

SEMANA 1

TEORÍA DE EXPONENTES
ECUACIÓN DE 1º GRADO

1. Efectuar:

$$E=\sqrt{27^{-3^{-1}}+36^{-2^{-1}}+\left(\frac{4}{3}\right)^{-1}-2^{-2}}$$

A) 3 B) 6 C) 2
D) 1 E) 0

RESOLUCIÓN

$*\ 27^{-3^{-1}}=\frac{1}{3}$ $*\ 36^{-2^{-1}}=\frac{1}{6}$

$*\left(\frac{4}{3}\right)^{-1}=\frac{3}{4}$ $*\ 2^{-2}=\frac{1}{4}$

$\therefore E=\sqrt{1}=\boxed{1}$

RPTA.: D

2. Simplificar:

$$E=\left[(-27)^{-\frac{2}{3}}+(-27)^{-\frac{5}{3}}+2(3)^{-4}\right]^{-0,2}$$

A) $\frac{2}{3}$ B) $\frac{3}{2}$ C) 2
D) 3 E) 1

RESOLUCIÓN

$$*(-27)^{-\frac{2}{3}}=\frac{1}{\sqrt[3]{-27}^{2}}=\frac{1}{9}$$

$$*(-27)^{-\frac{5}{3}}=\frac{1}{\sqrt[3]{-27}^{5}}=\frac{1}{-243}$$

$$*(3)^{-4}=\frac{1}{81}$$

$$\Rightarrow E=\left[\frac{1}{9}-\frac{1}{243}+\frac{2}{81}\right]^{-0,2}=\left[\frac{27-1+6}{243}\right]^{-0,2}$$

$$E=\left[\frac{32}{243}\right]^{-0,2}=\left(\frac{243}{32}\right)^{0,2}=\left[\left(\frac{3}{2}\right)^{5}\right]^{\frac{2}{10}}$$

$$E=\boxed{\frac{3}{2}}$$

RPTA.: B

3. Calcule:

$$E=\sqrt[3]{\left[(0,125)^{\sqrt[3]{2}}\right]^{-2^{0,6}}}$$

A) 8 B) 6 C) 4
D) 2 E) 5

RESOLUCIÓN

$$0,\ 6=\frac{6}{9}=\frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow E=\sqrt[3]{\left(\frac{1}{8}\right)^{2^{\frac{1}{3}}\cdot(-2)^{\frac{2}{3}}}}$$

$$E=\sqrt[3]{8^{2^{\frac{1}{3}}\cdot 2^{\frac{2}{3}}}}=\sqrt[3]{8^{2}}=\boxed{4}$$

RPTA.: C

4. Efectuar:

$$\left(\frac{1}{625}\right)^{-\left(\frac{1}{16}\right)^{0,5}}+\left(\frac{1}{9}\right)^{-4^{-2^{-1}}}+0,25^{-0,5^{-1}}$$

A) 21 B) 22 C) 23
D) 24 E) 25

RESOLUCIÓN

$$\left(\frac{1}{625}\right)^{-\frac{1}{4}}+\left(\frac{1}{9}\right)^{-\frac{1}{2}}+\left(\frac{1}{4}\right)^{-2}$$

$\sqrt[4]{625}+\sqrt{9}+4^2$

5 + 3 + 16 = 24

RPTA.: D

5. Para $n\in\mathbb{Z}$; $n\geq 2$
el equivalente de la expresión

$$\left(\sqrt[n^2]{a\cdot a^2\cdot a^3\ldots a^n}\ \sqrt[n]{a\cdot a^3\cdot a^5\ldots a^{2n-1}}\right)^{\frac{n}{n+3}}$$

será:

A) a B) a^2 C) 0
D) $\sqrt{a}$ E) $\sqrt[n]{a}$

RESOLUCIÓN

$$\left(\sqrt[n^2]{a^{\frac{n(n+1)}{2}}\cdot\sqrt[n^2]{a^{n^2}}}\right)^{\frac{n}{n+3}} \Rightarrow \left(\sqrt[n^2]{a^{\frac{n(n+1)}{2}}\cdot a^{n}}\right)^{\frac{n}{n+3}}$$

$$\Rightarrow \left(\sqrt[n]{a^{\frac{n+3}{2}}}\right)^{\frac{n}{n+3}} \Rightarrow a^{\frac{1}{2}} = \boxed{\sqrt{a}}$$

RPTA.: D

6. Efectuar:

$$A = \frac{\overbrace{\sqrt[3]{x}\cdot\sqrt[3]{x}\cdot\sqrt[3]{x}\ldots\sqrt[3]{x}}^{48\text{ factores}}}{\sqrt{\underbrace{\sqrt{x}\cdot\sqrt{x}\cdot\sqrt{x}\ldots\sqrt{x}}_{44\text{ factores}}}} \div \frac{x^{-3}}{x^{-1}};(x \neq 0)$$

A) x^6 B) x^9 C) x^{-4}
D) x^{-7} E) x^7

RESOLUCIÓN

$$A = \frac{\sqrt[3]{x^{48}}}{\sqrt{\sqrt{x^{44}}}} \div \frac{x}{x^3}$$

$$A = \frac{x^{16}}{x^{11}}\cdot x^2$$

$$A = \frac{x^{18}}{x^{11}}$$

$$\Rightarrow A = \boxed{x^7}$$

RPTA.: E

7. Efectuar: $\sqrt[x]{\frac{20^{x+1}}{4^{x+2}+2^{2x+2}}}$

A) 2 B) 3 C) 4
D) 5 E) 6

RESOLUCIÓN

$$\sqrt[x]{\frac{20^x\cdot 20}{4^x\cdot 4^2 + 4^x\cdot 4^1}} = \sqrt[x]{\frac{20^x\cdot 20}{4^x\cdot 20}}$$

$$\sqrt[x]{5^x} = \boxed{5}$$

RPTA.: D

8. Si:

$$P = \left(\frac{a^{-2}-b^{-2}}{a^{-1}+b^{-1}}\right)^{-1} \quad y \quad Q = \left(\frac{a^{-1}-b^{-1}}{a^{-2}\cdot b^{-2}}\right)^{-1}$$

Halle P . Q, siendo b > a > 0

A) $\frac{1}{b-a}$ B) $\frac{1}{a-b}$
C) $\frac{a+b}{(a-b)^2}$ D) $\frac{a-b}{(a+b)^2}$
E) $\frac{1}{(b-a)^2}$

RESOLUCIÓN

$$P = \frac{ab}{b-a} \quad y \quad Q = \frac{1}{ab(b-a)}$$

$$\therefore PQ = \frac{\cancel{ab}}{b-a}\cdot\frac{1}{\cancel{ab}(b-a)}$$

$$PQ = \frac{1}{(b-a)^2}$$

RPTA.: E

9. Simplificar:

$$M = \frac{14^a + 14^b}{2\sqrt[b]{14^a} + 2\sqrt[a]{14^b}}\text{; si: } a + b = ab$$

A) 14^{a+b} B) 14 C) 7
D) $\frac{14}{2}^{a+b}$ E) 7^{a+b}

RESOLUCIÓN

$$M = \frac{14^a + 14^b}{2\left(14^{a-1} + 14^{b-1}\right)} = \frac{14^a + 14^b}{2\cdot 14^{-1}\left(14^a + 14^b\right)}$$

$$M = \frac{1}{\frac{1}{7}}$$

$$\Rightarrow M = \boxed{7}$$

RPTA.: C

10. Si: a+b = 2ab ; $\{a;b\} \subset \mathbb{R} - \{0;1\}$

Reducir: $\sqrt[\frac{1}{a}-\frac{1}{b}]{\dfrac{\sqrt[a]{x}\cdot\sqrt[b]{y}}{\sqrt[b]{x^{2b}}\cdot\sqrt[2a]{y^{1+\frac{a}{b}}}}}$

A) $\sqrt{\dfrac{x}{y}}$ B) $\sqrt{\dfrac{y}{x}}$ C) $\dfrac{x}{y}$

D) $\dfrac{y}{x}$ E) 1

RESOLUCIÓN

$$\sqrt[\frac{1}{a}-\frac{1}{b}]{\frac{x^{\frac{1}{a}}\cdot y^{\frac{1}{b}}}{x^1\cdot y^1}}$$

$$\sqrt[\frac{1}{a}-\frac{1}{b}]{\frac{x^{1-\frac{1}{b}}}{y^{1-\frac{1}{b}}}}=\left[\left(\frac{x}{y}\right)^{1-\frac{1}{b}}\right]^{\frac{1}{2\left(1-\frac{1}{b}\right)}}$$

(*) $a + b = 2ab \Rightarrow \dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}=2$

$$\Rightarrow \frac{1}{a}-\frac{1}{b}=2-\frac{2}{b}=2\left(1-\frac{1}{b}\right)$$

$$\therefore \left(\frac{x}{y}\right)^{\frac{1}{2}} \Rightarrow \boxed{\sqrt{\frac{x}{y}}}$$

RPTA.: A

11. Resolver $\sqrt[x^{-1}]{\dfrac{1}{x}}^{\sqrt{x^{-1}}}=\sqrt[5]{5}$ e indicar el valor de: x^{-1}

A) $\dfrac{1}{5}$ B) 5 C) $-\dfrac{1}{5}$

D) $\sqrt{5}$ E) $\dfrac{1}{\sqrt{5}}$

RESOLUCIÓN

Cambio de variable: $\dfrac{1}{x}=y$

$$\Rightarrow \sqrt[y]{y}^{\sqrt{y}}=\sqrt[5]{5}$$

$$\Rightarrow y^{\frac{\sqrt{y}}{y}}=\sqrt[5]{5}$$

$$\Rightarrow y^{\frac{1}{\sqrt{y}}}=\sqrt[5]{5} \Rightarrow \sqrt{y}^{\sqrt{y}}=\sqrt[5]{5}$$

$\therefore y = 5$

$x^{-1} = \boxed{5}$

RPTA.: B

12. Si: $x^{-x^{-2}}=2$

Calcule: $E = x^{4x^{\sqrt{2}x+1}}$

A) $\dfrac{1}{2}$ B) $\dfrac{1}{4}$ C) 2

D) 4 E) 5

RESOLUCIÓN

Elevando al cuadrado el dato m. a.m.

$$\Rightarrow \left(x^{-2}\right)^{x^{-2}}=2^2 \Rightarrow x^{-2}=2$$

$$\Rightarrow x=2^{-\frac{1}{2}} \rightarrow x=\frac{1}{\sqrt{2}}$$

Luego: $E = x^{4x^{\sqrt{2}x}\cdot x}$

$$\Rightarrow E=\left(x^{x^{\sqrt{2}x}}\right)^{4x} \Rightarrow \left(x^{x^{\sqrt{2}\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}}}\right)^{4x}$$

$$\Rightarrow E=\left(x^{x}\right)^{4x}=x^{4x^2} \Rightarrow E=x^{4\left(\frac{1}{2}\right)}$$

$\Rightarrow E = x^2$

$$\therefore E=\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2=\boxed{\frac{1}{2}}$$

RPTA.: A

13. Calcule "x" en:

$$21+2\sqrt[3]{x^{21+2\sqrt[3]{x^{21+2\sqrt[3]{x}\cdots}}}}=x^{x^{x^{\cdots}}}$$

A) 27 B) $\sqrt[3]{9}$ C) $\sqrt[9]{3}$
D) $\sqrt[3]{21}$ E) $\sqrt[3]{20}$

RESOLUCIÓN

Trabajando con cada miembro.

