcela será:

a) 2.500,00
b) 3.050,00
c) 3.400,00
d) 3.475,00
e) 3.500,00

5. (PAI ED) Qual será, aproximadamente, o valor dos juros, em reais, produzidos por um capital no valor de R$ 21.000,00, após 12 meses de aplicação a juros compostos de 2% a.m.?

Considere:

$(1,02)^3 = 1,06$

$(1,02)^5 = 1,10$

$(1,02)^7 = 1,15$

a) 5.040
b) 5.565
c) 5.725
d) 26.040
e) 26.565

6. (PAI ED) O custo par construir o ”itaquerão” foi de R$ 500.000.000,00, imaginando que o time do Corinthians tenha dado uma entrada de 10%, e o restante, em 71 prestações mensais iguais, sendo a primeira paga um mês após a compra. Se os juros são de 24% ao ano, capitalizados mensalmente, o valor das prestações é, em reais, aproximadamente, de

Dado: valores resultantes de $(1+i)^n$

n		-72	-71	70	71	72
i	1%	0,49	0,49	2,01	2,03	2,05
	2%	0,24	0,25	4,00	4,08	4,16
	10%	0,00	0,00	789,75	868,72	955,59
	12%	0,00	0,00	2.787,80	3.122,34	3.497,02

a) 12.000.000,00
b) 13.333.333,33
c) 13.425.845,45
d) 13.555.555,55
e) 14.225.357,20

7. (PAI ED) Considerando que um investidor resolveu diversificar, dividindo suas aplicações conforme tabela abaixo. Considere também a rentabilidade acumulada em cada ano com cada uma das aplicações.

Aplicação	Percentual Investido	Retorno em 2019	Retorno em 2020
Fundo Renda Fixa A	30%	12%	10%
CDB – Pré Fixado	30%	10%	8%
Fundo de Ações B	20%	30%	-20%
Fundo de Ações C	20%	-10%	-30%

Considerando que a aplicação tenha sido realizada no início de 2019 e os resgates somente no final de 2020. Sobre a rentabilidade da carteira desse investidor, acumulada nas quatro aplicações nos anos de 2019 e 2020, será de:

a) Perdeu 8%
b) Perdeu 10%
c) Ganhou 6%
d) Ganhou 8%
e) Dependerá do valor que ele aplicou.

8. (PAI ED) O máximo da remuneração mensal que o professor Pardal pode comprometer para pagamento das prestações de empréstimos é de R$ 3.000,00 e, em função da idade, tabelas atuariais limitam o prazo do empréstimo em 200 meses. Considerando taxa de juros de 2% ao mês, qual é o valor da terceira prestação do empréstimo máximo que o professor pode adquirir utilizando Sistema de Amortização Constante (SAC)?

a) R$ 3.000,00
b) R$ 2.991,00
c) R$ 2.988,00
d) R$ 2.976,00
e) R$ 2.946,00

9. (CESGRANRIO – 2012 – CEF) Um imóvel de 100 mil reais é financiado em 360 prestações mensais, a uma taxa de juros de 1% ao mês, pelo Sistema de Amortização Francês (Tabela Price), gerando uma prestação de R$ 1.028,61. Reduzindo-se o prazo do financiamento para 240 prestações, o valor de cada prestação é, em reais, aproximadamente,

Dado: $(1,01)^{-120} = 0,3$

a) 1.099,00
b) 1.371,00
c) 1.428,00
d) 1.714,00
e) 2.127,00

GABARITO QUESTÕES CESGRANRIO

1 — b

2 — c

3 — a

4 — c

5 — b

6 — c

7 — d

8 — a

9 — a

10 — a

11 — e

GABARITO SIMULADO

1 — d

2 — c

3 — e

4 — d

5 — b

6 — a

7 —

8 — d

9 — a