$x^{x^{x^{\cdots}}}\ n \Rightarrow x^n = n \Rightarrow x = \sqrt[n]{n}.....(\alpha)$

Luego:

$$2\sqrt[3]{x^{21+2\sqrt[3]{x}\cdots}} = n-21$$
$$\Rightarrow 2\sqrt[3]{x^{21+n-21}} = n-21$$
$$\Rightarrow 2\sqrt[3]{x^n} = n-21.....(\beta)$$

(α) en (β):

$$2\sqrt[3]{\sqrt[n]{n}^n} = n-21$$
$$\Rightarrow 2\sqrt[3]{n} = n-21$$

Solo se verifica para: n = 27

$\Rightarrow x = \sqrt[27]{3^3}$

$\rightarrow x = \boxed{\sqrt[9]{3}}$

RPTA.: C

14. Reducir:

$$\sqrt[5]{x^2\sqrt[3]{x^4\sqrt{x^7}}} \div \sqrt[3]{\frac{\sqrt[4]{\frac{\sqrt[5]{\frac{1}{x^6}}}{x}}}{x^2}}$$

A) x B) $x^{\frac{3}{4}}$ C) $x^{\frac{5}{4}}$
D) $x^{\frac{1}{2}}$ E) $x^{\frac{7}{4}}$

RESOLUCIÓN

$\sqrt[30]{x^{27}} \div \sqrt[60]{x^{-51}}$

$\sqrt[60]{x^{54}} \div \sqrt[60]{x^{-51}} \rightarrow \sqrt[60]{x^{105}}$

$\Rightarrow \sqrt[4]{x^7}$

$\therefore \boxed{x^{\frac{7}{4}}}$

RPTA.: E

15. Si: $5^{2x} = 2(10^x) - 4^x$

Calcule: $E = \sqrt[(x-2)^{-1}]{(x-2)^{x-4}}$

A) 236 B) 256 C) 512
D) 128 E) 0

RESOLUCIÓN

$$\underbrace{(5^x)^2 + (2^x)^2 - 2(5^x \cdot 2^x)}_{(5^x-2^x)=0 \Rightarrow 5^x=2^x} = 0$$

$\therefore x = 0$

Reemplazando:

$E = \sqrt[(-2)^{-1}]{(-2)^{-4}}$

$E = \sqrt[-\frac{1}{2}]{\frac{1}{16}} \rightarrow E = \left(\frac{1}{16}\right)^{-2}$

$\therefore E = 16^2 = \boxed{256}$

RPTA.: B

16. Resolver:

$$\frac{1}{x} - \frac{3}{x-1} + \frac{2}{x-2} + \frac{2}{x-3} - \frac{3}{x-4} + \frac{1}{x-5} = 0$$

A) $\frac{3}{2}$ B) $\frac{2}{5}$ C) $\frac{2}{3}$
D) $\frac{5}{2}$ E) 4,5

RESOLUCIÓN

$$\frac{1}{x}-\frac{3}{x-1}+\frac{2}{x-3}+\frac{1}{x-5}=\frac{3}{x-1}+\frac{3}{x-4}$$

$$\frac{2x-5}{x^2-5x}+\frac{2(2x-5)}{x^2-5x+6}=\frac{3(2x-5)}{x^2-5x+4}$$

$$(2x-5)\left\{\underbrace{\left[\frac{1}{x^2-5x}+\frac{2}{x^2-5x+6}\right]-\frac{3}{x^2-5x+4}}_{\neq 0}\right\}=0$$

$$\Rightarrow 2x-5=0$$

$$x=\boxed{\frac{5}{2}}$$

RPTA.: D

17. Halle el conjunto de solución de la ecuación en "x".

$$\frac{a}{b}(x-a)+\frac{b}{a}(x+b)=-x \;;\; a\neq 0 \;;\; b\neq 0$$

A) ϕ B) {a} C) {b}
D) {a + b} E) {a – b}

RESOLUCIÓN

Multiplicando por "ab".

$a^2(x-a)+b^2(x+b)=-abx$

$\Rightarrow a^2x-a^3+b^2x+b^3=-abx$

$\Rightarrow (a^2+ab+b^2)x=a^3-b^3$

$\Rightarrow (\cancel{a^2+ab+b^2})x=(a-b)(\cancel{a^2-ab+b^2})$

$\therefore \quad x=a-b$

$Cs=\boxed{\{a-b\}}$

RPTA.: E

18. Resolver en "x"; $\{a; b; c; d\}\subset R^+$

$$\frac{d-ax}{b+c}+\frac{d-bx}{a+c}+\frac{d-cx}{a+b}=\frac{-d}{a+b+c}+4x$$

A) 1 B) d
C) $\frac{d}{a+b+c}$ D) $\frac{a+2b+3c}{d}$
E) ϕ

RESOLUCIÓN

$$\frac{d-ax}{b+c}-x+\frac{d-bx}{a+c}-x+\frac{d-cx}{a+b}-x+$$

$$\frac{d}{a+b+c}-x=0$$

$$\frac{d-ax-bx-cx}{b+c}+\frac{d-bx-ax-cx}{a+c}+$$

$$\frac{d-cx-ax-bx}{a+b}+\frac{d-ax-bx-cx}{a+b+c}=0$$

$$\Rightarrow \left[d-(a+b+c)x\right]\left(\underbrace{\frac{1}{b+c}+\frac{1}{a+c}+\frac{1}{a+b}+\frac{1}{a+b+c}}_{\neq 0}\right)=0$$

$$\Rightarrow d=(a+b+c)x$$

$$\therefore \; x=\boxed{\frac{d}{a+b+c}}$$

RPTA.: C

19. Calcule a + b sabiendo que la ecuación en "x" $\frac{ax+1}{b}-\frac{x-2}{4}=x+2$ admite infinitas soluciones.

A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{3}{2}$ C) $\frac{2}{3}$
D) 3 E) 1

RESOLUCIÓN

Recordando que:

ax + b = 0 tiene infinitas soluciones, si y solo si:

$a=0 \;\wedge\; b=0$

$$\Rightarrow \quad \frac{a}{b}x+\frac{1}{b}-\frac{x}{4}+\frac{1}{2}-x-2=0$$

$$\Rightarrow \quad \left(\frac{a}{b}-\frac{1}{4}-1\right)x+\left(\frac{1}{b}+\frac{1}{2}-2\right)=0$$

$\Rightarrow \quad \frac{a}{b} = \frac{1}{4} + 1 \quad \wedge \quad \frac{1}{b} = 2 - \frac{1}{2}$

$\Rightarrow \quad \frac{a}{b} = \frac{5}{4} \quad \wedge \quad \frac{1}{b} = \frac{3}{2}$

$\Rightarrow \quad b = \frac{2}{3} \quad \wedge \quad a = \frac{5}{6}$

$\therefore a + b = \frac{9}{6} = \boxed{\frac{3}{2}}$

RPTA.: B

20. Resolver la ecuación

$$\frac{x - \sqrt{2}}{\sqrt{3} + \sqrt{5}} + \frac{x - \sqrt{3}}{\sqrt{2} + \sqrt{5}} + \frac{x - \sqrt{5}}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} = 3$$

luego indique el valor de:

$$\left(x - \sqrt{3} - \sqrt{2}\right)^2 + \left(x - \sqrt{5} - \sqrt{2}\right)^4 + \left(x - \sqrt{3} - \sqrt{5}\right)^6$$

A) 22 B) 25 C) $3\sqrt{2}$
D) $5\sqrt{3}$ E) $7\sqrt{5}$

RESOLUCIÓN

$$\frac{x - \sqrt{2}}{\sqrt{3} + \sqrt{5}} - 1 + \frac{x - \sqrt{3}}{\sqrt{2} + \sqrt{5}} - 1 + \frac{x - \sqrt{5}}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} - 1 = 0$$

$$\left(x - \sqrt{2} - \sqrt{3} - \sqrt{5}\right)\underbrace{\left[\frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{5}} + \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{5}} + \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}}\right]}_{\neq 0} = 0$$

$\Rightarrow \quad x = \sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{5}$

Pero nos piden:

$$\left(\sqrt{5}\right)^2 + \left(\sqrt{3}\right)^4 + \left(\sqrt{2}\right)^6 =$$

$$5 + 9 + 8 = \boxed{22}$$

RPTA.: A

SEMANA 2
POLINOMIOS – V.N. - GRADOS

21. Sea el polinomio:
$P_{(X)} = (x^{n-1} + 2x^{n-2} + n)^n$, si 2^n veces su término independiente es igual a la suma de sus coeficientes, entonces "n" es:

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

RESOLUCIÓN

T.I. = P(o) = n^n

$\sum$ coef = P(1) = $(1 + 2 + n)^n$

$\rightarrow 2^n \cdot n^n = (3 + n)^n$

$\therefore 2n = 3 + n \rightarrow n = 3$

RPTA.: C

22. Calcule "m" si la expresión:

$$M_{(x)} = \sqrt[m]{x} \cdot \sqrt[m]{x^2} \cdot \sqrt[m]{x^3} \ldots \sqrt[m]{x^m}$$

se transforma a una expresión algebraica racional entera de 5to grado.

A) 8 B) 9 C) 10
D) 11 E) 12

RESOLUCIÓN

$$M_{(x)} = \sqrt[m]{x^{1+2+3+\ldots+m}} = \sqrt[m]{x^{m\left(\frac{m+1}{2}\right)}}$$

$\rightarrow \quad M_{(X)} = x^{\frac{m+1}{2}} = x^5$

$\therefore m = 9$

RPTA.: B

23. Calcule "n" para que el monomio sea de 2º grado.

$$M_{(x)} = \frac{\left(\left(x^{n-2}\right)^3 \cdot x^{2n-3}\right)^2 x^4}{\left(\left(x^n\right)^2 \cdot x^4\right)^2}$$

A) 4 B) 5 C) 6
D) 8 E) 9

RESOLUCIÓN

$$M_{(x)} = \frac{\left(x^{3n-6+2n-3}\right)^2 \cdot x^4}{\left(x^{2n+4}\right)^2} = \frac{x^{10n-4}}{x^{4n+8}}$$

$\rightarrow$ $M_{(x)} = x^{6n-22} = x^2 \rightarrow 6n - 22 = 2$

$\therefore n = 4$

RPTA.: A

24. Si: $\frac{a}{a+b} = \frac{b}{b+c} = \frac{c}{a+c}$
Halle el grado absoluto de:

$$E(x;y;z) = \sqrt[(a+b)^2+c^2]{x^{9a^2} \cdot y^{8ac} \cdot z^{8bc}}$$

transformable a una E.A.R.E.

A) 3 B) 4 C) 5
D) 7 E) 8

RESOLUCIÓN

El G.A. = $\frac{9a^2 + 8ac + 8bc}{(a+b)^2 + c^2} \ldots\ldots (\alpha)$

de la condición:

$$\frac{a}{a+b} = \frac{b}{b+c} = \frac{c}{a+c} = k$$

Propiedad de proporciones:

$$\frac{a+b+c}{2(a+b+c)} = \frac{1}{2}$$

$\rightarrow$ $\frac{a}{a+b} = \frac{1}{2} \rightarrow a = b = c = k$

Lo reemplazamos en "α"

$$G.A. = \frac{9a^2 + 8a^2 + 8a^2}{4a^2 + a^2} = \frac{25a^2}{5a^2} = 5$$

RPTA.: C

25. Si: $P(x+5) = x^2 - 3x + 1$
Calcule: $E = P(8) + P(6)$

A) 0 B) 1 C) 2
D) 3 E) 7

RESOLUCIÓN

$E = 3^2 - 3(3) + 1 + 1 - 3 + 1$
$E = 0$

RPTA.: A

26. Del siguiente polinomio
$P(x; y) = 7x^{a+3}y^{b-2}z^{6-a} + 5x^{a+2}y^{b-3}z^{a+b}$
en donde:
$G.R_x - G.R_y = 3 \wedge G.A_{(P)} = 13$
Calcule: a + b

A) 6 B) 7 C) 8
D) 11 E) 12

RESOLUCIÓN

$G.R_X = a + 3$ $G.A_{(P)} = a+b+1$
$G.R_y = b - 2$
$\therefore a + b = 12$

RPTA.: E

27. Sea P(x) un polinomio lineal tal que verifica la relación
$P\left(P_{(x)}\right) - P_{(6X)} = -9x + 21$
Para todo valor de "x". Halle $P_{(4)}$

A) 17 B) 18 C) 19
D) 32 E) 33

RESOLUCIÓN

Sea $P_{(x)} = ax + b \wedge P_{(6X)} = 6ax + b$
$\rightarrow$ $P(P_{(x)}) = a(ax+b)+b = a^2x+ab+b$

Luego:
$a^2x + ab + b - 6ax - b = -9x+21$

$\rightarrow$ $(a^2 - 6a)x + ab = -9x + 21$

$\rightarrow$ $\underbrace{a^2 - 6a = -9}$ $\wedge$ $ab = 21$
$(a-3)^2 = 0$

$\rightarrow$ $a = 3$ $\wedge$ $3b = 21$
$b = 7$
Entonces: $P(x) = 3x + 7$

$\therefore$ P(4) = 3(4) + 7 = 19

RPTA.: C

28. Calcule "n", si el G.A. del monomio es 6.

$$M(x;y;z;w) = \frac{\sqrt[4]{x^{2n-4}} \cdot \sqrt[3]{z^{2n+3}}}{\sqrt[5]{y^{2n}} \cdot \sqrt[5]{w^{16}}}$$

A) 12 B) 13 C) 14
D) 11 E) 10

RESOLUCIÓN

$$\text{G.A.} = \frac{2n-4}{4} + \frac{2n+3}{3} - \frac{2n}{5} - \frac{16}{5} = 6$$

$\rightarrow$ $30n - 60 + 40n + 60 - 24n - 192 = 360$

$46n = 360 + 192$

$46n = 552$

$\therefore n = 12$

RPTA.: A

29. Calcule "n" si el monomio es de 4to. grado $M_{(x)} = \sqrt{x\sqrt[n]{x^2\sqrt[3]{x}}}$

A) 1 B) 3 C) 2
D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{1}{3}$

RESOLUCIÓN

$$M_{(x)} = \sqrt{x} \cdot \sqrt[2n]{x^2} \cdot \sqrt[6n]{x}$$

$$M_{(x)} = x^{\frac{1}{2}+\frac{1}{n}+\frac{1}{6n}}$$

$\rightarrow$ $\frac{1}{2}+\frac{1}{n}+\frac{1}{6n} = 4$

$3n + 6 + 1 = 24n$

$\rightarrow$ $7 = 21n$

$\therefore n = \frac{1}{3}$

RPTA.: E

30. Si: $P_{(x)} = \frac{nx+1}{x-8}$

Además $P(P_{(x)})$ es independiente de "x". Calcule "n"

A) -1 B) 8 C) $-\frac{1}{8}$
D) -8 E) 5

RESOLUCIÓN

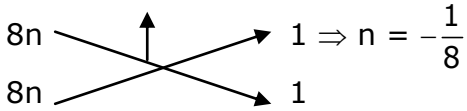
$$P\left(p_{(x)}\right) = \frac{\left(n^2+1\right)x + (n-8)}{(n-8)x + 65}$$

como es independiente de "x" se cumple:

$\frac{n^2+1}{n-8} = \frac{n-8}{65} \rightarrow 65n^2 + 65 =$

$n^2 - 16n + 64$

$64n^2 + 16n + 1 = 0$



RPTA.: C

31. Si: $P\left(P\left(P_{(x)}\right)\right) = 27x + 52$

Calcule: P(–1)

A) -1 B) 4 C) -4
D) 5 E) 1

RESOLUCIÓN

Como $P\left(P\left(P_{(x)}\right)\right)$ es lineal, entonces: P(x) es lineal. Luego

P(x) = ax + b

$\rightarrow$ $\underbrace{P(P(P_{(x)}))}_{}$ = $a^3x + a^2b + ab + b$

$27x + 52 = a^3 + a^2b + ab + b$

$\rightarrow$ a = 3 $\wedge$ b = 4

$\therefore$ P(x) = 3x + 4

P(–1) = –3 + 4 = 1

RPTA.: E

32. Halle la suma de los valores de "n" que hacen que la expresión:

$P_{(x)} = 2x^{n-3} + 7\sqrt[3]{x^n} - \frac{1}{3}x^{7-n} + 6$ sea racional entera.

A) 7 B) 8 C) 9
D) 12 E) 13

RESOLUCIÓN

$n - 3 \geq 0 \wedge \frac{n}{3} \in \mathbb{Z}^+ \wedge 7 - n \geq 0$

$n \geq 3 \wedge \begin{cases} n = 3 \\ \vee \\ n = 6 \end{cases} \wedge n \leq 7$

$\Rightarrow \quad n = 3 \vee n = 6$

$\therefore \sum \text{de "n"} = 9$

RPTA.: C

33. Sabiendo que:

$P(x;y) = 5x^{m-2}y^{n^2+5} \wedge Q(x;y) = \sqrt{2}x^{n+5}y^{m+4}$

son semejantes. Calcule el menor valor de m + n.

A) 1 B) 3 C) 5
D) 8 E) 13

RESOLUCIÓN

Si: P(x; y) ~ Q(x; y)

$\Rightarrow \quad m - 2 = n + 5 \rightarrow m - n = 7 \ldots(\alpha)$
$\Rightarrow \quad n^2 + 5 = m+4 \rightarrow n^2 - m = -1 \ldots(\beta)$
$\alpha + \beta$: $n^2 - n - 6 = 0$
$\Rightarrow \quad n = 3 \vee n = -2$

Luego:
n = 3 $\Rightarrow$ m = 10
n = –2 $\Rightarrow$ m = 5
$\therefore$ menos: m + n = 3

RPTA.: B

34. Sea $P(x) = x^3 + 3x + 3x^2 + 1$
Calcule: $P(P_{(-1)}) + P(P_{(1)})$

A) 0 B) –3 C) 728
D) 729 E) 730

RESOLUCIÓN

$P_{(x)} = (x+1)^3 \Rightarrow P_{(-1)} = 0 \wedge P(P_{(-1)}) = 1$
$P_{(1)} = (2)^3 = 8 \Rightarrow$
$P(P_{(1)}) = P(8) = 9^3 = 729$
$\therefore P(P_{(-1)}) + P(P_{(1)}) = 1 + 729 = 730$

RPTA.: E

35. Si el polinomio en "x" e "y"
$P(x, y) = 5x^a + 3x^by^c + 2x^cy^b + y^a$
es homogéneo ordenado y completo respecto de "x" e "y".
Calcule: 2a + b + 3c

A) 17 B) 13 C) 15
D) 16 E) 18

RESOLUCIÓN

Por ser ordenado y completo:
a = 3; b = 2 y c = 1
$\therefore \quad 2(3) + 2 + 3(1) = 6 + 2 + 9 = 17$

RPTA.: A

36. Calcule "m" si el polinomio

$P_{(x)} = 7x^{n^{2n}-8n} + 6x^{(n-1)^n} + 5x^{2n-2} + x^{n+1} + \ldots + x^{m^2-m+3}$

es completo y ordenado; en forma ascendente; de $4n^n$ términos.

A) 4 B) 5 C) 6
D) 7 E) 8

RESOLUCIÓN

Es ordenado en forma ascendente:

$\Rightarrow \quad n^{2n} - 8n = 0 \Rightarrow n = 2$
Luego:
$P_{(x)} = 7x^0 + 6x' + 5x^2 + x^3 + \ldots x^{m^3-m+3}$

El número de términos es:

$m^2 - m + 3 + 1$

$\Rightarrow$ $m^2 - m + 4 = 4n^n$

$m^2 - m + 4 = 16$

$\rightarrow$ $m^2 - m - 12 = 0$

$\therefore m = 4$

RPTA.: A

37. Halle a y b en la identidad:
$b^{4a}x^7 + b^by^8 \equiv a^bx^7 + a^ay^8$

A) 1 y 3 B) $\frac{1}{2}$ y $\frac{1}{3}$

C) $\frac{1}{2}$ y $\frac{1}{4}$ D) 1 y $\frac{1}{4}$

E) 0 y 1

RESOLUCIÓN

$a^a = b^b \Rightarrow$

$a = b^{\frac{b}{a}} \ldots (\alpha)$ $\wedge$ $a^b = b^{4a} \Rightarrow b = 2a$

$\therefore a = \frac{1}{4} \wedge b = \frac{1}{2}$

RPTA.: C

38. Siendo: $P(x^n + 1) = x - 1$
Halle: "n", si: $P(3) = -\frac{7}{8}$

A) $\frac{1}{3}$ B) $-\frac{1}{2}$ C) $\frac{1}{2}$

D) $-\frac{2}{3}$ E) $-\frac{1}{3}$

RESOLUCIÓN

$x^n + 1 = 3 \Rightarrow x^n = 2 \rightarrow x = \sqrt[n]{2}$

Luego:

$P_{(3)} = \sqrt[n]{2} - 1 = -\frac{7}{8}$

$\sqrt[n]{2} = \frac{1}{8} \rightarrow 2^{\frac{1}{n}} = 2^{-3}$

$\rightarrow$ $\therefore n = -\frac{1}{3}$

RPTA.: E

39. Sea P(x) un polinomio
$P(x) = (3x - 1)^n + 5x + 1$; además la suma de coeficientes es 70. Calcule el valor de: $\sqrt{10 + n}$

A) 6 B) 5 C) 4
D) 12 E) 3

RESOLUCIÓN

$\sum \text{coef} = P(1) = 2^n + 5 + 1 = 70$

$\Rightarrow$ $2^n = 64 \rightarrow n = 6$

$\therefore \sqrt{10 + 6} = 4$

RPTA.: C

40. Dado el polinomio mónico
$P_{(x)} = 5x^4 - 7ax^5 + (n-2)x^7 - 4x - 1$
Calcule el valor de: n^n

A) 1 B) 4 C) 27
D) 25 E) 16

RESOLUCIÓN

Por ser mónico y de una variable "x" (coeficiente principal = 1)

$\Rightarrow$ $(n - 2) = 1 \rightarrow n = 3$

Luego nos piden: $n^n = 3^3 = 27$

RPTA.: C

SEMANA 3
PRODUCTOS NOTABLES

41. Si $\frac{x^2}{y} - \frac{y^2}{x} = 3(x - y)$, halle

$W = \left(\frac{x^y}{y^x} + \frac{y^x}{x^y}\right)^4 \quad \forall x \neq 0, y \neq 0$

A) 16 B) 2^3 C) 4^{-2}
D) -2^{-4} E) $16^{-1/2}$

RESOLUCIÓN

$x^3 - y^3 = 3xy(x - y)$

$(x - y)^3 + 3xy(x - y) = 3xy(x - y)$

$(x - y)^3 = 0$

$$x = y \Rightarrow W = \left(\frac{x^x}{x^x} + \frac{x^x}{x^x}\right)^4 = 16$$

RPTA.: A

42. Si $a - a^{-1} = 1$, halle $W = a^{12} + a^{-12}$

A)256 B)306 C) 343
D)322 E)196

RESOLUCIÓN

$a^2 - 2 + a^{-2} = 1$
$a^2 + a^{-2} = 3$
$a^4 + a^{-4} = 7$
$a^{12} + a^{-12} + 3(7) = 343$
$\therefore \quad a^{12} + a^{-12} = 322$

RPTA.: D

43. Si $\sqrt[8]{m-n} + \sqrt[8]{m-p} + \sqrt[8]{p-m} = 0$,

Halle $W = \dfrac{m^{4n} + n^{2p} + 1}{m^{4m} + p^{2n} + 1}$

$\forall m, np \in R^+$

A) mnp B)1
C) $\sqrt{mnp}$ D) $m+n+p$
E) 2^{-1}

RESOLUCIÓN

$\sqrt[8]{m-n} = 0 \rightarrow m = n$
$\sqrt[8]{m-p} = 0 \rightarrow m = p$
$\sqrt[8]{p-m} = 0 \rightarrow p = m$
$\therefore \quad w = 1$

RPTA.: B

44. Si: $\sqrt[6]{x} + \sqrt[6]{y} + \sqrt[6]{z} = 0$, halle

$$W = \left(\frac{9\sqrt[3]{xyz} - (x+y+z)}{\sqrt{xy} + \sqrt{xz} + \sqrt{yz}}\right)^4, \forall x, y, z \in R - \{0\}$$

A) 16^{-1} B)32 C) 18
D)16 E)8

RESOLUCIÓN

$\left(\sqrt[6]{x}\right)^3 + \left(\sqrt[6]{y}\right)^3 + \left(\sqrt[6]{z}\right)^3 = 3\sqrt[6]{xyz}$
$\left(\sqrt[6]{x} + \sqrt[6]{y}\right)^3 = \left(-\sqrt[6]{z}\right)^3$
$\sqrt{x} + 3\sqrt[6]{xy}\left(-\sqrt[6]{z}\right) + \sqrt{y} = -\sqrt{z}$
$\left(\sqrt{x} + \sqrt{y} + \sqrt{z}\right)^2 = \left(3\sqrt[6]{xyz}\right)^2$
$x + y + z + 2\left(\sqrt{xy} + \sqrt{xy} + \sqrt{yz}\right) = 9\sqrt[3]{xyz}$
$\sqrt{xy} + \sqrt{xz} + \sqrt{yz} = \dfrac{9\sqrt[3]{xyz} - (x+y+z)}{2}$

$$W = \left(\frac{9\sqrt[3]{xyz} - (x+y+z)}{\frac{9\sqrt[3]{xyz} - (x+y+z)}{2}}\right)^4 = 2^4 = 16$$

RPTA.: D

45. Si $x = b + c - a$
$y = c + a - b$
$z = a + b - c$

Halle:

$$W = \frac{x^2yz + xy^2z + xyz^2}{(b+c-a)(c+a-b)(a+b-c)(a+b+c)}$$

A) $\dfrac{x}{y}$ B) $b + c - a$
C) $2(y+z)$ D) $\dfrac{1}{abc}$
E) 1

RESOLUCIÓN

$$W = \frac{xyz(x+y+z)}{xyz(a+b+c)} = 1 \quad \wedge$$

$x + y + z = a + b + c$

RPTA.: E

46. Simplificar:

$$W = \left(\frac{\sqrt{\sqrt[4]{8} + \sqrt{2} - 1} - \sqrt{\sqrt[4]{8} - \sqrt{\sqrt{2} - 1}}}{\sqrt{\sqrt[4]{8} - \sqrt{2+1}}}\right)^5$$

A) 343 B) $4\sqrt{2}$ C) $32\sqrt{2}$

D) $8\sqrt{2}$ E) 32

RESOLUCIÓN

$$f^2 = \frac{2\sqrt[4]{8} - 2\sqrt{\sqrt{8} - \sqrt{2} + 1}}{\sqrt[4]{8} - \sqrt{\sqrt{2} + 1}}$$

$$f^2 = \frac{2\sqrt[4]{8} - \sqrt{\sqrt{2} + 1}}{\sqrt[4]{8} - \sqrt{\sqrt{2} + 1}} = 2$$

$$f^2 = 2 \Rightarrow f = \sqrt{2}$$

$$\therefore \quad W = \sqrt{2}^5$$

$$W = 4\sqrt{2}$$

RPTA.: B

47. Si $xy^{-1} = 3 - x^{-1}y$, halle

$$W = \left(\frac{(x+y)^4 + 3x^2y^2}{4x^2y^2} \right)$$

A)11 B)7 C)-6
D)4 E)8

RESOLUCIÓN

$$\frac{x}{y} + \frac{y}{x} = 3$$

$$x^2 + y^2 = 3xy$$

$$x^2 + 2xy + y^2 = 5xy$$

$$(x+y)^2 = 5xy$$

$$(x+y)^4 = 25x^2y^2$$

$$\Rightarrow \quad w = \frac{25x^2y^2 + 3x^2y^2}{4x^2y^2}$$

RPTA.:B

48. Simplificar:

$$W = \frac{\sqrt[32]{1 + 3(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1)\ldots(2^{128}+1)}}{\sqrt[2^{n-3}]{1 + (2+1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1)\ldots n\,\text{fact}}}$$

A) 0,5 B)2 C)4
D) 0,25 E)1

RESOLUCIÓN

$$D \Rightarrow (2+1)(2-1) = 2^2 - 1 \qquad D \Rightarrow \sqrt[2^{N-3}]{2^{2^N}} = 2^{2^3} = 2^8$$

$$(2^2-1)(2^2+1) = 2^{2^2} - 1$$

$$\vdots$$

$$= 2^{2^n - 1}$$

$$\frac{N}{D} = \frac{2^8}{2^8} = 1$$

$$N \Rightarrow 1 + (2^2-1)(2^2+1)$$

$$(2^4-1)(2^4+1)$$

$$(2^8-1)$$

$$\vdots$$

$$2^{256} - 1$$

$$N \Rightarrow \sqrt[32]{2^{256}} = 2^8$$

RPTA.: E

49. Operar: $W = \sqrt[3]{1 + \frac{2\sqrt{7}}{3\sqrt{3}}} + \sqrt[3]{1 - \frac{2\sqrt{7}}{3\sqrt{3}}}$

A)1 B)2 C)3
D) $2\sqrt{7}$ E) $-2\sqrt{3}$

RESOLUCIÓN

$$W^3 = 1 + \frac{2\sqrt{7}}{3\sqrt{3}} + 1 - \frac{2\sqrt{7}}{3\sqrt{3}} + 3\sqrt[3]{1 - \frac{28}{27}}(W)$$

$$W^3 = 2 + 3\sqrt[3]{-\frac{1}{27}}W$$

$$W^3 = 2 - W$$

$$W^3 + W = 2 \Rightarrow W = 1$$

RPTA.: A

50. Si $(ab)^{-1} + (ac)^{-1} + (bc)^{-1} = -1$,

Halle: $W = \frac{(a+1)(b+1)(c+1)}{(a-1)(b-1)(c-1)}$,

$\forall\, a, b, c \neq 0$

A)1 B)-1 C)2

D) $\frac{1}{abc}$ E) 2^{-1}

RESOLUCIÓN

$$\frac{1}{ab}+\frac{1}{ac}+\frac{1}{bc}=-1$$

$$a+b+c=-abc$$

$\rightarrow$ $a+b+c+abc=0$

$$W=\frac{abc+ac+bc+\hat{c}+ab+\hat{a}+\hat{b}+1}{abc-ac-bc+c\pm ab+a+b-1}=-1$$

$$W=\frac{ab+bc+ac+1}{-(ab+bc+ac+1)}=-1$$

RPTA.:B

51. Si $(1+a^{-1}x)(a+y)(1+a^{-1}z)=a+x+y+z$,

Halle: $x^{-1}+y^{-1}+z^{-1}, \forall x,y,z\neq 0$

A) a B) a^{-1} C) $-a^{-1}$

D) a^2 E) 1

RESOLUCIÓN

$$\left(1+\frac{x}{a}\right)(a+y)\left(1+\frac{z}{a}\right)=a+x+y+z$$

$$(a+x)(a+y)(a+z)=a^2(a+x+y+z)$$

$$a^3+a^2(x+y+z)+a(xy+xz+yz)+xyz=a^3+a^2(x+y+z)$$

$$a(xy+xz+yz)=-xyz$$

$$\frac{xy+xz+yz}{xyz}=-\frac{1}{a}$$

$$\frac{1}{z}+\frac{1}{y}+\frac{1}{x}=-a^{-1}$$

$$x^{-1}+y^{-1}+z^{-1}=-a^{-1}$$

RPTA.: C

52. Simplificar:

$$W=(x-1)^2(x+1)^2(x^2+1)^2(x^4+1)^2\ldots(x^{1024}+1)^2-(1-x^{2048})^2-2$$

A) 1 B) 0 C) 2^{11}

D) -2 E) 4096

RESOLUCIÓN

$$W=(x-1)^2(x+1)^2(x^2+1)^2(x^4+1)^2\ldots(x^{1024}+1)^2-(1-x^{2048})^2-2$$

$$W=(x^2-1)^2(x^2+1)^2(x^4+1)^2\ldots(x^{1024}+1)^2-(1-x^{2048})^2-2$$

$$W=(x^4-1)^2(x^4+1)^2\ldots(x^{1024}+1)^2-(1-x^{2048})^2-2$$

$$W=(x^8-1)^2(x^8+1)^2\ldots.(x^{1024}+1)^2-(1-x^{2048})^2-2$$

$$W=\cancel{(x^{2048}-1)^2-(x^{2048}-1)^2}-2$$

$$W=-2$$

RPTA.: D

53. Si $n=(a+b+c)^4-4(ab+bc+ac)(a^2+b^2+c^2+ab+ac+bc)$

y : $a^2+b^2+c^2=8$

Halle: $\sqrt{n}, a\neq b\neq c$

A) $2\sqrt{2}$ B) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C) 2

D) 4 E) 8

RESOLUCIÓN

$$a^2+b^2+c^2=x$$

$$ab+bc+ac=y$$

$$n=(x+2y)^2-4y(x+y)$$

$$n=x^2+4xy+4y^2-4xy-4y^2$$

$$n=x^2$$

$$n = \left(a^2 + b^2 + c^2\right)^2$$

$$\sqrt{n} = \sqrt{\left(a^2 + b^2 + c^2\right)^2} = 8$$

RPTA.: E

54. Operar:
$W = (a+b+c)^3 - (a-b+c)^3 - 6b\left[(a+c)^2 - b^2\right]$
Si: b = 0,5

A)1 B)2 C)$\frac{1}{4}$

D)$\frac{1}{16}$ E)$16^{-\frac{3}{4}}$

RESOLUCIÓN

a+c=n

$$W = (n+b)^3 - (n-b)^3 - 6b\left(n^2 - b^2\right)$$

$$W = n^3 + 3n^2b + 3nb^2 + b^3 - \left(n^3 - 3n^2b + 3nb^2 - b^3\right)$$

$$-6bn^2 + 6b^3$$

$$W = 8b^3$$

$$W = 8\left(\frac{1}{2}\right)^3 = 1$$

RPTA.: A

55. Si $a^{-1} + b^{-1} + c^{-1} = 0; a, b \wedge c \neq 0$,
Halle:

$$E = \frac{a^4 + b^4 + c^4 - 4abc(a+b+c)}{(a+b+c)^4}$$

A)$-4abc$ B)4abc C)1
D)2 E)abc

RESOLUCIÓN

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 0$$

$$(bc + ac + ab)^2 = (0)^2$$

$$b^2c^2 + a^2c^2 + a^2b^2 + 2abc^2 + 2ab^2c + 2a^2bc = 0$$

$$b^2c^2 + a^2c^2 + a^2b^2 = -2abc(c+b+a)\ldots(\alpha)$$

Además:

$$\left(a^2 + b^2 + c^2\right) = a^4 + b^4 + c^4 + 2\left(a^2b^2 + a^2c^2 + b^2c^2\right)\ldots(\beta)$$

$(\alpha) \wedge (\beta)$

$$\left(a^2 + b^2 + c^2\right)^2 = a^4 + b^4 + c^4 + 2[-2abc(c+b+a)]$$

$$\left(a^2 + b^2 + c^2\right)^2 = a^4 + b^4 + c^4 - 4abc(a+b+c)$$

$$\therefore \quad \frac{\left(a^2 + b^2 + c^2\right)^2}{\left(a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc\right)^2}$$

$$E = \frac{\left(a^2 + b^2 + c^2\right)^2}{\left[a^2 + b^2 + c^2 + 2\underbrace{(ab + ac + bc)}_{0}\right]^2} = 1$$

RPTA.: C

56. ¿Cuál es el intervalo de valores de "α", de modo que la ecuación $2x^2 - 2(\alpha - 1)x - 8 = 0$, tenga raíces de distinto signo?

A)$\left\langle \frac{1}{2}, +\infty \right\rangle$ B)$\langle -2; +\infty \rangle$

C) $\langle -\infty; -2 \rangle$ D) $\langle -6; 2 \rangle$

E) $\langle 8; +\infty \rangle$

RESOLUCIÓN

$$x^2 - \left(\frac{2\alpha - 1}{2}\right)x - 4 = 0 \Rightarrow \Delta > 0$$

$\left(\frac{2\alpha - 1}{2}\right)^2 + 16 = 0$, como c<0, se presentan 2 posibilidades:

i) $b > 0 \Rightarrow -\frac{2\alpha - 1}{2} > 0 \Rightarrow 2\alpha - 1 < 0 \Rightarrow \alpha < \frac{1}{2}$

ii) $b < 0 \Rightarrow -\frac{2\alpha - 1}{2} < 0 \Rightarrow 2a - 1 > 0 \Rightarrow \alpha > \frac{1}{2}$

En este caso una respuesta seria
$x \in \left\langle -\infty; \frac{1}{2} \right\rangle \vee \left\langle \frac{1}{2}; \infty \right\rangle$

RPTA.:A

57. Los valores de "x" que satisfacen la ecuación:

$\sqrt{2x+13}=\sqrt{x+3}+\sqrt{x+6}$

tiene la propiedad que su suma es:

A)-14 B)-7 C)-9
D)-2 E)7

RESOLUCIÓN

$2x+13=x+3+2\sqrt{(x+3)(x+6)}+x+6$

$4=2\sqrt{x^2+9x+18}$

$4=x^2+9x+18$

$0=x^2+9x+14$

$0=(x+7)(x+2)$

x= -7No cumple

x=-2 Si cumple

Únicamente (-2) satisface la ecuación.

RPTA.: D

58. Sea A la suma de las raíces de $ax^2+bx+c=0$ y B la suma de las raíces a $(x+1)^2+b(x+1)+c=0$, entonces B-A es:

A)-2 B)-1 C)0
D)1 E)2

RESOLUCIÓN

$x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}=0\Rightarrow S=-\frac{b}{a}$

$ax^2+2ax+a+bx+b+c=0$

$ax^2+(2a+b)x+(a+b+c)=0$

$x^2+\left(\frac{2a+b}{a}\right)x+\left(\frac{a+b+c}{a}\right)=0$

$\Rightarrow S=-\frac{2a+b}{a}$

$\therefore B-A=\left(-2-\frac{b}{a}\right)-\left(-\frac{b}{a}\right)=-2$

RPTA.: A

59. En la ecuación cuadrática:
$ax^2+bx+c=0$ afirmamos:

I. Si la suma de sus raíces es igual a su producto, entonces b+c=0.
II. Si una raíz es la negativa de la otra, entonces b=0.
III. Si una raíz es doble de la otra, entonces $2b^2=9ac$

A) Las 3 afirmaciones son verdaderas.
B) Solo I y II son verdaderas.
C) Solo I y III son verdaderas.
D) Solo II y III son verdaderas.
E) Solo II es verdadera.

RESOLUCIÓN

$S=\frac{b}{a};\ P=\frac{c}{a}$

I. $x_1+x_2=x_1.x_2$

$-\frac{b}{a}=\frac{c}{a}\Rightarrow b+c=0$ (V)

II. $x_1=-x_2$, pero $x_1+x_2=-\frac{b}{a}$

$-x_2+x_2=-\frac{b}{a}$

$0=-\frac{b}{a}$

$0=b$ (V)

III. $x_1=2x_2\Rightarrow x_1+x_2=-\frac{b}{a}$

$2x_2+x_2=-\frac{b}{a}$

$3x_2=-\frac{b}{a}$

$x_2=-\frac{b}{3a}$

$(x_2)^2=\left(-\frac{b}{3a}\right)^2$

$x_2^2=\frac{b^2}{9a^2}$

.....(1)

Luego: $x_1.x_2 = \frac{c}{a}$

$$2x_2 \square x_2 = \frac{c}{a}$$

$$2x_2^2 = \frac{c}{a}$$

$$x_2^2 = \frac{c}{2a} \quad \text{.....(2)}$$

De (1) y (2)

$$\frac{b^2}{9a^2} = \frac{c}{2a}$$

$2b^2 = 9ac$

RPTA.: A

60. Si las ecuaciones cuadráticas:

$2x^2 + (m+1)x + 3 - n = 0$

$3x^2 + (3n)x + m - 2 = 0$

Son equivalentes, para $m \wedge n \in R$, calcule n.

A) $\frac{23}{5}$ B)15 C) $\frac{15}{7}$

D) $\frac{11}{9}$ E) 9

RESOLUCIÓN

$$\frac{2}{3} = \frac{m+1}{3n} = \frac{3-n}{m-2}$$

$2m - 4 = 9 - 3n \wedge 6n = 3m + 3$

$$m = \frac{13 - 3n}{2}$$

$$6n = 3\left(\frac{13 - 3n}{2}\right) + 3$$

$$6n = \frac{39 - 9n}{2} + 3$$

$$12n = 39 - 9n + 6$$

$$n = \frac{15}{7}$$

RPTA. C

SEMANA 4
DIVISIBILIDAD
COCIENTES NOTABLES
FACTORIZACIÓN I

61. ¿Cuál será aquel polinomio cuadrático de coeficiente principal 4, capaz de ser divisible por $(2x+1)$ y que al ser evaluado en (2) toma el valor de 5?

A) $4x^2 + 4x - 3$ B) $4x^2 - 4x + 3$

C) $4x^2 - 4x - 3$ D) $4x^2 - 4x - 2$

E) $4x^2 - 4x + 2$

RESOLUCIÓN

Sea este Polinomio

$P_{(x)} = 4x^2 + ax + b$:

Por condición:

$4x^2 + ax + b \equiv (2x+1).q'_{(x)} \rightarrow$

$$4\left(\frac{-1}{2}\right)^2 + a\left(\frac{-1}{2}\right) + b = 0$$

$-a+2b=-2$.....(1)

Además:

$4x^2 + ax + b \equiv (x-2)q''_{(x)} + 5$

Entonces: $4(2)^2 + 2a+b = 5$

$\rightarrow$ $2a+b = -11$ .....(2)

De: 2(1)+(2) : $5b=-15 \rightarrow b=-3$

En (2):$2a=-8 \rightarrow a=-4$

Conclusión: $P_{(x)} = 4x^2 - 4x - 3$

RPTA.: C

62. ¿Para qué valor de "m" el polinomio:

$(x^2 - y^2 + z^2)(x^2 + y^2 + -z^2) + mx^2yz$

es divisible por (x+y+z)?

A) 4 B) 2 C) 1

D) -8 E) -4

RESOLUCIÓN

En la base a la identidad:

$$(x^2 - y^2 + z^2)(x^2 + y^2 - z^2) + mx^2yz \equiv$$

$$(x + y + z)q'_{(x,y,z)}$$

Con: x=1 ; y=1; z=-2 evaluando:
(1-1+4)(1+1-4)+m….(-2)=0
-8=2m→m=-4

RPTA.: E

63. Busque la relación que debe existir entre "p" y"q" a fin de que el polinomio:

$P_{(x)} = x^3 - 3px + 2q$

Resulte ser divisible por $(x + a)^2$

A) $P^3 = q^2$ B) $P^2 = q^3$ C) $P = q$

D) $P.q = 1$ E) $P = -q^2$

RESOLUCIÓN

Aplicando dos veces ruffini bajo el principio de divisibilidad.

	1	0	-3P	2q
-a		-a	a^2	$-a^2 + 3ap$
	1	-a	$(a^2 - 3p)$	$3ap + 2q - a^3$
-a		-a	$2a^2$	$R_1 = 0$
	1	-2a	$3a^2 - 3P$	

$$R_1 = 0$$

Si: $3a^2 - 3P = 0$

$$a^2 = P \rightarrow (a^2)^3 = P^3$$

Reemplazando en: $R_1 = 0 \Rightarrow$

$$3a^3 + 2q - a^3 = 0 \rightarrow a^3 = -q$$

$$(a^3)^2 = (-q)^2$$

Conclusión: $P^3 = q^2$.

RPTA.: A

64. Determine "abc" sabiendo que el polinomio :

$$P(x) = a + c + (b + c)x + (a + b)x^2 - 6x^3 - 2x^4$$

es divisible por $(x - 3)(x^2 - 1)$

A) -2 B) -34 C) 40

D) -1360 E) 2720

RESOLUCIÓN

Por Teorema de divisibilidad

$P_{(x)} \equiv (x - 1)q'_{(x)} \rightarrow R_1 = 0$

$P_{(x)} \equiv (x + 1)q''_{(x)} \rightarrow R_2 = 0$

$P_{(x)} \equiv (x - 3)q'''_{(x)} \rightarrow R_3 = 0$

Empleando Ruffini (tres veces)

	-2	-6	(a+b)	(b+c)	(c+a)
1		-2	-8	a+b-8	a+2b+c-8
	-2	-8	(a+b-8)	(a+2b+c-81)	2(a+b+c-4)
-1		+2	6	-a-b+2	R_1
	1	-6	(a+b-2)	b+c-6	
3		-6	-36	R_2	
	-2	-12	a+b-38		

R_3

Si: a+b+c-4=0→a+b+c=4
b+c-6=0→ b+c=6
a+b-38=0→a+b=38
en (1) c=-34
en (2) b=40
Luego: abc=2720.

RPTA.: E

65. Si el Polinomio:

$P_{(x)} = x^3 - 6x^2 + 11x - 6$; es divisible por: (x-a), (x-b) y (x-c) indistintamente.

¿Cuál será el residuo de:

$$\frac{P_{(x)}}{x - a^{-1}b^{-1} - b^{-1}c^{-1} - c^{-1}a^{-1}}?$$

A) 0 B)1

C) ab + bc + ca D) -1

D) ab + cb + ca

RESOLUCIÓN

Al ser divisible indistintamente lo será también por el producto es decir:

$$P_{(x)} \equiv \underbrace{(x-a)(x-b)(x-c)}\, q_{(x)}$$

$x^3 - 6x^2 + 11x - 6$ 3er grado (monico) Uno

$$x^3 - 6x^2 + 11x - 6 \equiv$$
$$x^3 - (a+b+c)x^2 + (ab+bc+ca)x - abc$$

De donde:

$a + b + c = 6$

$ab + bc + cd = 11$

$abc = 6$

Se pide:

$$\frac{P_{(x)}}{x-\left(\frac{1}{ab}+\frac{1}{bc}+\frac{1}{ca}\right)} = \frac{P_{(x)}}{x-\left(\frac{c+a+b}{abc}\right)} = \frac{P_{(x)}}{x-1}$$

Evaluando en x=1: $R = P_{(1)} = 0$

RPTA.: A

66. ¿Cuál será aquella división notable que genere al cociente $\left(a^{35} - a^{30} + a^{25} - \ldots + a^5 - 1\right)$.

A) $\frac{a^{36}-1}{a+1}$ B) $\frac{a^{40}-1}{a^5+1}$

C) $\frac{a^{40}-1}{a^5+1}$

RESOLUCIÓN

Por principio teórico de signo y variación de exponente de 5 en 5, es la B.

RPTA.: B

67. Encuentre el valor de: $\left(10^9 - 1\right) \div (999)$

A) 1000001 B) 1010101
C) 1001001 D) 0
E) 1

RESOLUCIÓN

Acondicionando el divisor:

$$\frac{10^9-1}{10^3-1} = \frac{\left(10^3\right)^3 - 1}{10^3-1} = \left(10^3\right)^2 + \left(10^3\right)^1 + 1$$

$$= 1001001$$

RPTA.: C

68. Sabiendo que el cociente de la división $\frac{x^{30} - y^m}{x^n + y^2}$; consta de 10 términos.

Determine el valor de: m^n

A) 60 B) 8000 C) 3^{20}
D) 600 E) 8

RESOLUCIÓN

Por condición:

$$\frac{30}{n} = \frac{m}{2} = 10 \begin{cases} \rightarrow n=3 \\ \searrow m=20 \end{cases}$$

Luego: $20^3 = 8000$

RPTA.: B

69. Se desea conocer de cuántos términos está constituido el cociente de : $\frac{x^\alpha - 1}{x-1}$ sabiendo que $\left(T_{10}\right)\left(T_{50}\right)\left(T_{100}\right) = x^{236}$

A) 396 B) 133 C) 132
D) 236 E) 131

RESOLUCIÓN

$$\frac{x^\alpha - 1}{x-1} = x^{\alpha-1} + x^{\alpha-2} + x^{\alpha-3} + \ldots x^{\alpha-k} + \ldots + 1$$

T_2 T_3 T_k

$T_{10} = x^{\alpha-10}$

$T_{50} = x^{\alpha-50}$ $\Big\}$ $x^{\alpha-10}.x^{\alpha-50}.x^{\alpha-100} = x^{236}$

$T_{100} = x^{\alpha-100}$ $\Big\}$ $x^{3\alpha-160} = x^{236}$

De donde: $3\alpha - 160 = 236$

$3\alpha = 396$

$\alpha = 132$

Luego: # términos=132+1=133

RPTA.: B

70. Si la división indicada: $\dfrac{x^P - y^{432}}{x^3 - y^P}$ genera un cociente notable. Averigüe al término antepenúltimo

A) x^2y^9 B) x^6y^{324}

C) $x^{36}y^{360}$ D) 0

E) $x^6\ y^{314}$

RESOLUCIÓN

Si la división indicada es notable, debe cumplir que:

$\dfrac{P}{3} = \dfrac{432}{P}$

$P^2 = 3.432$

$P^2 = 3.3^3.2^4 \rightarrow P = 3^2.2^2 = 36$

Luego:

$$\frac{x^{36} - y^{432}}{x^3 - y^{36}} = \frac{\left(x^3\right)^{12} - \left(y^{36}\right)^{12}}{\left(x^3\right)^1 - \left(y^{36}\right)^1} =$$

$$T_1 + T_2 + \ldots + T_{10} + T_{11} + T_{12}$$

$\uparrow$ antepenúltimo

$$T_{antep} = T_{10} = \left(x^3\right)^{12-10}\left(y^{36}\right)^{10-1} = x^6y^{324}$$

RPTA.: B

71. Después de dividir el cociente de $\dfrac{x^{6n+1} - 1}{x - 1}$; $n \in N$. Entre $(x+1)$; se obtiene un nuevo cociente que al ser dividido por $\left(x^2 + x + 1\right)$ obtendremos como residuo.

A) 0 B) -x C) x+1

D) x-1 E) 1

RESOLUCIÓN

Efectuando la división notable

$$\frac{x^{6n} - 1}{x - 1} = x^{6n-1} + x^{6n-2} + x^{6n-3} + x^2 + x + 1$$

Luego en:

$$\frac{x^{6n-1} + x^{6n-2} + x^{6n-3} + \ldots + x^2 + x + 1}{x + 1}$$

Aplicando Ruffini

Existen "6n" términos

	1	1	1	...	1	1	1
-1		-1	0	-1			-1
	1	0	1	0 ···	0	1	0

Existen "6n-1" términos

$$q_{(x)} = x^{6n-2} + x^{6n-4} + x^{6n-6} + \ldots + x^4 + x^2 + 1$$

Finalmente en:

$q_{(x)} \div \left(x^2 + x + 1\right)$

Según el teorema del residuo

Si: $x^2 + x + 1 <> \rightarrow x = \omega$

Que al evaluarlo en este valor

$R = q_{(\omega)} = \underbrace{\omega + \omega^2 + 1}_{\text{Cero}} = 0$

RPTA.: A

72. Factor Primo de:

$Q_{(a,b)} = 1+b+c+a(1+b+c+bc)+bc$

será:

A) 1+c B) 1+b C) 1+ab

D) 1+bc E) 1+abc

RESOLUCIÓN

Asociando:

$Q_{(a,b)} = (1 + b + c + bc) + a(1 + b + c + bc)$

Extrayendo factor común

$Q_{(a,b)} = (1 + b + c + bc)[1 + a]$

$Q_{(a,b)} = \{(1 + b) + c(1 + b)\}(1 + a)$

$Q_{(a,b)} = (1 + c)(1 + b)(1 + a)$

⇩

Constante

RPTA.: B

73. ¿Cuántos factores primos binómicos admite el polinomio; $P_{(x)} = X^{n+2} - x^n + x^3 + x^2 - x - 1; n \in N$.

A) 1 B) 2 C) 3
D) n E) ninguno

RESOLUCIÓN

Asociando de 2 en 2:

$P_{(x)} = x^n.x^2 - x^n + x^3 + x^2 - x - 1$

$P_{(x)} = x^n(x^2 - 1) + x(x^2 - 1) + (x^2 - 1)$

$P_{(x)} = (x^2 - 1)[x^n + x + 1]$

⇩

$P_{(x)} = (x + 1)(x - 1)(x^n + x + 1)$

RPTA.: B

74. Uno de los divisores de: $a^2 - b^2 - c^2 + d^2 - 2(ad - bc)$ Será:

A) a-b+c-d B) a+b-c+d
C) a-b-c + d D) a+b+c-d
E) a-b-c-d

RESOLUCIÓN

Asociando convenientemente

$a^2 - b^2 - c^2 + d^2 - 2ad + 2bc$ a =

$(a^2 - 2ad + d^2) - (b^2 - 2bc + c^2) =$

$(a - d)^2 - (b - c)^2 =$

$(a - d + b - c)[a - d - b + c]$

RPTA.: A

75. ¿Cuál será el divisor trinomio del polinomio en variables: m,n,p.

$m^3(n - P) + n^3(P - m) + P^3(m - n)$?

A) m-n-P B) m+n-P
C) m-n+P D) m+n+P
E) mn+nP+Pn

RESOLUCIÓN

Mediante la distribución en el segundo y tercer término:

$m^3(n - P) + \underline{\underline{n^3P}} - n^3m + P^3m - \underline{\underline{P^3n}} =$

Asociando:

$m^3(n - P) + nP(n^2 - p^2) - m(n^3 - p^3) =$

⇩ ⇩

$(n + P)(n - P)$ ....

$(n - P)(n^2 + np + P^2)$

$(n\text{-}P)\left[\underline{\underline{m^3}} + n^2P + nP^2 - \underline{\underline{mn^2}} - mnP - mP^2\right] =$

$(n\text{-}P)\left[m(m^2 - n^2) - nP(m - n) - P^2(m - n)\right] =$

⇩

(m+n)(m-n)

$(n - P)\left[(m - n)(m^2 + mn - nP - P^2)\right] =$

$(n - P)(m - n)\left[(m + P)(m - P) + n(m - P)\right] =$

$(n - P)(m - n)(m - P)[m + n + P]$

RPTA.: D

76. El Polinomio:

$M(x, y) = (x + y)^3 + 3xy(1 - x - y) - 1$

Será divisible por:

A) $x^2 + xy + y^2 + x + y + 1$

B) $x^2 + xy + y^2 + x - y + 1$

C) $x^2 + xy + y^2 + x + y + 1$

RESOLUCIÓN

Asociando convenientemente

$M(x, y) = \underbrace{(x + y)^3 - 1}_{\text{Diferencia de cubos}} - 3xy(x + y - 1)$

$M(x, y) = (x + y - 1)\left[(x + y)^2 + (x + y) + 1\right]$

-3xy(x+y-1)

Extrayendo el factor común

$M(x,y) = (x+y-1)\left[\, x^2 - xy + y^2 + x + y + 1 \,\right]$

RPTA.: C

77. Un factor primo racional de: $R_{(a)} = a^3 + b^3 + 9ab - 27$; será:

A) a+b+3
B) a-b+3
C) ab-3(a+b)
D) $a^2 + b^2 - ab + 3(a+b) + 9$
E) $a^2 + b^2 + ab - 3(a+b) + 9$

RESOLUCIÓN

$R_{(a)} = a^3 + b^3 + (-3)^3 - 3ab(-3)$

Corresponde a la identidad Gaussiana, que proviene de:

$= [a+b+(-3)]\{a^2 + b^2 + (-3)^2 - ab - a(-3) - (-3)b\}$

$= (a+b+c)[a^2 + b^2 + 9 - ab + 3(a+b)]$

RPTA.: D

78. Cuántos divisores admitirá el Polinomio:

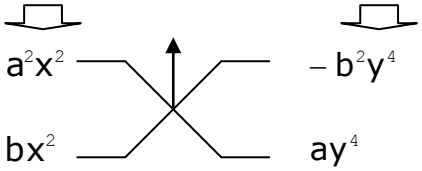
$P_{(x;y)} = a^2bx^4 - (b^3 - a^3)x^2y^4 - ab^2y^8$

A) 8 B) 7 C) 15
D) 4 E) 3

RESOLUCIÓN

Empleando el aspa simple:

$P_{(x,y)} = a^2bx^4 - (b^3 - a^3)x^2.y^4 - ab^2y^8$



$P_{(x,y)} = (a^2x^2 - b^2y^4)[bx^2 + ay^4]$

$P_{(x,y)} = (ax + by^2)(ax - by^2)[bx^2 + ay^4]$

Nº divisores: (1+1)(1+1)(1+1)

RPTA.: A

79. Halle la suma de los elementos de aquellos Polinomios irreductibles que se desprenden de:

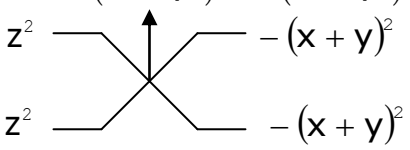
$Q_{(x,y,z)} = z^4 - 2(x^2y^2)z^2 + (x^2 - y^2)^2$

A) 4x B) 4y C) 4z
D) 2(x-y) E) 2(x+y)

RESOLUCIÓN

Mediante un aspa simple

$Q = z^4 - 2(x^2 + y^2)z^2 + (x^2 - y^2)^2$



$Q = [z^2 - (x+y)^2]\{z^2 - (x-y)^2\}$

$Q_{(x,y,z)} = (z+x+y)(z-x-y)(z+x-y)(z-x+y)$

Sumando estos elementos =4z

RPTA.: C

80. Un divisor del Polinomio:

$P_{(x,y)} = 2x(2x+7y) - 3y(5y+12) + 48x$

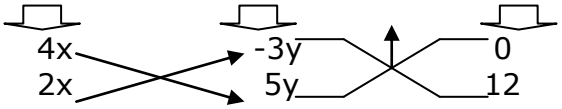
será:

A) 3x-4y B) 4x-3y C)2x-3y
D) 2x-3x E) 2x-5y+12

RESOLUCIÓN

Buscando la forma de un aspa doble:

$$P_{(x,y)} = 8x^2 + 14xy - 15y^2 + 48x - 36y + 0$$



$$P_{(x,y)} = (4x - 3y)[2x + 5y + 12]$$

RPTA.: B

SEMANA 5
COCIENTES NOTABLES FACTORIZACIÓN

81. Hallar el menor término racional del cociente notable.

$$\frac{\sqrt[3]{4^7} - 2^3\sqrt{2}}{\sqrt[3]{4} - \sqrt{2}}$$

A) 9 B) -1 C) 3
D) 5 E) 8

RESOLUCIÓN

$\frac{\sqrt[3]{4}^7 - \sqrt{2}^7}{\sqrt[3]{4} - \sqrt{2}} \Rightarrow$ Por el término general

$$T_k = \left(\sqrt[3]{4}\right)^{7-k}\left(\sqrt{2}\right)^{k-1}$$

efectuando por exponentes

$$T_k = 2^{\frac{25-k}{6}} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(\alpha)$$

Por lo que piden:

$\frac{25-k}{6}$ debe ser mínimo $\Rightarrow k = 7$;

luego en (α):

$$T_7 = 2^{\frac{25-7}{6}} \rightarrow T_7 = 2^3 = 8$$

RPTA.: E

82. En el cociente notable $\frac{(x+2)^{16} - (x-2)^{16}}{2(x^2+4)}$; halle el valor numérico del quinto término para x=1

A) –729 B) 126 C) 81
D) 243 E) 729

RESOLUCIÓN

Dando la forma de un C.N:

$$\frac{\left[(x+2)^2\right]^8 - \left[(x-2)^2\right]^8}{(x+2)^2 + (x-2)^2}$$

$$\Rightarrow T_5 = \left[(x+2)^2\right]^3\left[(x-2)^2\right]^4 = (x+2)^6(x-2)^8$$

$\therefore$ x=1 $\Rightarrow$ $T_5 = 3^6.(-1)^8 = 729$

RPTA.: E

83. Halle el grado absoluto del primer término central del C.N.

$$\frac{x^{15n+50} - y^{15n-10}}{x^{n+1} - y^{n-2}}$$

A) 11 B) 106 C) 63
D) 40 E) 72

RESOLUCIÓN

Por la condición necesaria y suficiente se debe de cumplir:

$$\frac{15n+50}{n+1} = \frac{15n-10}{n-2} \rightarrow n = 6$$

luego: $\frac{(x^7)^{20} - (y^4)^{20}}{(x^7) - (y^4)}$

Hallamos los términos centrales.

$$T_{10} = (x^7)^{10}(y^4)^9 \rightarrow T_{10} = x^{70}y^{36}$$

$$T_{11} = (x^7)^9(y^4)^{10} \rightarrow T_{11} = x^{63}y^{40}$$

$\therefore$ G.A. $T_{10} = 106$

RPTA.: B

84. Si... $x^{195}y^{140} + x^{190}y^{147} + \ldots$ son términos consecutivos del desarrollo de un C.N. Halle el número de términos.

A) 61 B) 59 C) 58
D) 60 E) 65

RESOLUCIÓN

Formando un C.N. de:

$\ldots\left(x^5\right)^{39}\left(y^7\right)^{20} + \left(x^5\right)^{38}\left(y^7\right)^{21}$

Número de términos = G.A +1

$\therefore \quad N_T = 59 + 1 = 60$

RPTA.: D

85. En el siguiente cociente notable $\frac{x^{20} - y^{30}}{x^2 - y^3}$. Calcule el lugar que ocupa el término que contiene a x^{10}.

A) sexto B) quinto
C) octavo D) cuarto
E) décimo

RESOLUCIÓN

$T_k = \left(x^2\right)^{10-k}\left(y^3\right)^{k-1} = x^{10}y^?$

$\Rightarrow \quad x^{20-2k} = x^{10} \rightarrow k = 5$

$\therefore$ El lugar es quinto

RPTA.: B

86. Luego de factorizar:
$P(x) = x^8 + x^4 + 1$; halle la suma de los factores primos.

A) $x^4 + x^2 + 3$
B) $x^2 - 3$
C) $x^2 + 3$
D) $x^4 + 2$
E) $x^4 - 1$

RESOLUCIÓN

Aplicando la identidad de Argan a

$P(x) = \left(x^2 + x + 1\right)\left(x^2 - x + 1\right)\left(x^4 - x^2 + 1\right)$

Luego:

$\sum$ fac. primos= $x^4 + x^2 + 3$

RPTA.: A

87. Luego de factorizar
$P(x) = x^8 + x^7 + x^5 + x^4 + x^3 + 1$
en $\square(x)$, indique el número de factores primos.

A) 5 B) 3 C) 4
D) 6 E) 2

RESOLUCIÓN

$P(x) = \left(x^8 + x^4 + 1\right) + \left(x^7 + x^5 + x^3\right)$

$P(x) = \left(x^2 + x + 1\right)\left(x^2 - x + 1\right)$

$\left(x^4 - x^2 + 1\right) + x^3\left(x^4 + x^2 + 1\right)$

$P(x) = \left(x^2 + x + 1\right)\left(x^2 - x + 1\right)$

$\left(x^4 - x^2 + 1 + x^3\right)$

$P(x) = \left(x^2 + x + 1\right)\left(x^2 - x + 1\right)$

$\left(x^4 - x^2 + x^3 + 1\right)$

$P(x) = \left(x^2 + x + 1\right)\left(x^2 - x + 1\right)$

$\left(x^2\left(x^2 - 1\right) + (x + 1)\left(x^2 - x + 1\right)\right)$

$P(x) = \left(x^2 + x + 1\right)\left(x^2 - x + 1\right)(x + 1)$

$\left(x^3 - x + 1\right)$

$\therefore$ Hay 4 factores primos

RPTA.: C

88. Factorizar:
$P(x) = x^6 - x^4 + 2x^2 - 1$ indicar la suma de coeficientes de un factor primo.

A) –1 B) 0 C) 1
D) 2 E) -2

RESOLUCIÓN

$P(x) = x^6 - (x^4 - 2x^2 + 1)$

$P(x) = x^6 - (x^2 - 1)^2 \equiv$

$(x^3 + x^2 - 1)(x^3 - x^2 + 1)$

$\sum$ de coef = 1

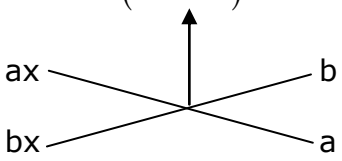
RPTA.: C

89. Factorizar:
$F(x) = abx^2 + (a^2 + b^2)x + ab$, e indicar la suma de los T.I. de los factores primos.

A) a+b B) a-b C) a
D) b E) ab

RESOLUCIÓN

$F(x) = abx^2 + (a^2 + b^2)x + ab$



$\Rightarrow \quad F(x) = (ax + b)(bx + a)$

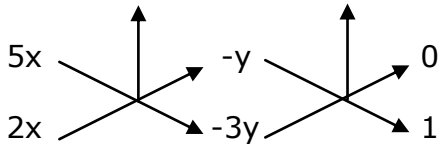
RPTA.: A

90. Al factorizar:
$P(x) = 10x^2 - 17xy + 3y^2 + 5x - y$
Indicar la suma de sus términos de sus factores primos.

A) 7x-4y+1 B) 7x-1
C) 4x-7y-1 D) 4y-1
E) 5x+2y-1

RESOLUCIÓN

$P(x) = 10x^2 - 17xy + 3y^2 + 5x - y + 0$



$\therefore \quad P(x) = (5x - y)(2x - 3y + 1)$

RPTA.: A

91. Factorizar:
$P(x) = 12x^3 + 8x^2 - 3x - 2$, e indicar un factor primo lineal.

A) 3x +2 B) -3x–1 C) -2x+1
D) x+2 E) 4x+3

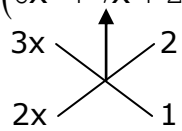
RESOLUCIÓN

Aplicando Ruffini

	12	8	-3	-2
$\frac{1}{2}$	↓	6	7	2
÷	12	14	4	0

6 7 2

$\Rightarrow \quad P(x) = (2x - 1)(6x^2 + 7x + 2)$



$\Rightarrow \quad P(x) = (2x - 1)(3x + 2)(2x + 1)$

RPTA.: A

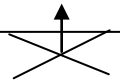
92. Factorice:
$P(x) = x^5 + 5x^4 + 7x^3 - x^2 - 8x - 4$
Indique el promedio aritmético de los T.I. de los factores primos.

A) $\frac{4}{3}$ B) $\frac{6}{5}$ C) $\frac{1}{4}$
D) $\frac{3}{2}$ E) $\frac{2}{3}$

RESOLUCIÓN

	1	5	7	-1	-8	-4
1	↓	1	6	13	12	4
	1	6	13	12	4	0
-1	↓	-1	-5	-8	-4	
	1	5	8	4	0	
-2	↓	-2	-6	-4		
	1	3	2	0		

$P(x) = (x + 1)(x - 1)(x + 2)(x^2 + 3x + 2)$



x 2
x 1

$\therefore \quad P(x) = (x+1)^2 (x-1)(x+2)^2$

Luego: $M.A = \dfrac{1-1+2}{3} = \dfrac{2}{3}$

RPTA.: E

93. Al factorizar:
$P(x;y) = x^4 + 4y^4$
Calcule el número de factores algebraicos.

A) 4 B) 3 C) 6
D) 7 E) 8

RESOLUCIÓN

$P(x;y) = \underbrace{x^4 + 4y^4 + 4x^2y^2} - (2xy)^2$

$P(x;y) = (x^2 + 2y^2)^2 - (2xy)^2$

$P(x;y) = (x^2 + 2xy + 2y^2)(x^2 - 2xy + 2y^2)$

$\therefore \quad N_f.A = (2\times 2) - 1 = 4 - 1 = 3$

RPTA.: B

94. Factorice
$P(x) = x^4 + 2x^2 + 9$,
e indicar el número de factores.

A) 2 B) 3 C) 4
D) 5 E) 6

RESOLUCIÓN

$P(x) = x^4 + 2x^2 + 9 + 4x^2 - 4x^2$

$P(x) = x^4 + 6x^2 + 9 - (2x)^2$

$P(x) = (x^2 + 3)^2 - (2x)^2$

$P(x) = (x^2 + 2x + 3)(x^2 - 2x + 3)$

$\therefore \quad N_f = 2\times 2 = 4$

RPTA.: C

95. Factorizar $P(x) = x^3 + x^2 - x - 1$ en $\mathbb{Q}(x)$, luego indique la cantidad de factores algebraicos.

A) 2 B) 5 C) 3
D) 6 E) 7

RESOLUCIÓN

$P(x) = x^2(x+1) - (x+1)$

$P(x) = (x+1)\times(x^2 - 1)$

$P(x) = (x+1)(x+1)(x-1)$

$P(x) = (x+1)^2 (x-1)$

$N_{f.A} = (3)(2) - 1 = 6 - 1 = 5$

RPTA.: B

96. Calcule la suma de coeficientes, de un factor primo del polinomio factorizado.
$P(x) = x^{25} + x^{20} + 1$

A) 7 B) 4 C) 3
D) 5 E) 2

RESOLUCIÓN

Cambio de variable: $x^5 = y$

$\Rightarrow \quad P(x) = y^5 + y^4 + 1$

$P(x) = (y^2 + y + 1)(y^3 - y + 1)$

$P(x) = (x^{10} + x^5 + 1)(x^{15} - x^5 + 1)$

$\therefore \quad \sum \text{coef} = 3 \vee 1$

RPTA.: C

97. Factorice:
$P(x) = (x - x^2)^2 + (1 - x^2) - (1 - x^2)^2$

Indique el número de factores cuadráticos.

A) 2 B) 3 C) 1
D) 4 E) 5

RESOLUCIÓN

$P(x) = x^2 + x^4 - 2x^3 + 1 - x^2 - 1 - x^4 + 2x^2$

$P(x) = -2x^3 + 2x^2 = 2x^2(1 - x)$

$x^2 \wedge x(1-x)$

$\therefore$ Son 2 factores cuadráticos

RPTA.: A

98. Señale un factor primo de:

$P(x) = (2x+1)^7 + 4x(x+1) + 2$

A) $4x^2 + 6x + 3$ B) $4x^2 + 5x - 1$
C) $4x^2 - 7$ D) $4x^2 - 7x + 1$
E) $2x^2 + 3x + 1$

RESOLUCIÓN

$P(x) = (2x+1)^7 + \underbrace{4x^2 + 4x + 1} + 1$

$P(x) = (2x+1)^7 + (2x+1)^2 + 1$

Cambio de variable: y=2x+1

$\Rightarrow$ $y^7 + y^2 + 1 \equiv (y^2 + y + 1)(y^5 - y^4 + y^2 - y + 1)$

$\therefore$ un factor es : $4x^2 + 6x + 3$

RPTA.: A

99. Cuántos factores lineales presenta:

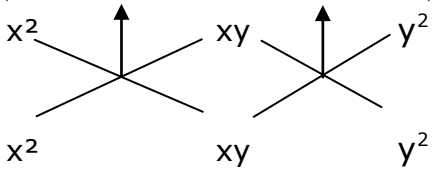
$P(x;y) = (x+y)^4 + x^4 + y^4$

A) 1 B) 0 C) 2
D) 3 E) 6

RESOLUCIÓN

$P(x;y) = (x^2 + y^2 + 2xy)^2 + x^4 + y^4$

$P(x;y) = 2(x^4 + 2x^3y + 3x^2y^2 + 2xy^3 + y^4)$



$\Rightarrow$ $P(x;y) = 2(x^2 + xy + y^2)^2$

$\therefore$ No tiene factores lineales.

RPTA.: B

100. Calcule el número de factores algebraicos en $\mathbb{Q}(x)$, el polinomio.

$P(X;Z) = 3^2x^5y^2z^3$

A) 23 B) 8 C) 10
D) 72 E) 71

RESOLUCIÓN

$N_{F.A} = 6 \times 4 - 1 = 24 - 1 = 23$

Ojo: y^2 no es variable, es parámetro

RPTA.: A

SEMANA 6

MCD – MCM - FRACCIONES

101. Halle el MCD de los polinomios P(x) y Q(x).

$P(x) = 12x^5 + 8x^4 - 45x^3 - 45x^2 + 8x + 12$

$Q(x) = 2x^4 + 5x^3 - 8x^2 - 17x - 6$

A) x+1 B) (x+1)(x-2)
C) (x-2)(2x-1) D) 3x+2
E) (2x+3)(2x-1)

RESOLUCIÓN

Factorizando P(x)

	12	8	-45	-45	8	12
-1	↓	-12	4	41	4	-12
	12	-4	-41	-4	12	0

Luego el cociente c(x)

$c(x) = 12x^4 - 4x^3 - 41x^2 - 4x + 12$

$c(x) = x^2\left[12\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) - 4\left(x + \frac{1}{x}\right) - 41\right]$

$x + \frac{1}{x} = p \Rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} = p^2 - 2$

$c(x) = x^2\left[12p^2 - 4p - 65\right]$

$c(x) = (6p + 13)(2p - 5)$

$c(x) = (6x^2 + 13x + 6)(2x^2 - 5x + 2)$

$\Rightarrow$ $P(x) = (x+1)(3x+2)(2x+3)(2x-1)(x-2)$

Factorizando Q:

$Q(x) = 2x^4 + 5x^3 - 8x^2 - 17x - 6$

$Q(x) = (x+1)(x-2)(x+3)(2x+1)$

Por tanto:

$$MCD(P,Q) = (x+1)(x-2)$$

RPTA.: B

102. Indicar el grado del M.C.M. de los polinomios P(x) y Q(x) , donde:

$$P(x) = x^7 + 8x^6 + 17x^5 + 9x^4 + 9x^3 + 17x^2 + 8x + 1$$
$$Q(x) = x^5 + 5x^4 + x^3 + x^2 + 5x + 1$$

A) 3 B) 4 C) 5
D) 6 E) 7

RESOLUCIÓN

Factorizando P (x); el polinomio es recíproco.

	1	8	17	9	9	17	8	1
-1	↓	-1	-7	-10	1	-10	-7	-1
	1	7	10	-1	10	7	1	0

el polinomio cociente es reciproco también, pero de grado par:

$$c(x) = x^3\left[\left(x^3 + \frac{1}{x^3}\right) + 7\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) + 10\left(x + \frac{1}{x} - 1\right)\right]$$

Haciendo:

$$x + \frac{1}{x} = m \Rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} = m^2 - 2$$

$$x^3 + \frac{1}{x^3} = m^3 - 3m$$

$$\Rightarrow P(x) = (x+1)(x^2+3x+1)(x^2+5x+1)(x^2-x+1)$$

Factorizando Q(x) similarmente:

$$Q(x) = (x+1)(x^2+5x+1)(x^2-x+1)$$

Por tanto:

$$MCM = (x+1)(x^2+5x+1)(x^2-x+1)(x^2+3x+1)$$

Gº = 1 + 2 + 2 + 2 = 7

RPTA.: E

103. Halle el M.C.D. de:

$$A(x) = 4x^4 + 4ax^3 - 36a^2x^2 + 44a^3x - 16a^4$$
$$B(x) = 6x^4 - 6ax^3 - 18a^2x^2 + 30a^3x - 12a^4$$

A) $2(x-a)^2$ B) x-a
C) $(x-a)^2$ D) $2(x-a)^3$
E) $x - a^2$

RESOLUCIÓN

Factorizando A por el aspa doble especial:

$$A(x) = 4\left(x^4 + ax^3 - 9a^2x^2 + 11a^3x - 4a^4\right)$$

x^2 $+3ax$ $-4a^2$
x^2 $-2ax$ a^2

Por tanto:

$$A(x) = 4(x+4a)(x-a)^3$$

Similarmente

$$B(x) = 6\left(x^4 - +ax^3 - 2a^3x^2 + 5a^3x - 2a^4\right)$$

x^2 ax $-2a^2$
x^2 $-2ax$ a^2

$$B(x) = 6(x+2a)(x-a)^3$$

Por consiguiente el MCD= $2(x-a)^3$

RPTA.: D

104. Sabiendo que el M.C.D. de los polinomios:

$A(x) = 2x^3 - x^2 + 3x + m$

$B(x) = x^3 + x^2 + n$, es:

$(x^2 - x + 2)$. Halle "m+n"

A) 4 B) 5 C) 6
D) 7 E) 0

RESOLUCIÓN

Usando el método de Horner:

1	2	-1	3	m
1		2	-4	
-2			1	-2
	2	1	0	m-2=0

$\Rightarrow \boxed{m = 2}$

1	1	1	0	n
1		1	-2	
-2			2	-4
	1	2	0	n-4=0

$\boxed{n = 4}$

Conclusión: m+n=6

RPTA.: C

105. Halle el MCD de los polinomios:

$P(x) = X^{m+n} - x^m - x^n + 1$

$Q(x) = (m+n)x^{m+n-1} - mx^{m-1} - nx^{m-1}$

Sabiendo que m;n; $\frac{m}{n} \in \square^+$

A) $x^k - 1$ B) $x^m - 1$ C) $x^n - 1$
D) $x^{k-1} - 1$ E) $x^{k+1} - 1$

RESOLUCIÓN

Consideremos: m=nk
Entonces:

$P(x) = x^{nk+n} - x^{nk} - x^n + 1$

$P(x) = (x^n - 1)(x^{nk} - 1)$

Similarmente:

$Q(x) = (nk+n)x^{nk+n-1} - nk\square x^{nk-1} - n\square x^{nk-1}$

$Q(x) = (nk+n)x^{nk-1}(x^n - 1)$

Por lo tanto:

$M.C.D[P(x), Q(x)] = x^n - 1$

RPTA.: C

106. Sean los polinomios:

$P(x) \equiv ax^4 + bx^3 - (a-c)x^2 - bx - c$

$Q(x) = 4ax^3 + (4b+5a)x^2 + (4c+5b)x + 5c$

Los cuales verifican:

$P(x) + Q(x) \equiv [MCD(P \wedge Q)]^2$

Calcule: "$a+b+c$"

A) 27 B) 16 C) 64
D) 125 E) 9

RESOLUCIÓN

Sumando $P(x) + Q(x)$ se obtiene:

$ax^4 + (b+4a)x^3 + (4b+4a+c)x^2 +$

$+(4c+4b)x + 4c$.....(1)

Por otro lado factorizando los polinomios

$P(x) = ax^4 + bx^3 - (a-c)x^2 - bx - c$

$ax^2 \times c$, $x^2 \times -1$, $bx \times ox$

$P(x) = (ax^2 + bx + c)(x^2 - 1)$

Factorizando $Q(x)$:

$Q(x) = (4x+5)(ax^2 + bx + c)$

Por lo tanto:

MCD= $ax^2 + bx + c$

Desarrollamos

$(MCD)^2 = (ax^2 + bx + c)^2$

$(MCD)^2 = a^2x^4 + 2abx^3 + (2ac + b^2)x^2 +$

$+2bcx + c^2$.....(2)

Comparando coeficientes de ① y ②

a=1; b=4; c=4

$\therefore$ a + b + c = 9

RPTA.: E

107. Sea D(x) el Mínimo común múltiplo de los polinomios M(x) y N(x) si:

$A(x) = \frac{M(x).N(x)}{D(x)}$ Halle el resto de dividir A(x) entre (x-3n), sabiendo que:

$M(x) = x^4 - nx^3 - 7n^2x^2 + n^3x + 6n^4$

$N(x) = x^3 + 4nx^2 + n^2x - 6n^3$

A) 0 B) $6n^2$ C) $-6n^2$

D) $10n^2$ E) $12n^2$

RESOLUCIÓN

Como D(x) es MCM entonces A (x) representa MCD (M.N).
Factorizando los polinomios obtenemos.

$M(x) = (x-n)(x-3n)(x+2n)(x+n)$

$N(x) = (x-n)(x+2n)(x+3n)$

Por lo tanto:
MCD (M,N)= (x-n) (x+2n)
MCD (M,N)= $x^2 + nx - 2n^2$

Se pide el resto de la división:

$$\frac{x^2 + nx - 2n^2}{x - 3n} \Rightarrow R(x) = 10n^2$$

RPTA.: D

108. Si la fracción $\frac{4x^2 - 2x + 3}{2x^2 - x - 1}$ se transforma en otra equivalente $A + \frac{B}{x-1} + \frac{C}{2x+1}$ donde A,B,C son constantes reales. Calcule: $\left(\frac{A}{3} + B + C\right)$

A) -1 B) 1 C) 3

D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{5}{3}$

RESOLUCIÓN

Dividendo:

$$\frac{4x^2 - 2x + 3}{2x^2 - x - 1} = 2 + \frac{5}{2x^2 - x - 1}$$

$$= 2 + \frac{5}{(2x+1)(x-1)}$$

Descomponiendo por fracciones parciales

$$= 2 + \frac{\frac{5}{3}}{(x-1)} - \frac{\frac{10}{3}}{2x+1}$$

Por tanto:

A= 2 ; B= $\frac{5}{3}$; c = $-\frac{10}{3}$

$$\Rightarrow \quad \left(\frac{A}{3} + B + C\right) = \frac{2}{3} + \frac{5}{3} - \frac{10}{3} = -1$$

RPTA.: A

109. Sabiendo que A,B,C y D son los numeradores de las fracciones parciales en que puede ser descompuesta la siguiente fracción:

$$\frac{4x^3 - x^2 - 3x - 2}{x^2(x+1)^2}$$

Halle: A+B+C+D

A) 2 B) -5 C) 1

D) -1 E) 0

RESOLUCIÓN

Descomponiendo en fracciones parciales:

$$\frac{4x^3 - x^2 - 3x - 2}{x^2(x+1)^2} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x^2} + \frac{C}{x+1} + \frac{D}{(x+1)^2}$$

$$\frac{4x^3 - x^2 - 3x - 2}{\cancel{x^2(x+1)^2}} = \frac{Ax(x+1)^2 + B(x+1)^2 + Cx^2(x+1) + Dx^2}{\cancel{x^2(x+1)^2}}$$

Desarrollando y luego comparando coeficientes se obtiene:
A=1; B= -2; C=3; D=-4

Por lo tanto:
A+B+C+D= -2

RPTA.: D

110. Sabiendo que la fracción se transforma en otra equivalente.

$$\frac{5x^2+9x+4}{x^3+3x^2+3x+2}=\frac{A}{x+2}+\frac{Bx+C}{x^2+x+1}$$

Halle: A + B + C

A) 1 B) 5 C) 6
D) 8 E) -5

RESOLUCIÓN

$$5x^2+9x+4\equiv A\left(x^2+x+1\right)+(Bx+C)(x+2)$$

Comparando coeficientes se tiene

$$\begin{array}{r|l} A+B=5 & A=2 \\ A+2B+C=9 & B=3 \\ A+2C=4 & C=1 \end{array}$$

$\Rightarrow$ A+B+C=6

RPTA.: C

111. Si la fracción se descompone en fracciones parciales de la forma:

$$\frac{x^2+1}{x^3+3x^2+3x+2}=\frac{A}{x+2}+\frac{Bx+C}{x^2+x+1}$$

Halle el grado del MCM de los polinomios P y Q.
Donde:

$P(x)=x^3+5x^2+2x-8$

$Q(x)=2x^2+mx+4$;

$m=-9(A+B+C)$

A) 4 B) 2 C) 3
D) 3 E) 5

RESOLUCIÓN

Desarrollando fracciones parciales

$$x^2+1=(A+B)x^2+(A+2B+C)x+A+2C$$

$A+B=1$, A+ 2B + C = 0,
A + 2C = 1

$$A=\frac{5}{3},\quad B=-\frac{2}{3},\quad C=-\frac{1}{3}$$

$$A+B+C=+\frac{2}{3}$$

Por lo tanto: m= –6

$\rightarrow$ Factorizando P (x) y Q(x)

$P(x)=(x-1)(x+2)(x+4)$

$Q(x)=2(x-1)(x-2)$

$MCM=2(x-1)(x+4)(x+2)(x-2)$

Grado =3

RPTA.: A

112. Al descomponer la expresión en fracciones parciales se tiene los numeradores A, B y C:

$$\frac{x^2+5}{x^3+8x^2+17x+10}$$

Luego se dan los polinomios:

$P(x)=x^3+(m+5)x^2+11x+6$

$Q(x)=x^3+(m+1)x^2-x+m-3$

siendo : m= A + B + C

Halle el grado del MCM

A) 2 B) 4 C) 5
D) 6 E) 3

RESOLUCIÓN

Descomponiendo fracciones parciales se tiene:

$$\frac{x^2+5}{(x+1)(x+2)(x+5)}=\frac{A}{x+1}+\frac{B}{x+2}+\frac{C}{x+5}$$

$$x^2+5=A(x+2)(x+5)+B(x+1)(x+5)+C(x+1)(x+2)$$

Si x= -2$\rightarrow$B=-3

Si x=-1$\rightarrow$A= $\frac{3}{2}$ A+B+C=1=m

Si x=-5$\rightarrow$C= $\frac{5}{2}$

Entonces:

$P(x)=x^3+6x^2+11x+6$

$Q(x)=x^3+2x^2-x-2$

Factorizando se tiene

$P(x) = (x+3)(x+1)(x+2)$

$Q(x) = (x+1)(x+2)(x-1)$

$\therefore \quad MCM(P,Q) = (x+1)(x+2)(x+3)(x-1)$

Grado =4

RPTA.: B

113. Si: a,b,c, son números diferentes y:

$$\frac{P(x)}{(x-a)(x-b)(x-c)} = \frac{x}{x-a} + \frac{x}{x-b} + \frac{x}{x-c} + x - d$$

Calcule: $\frac{a^2}{p(a)} + \frac{b^2}{p(b)} + \frac{c^2}{p(c)}$

A) -2 B) -1 C) 0
D) 1 E) 2

RESOLUCIÓN

Desarrollando se tiene:

$P(x) = x\left[(x-a)(x-b) + (x-b)(x-c) + (x-a)(x-c)\right]$ + x - d

Evaluando:

$p(a) = a(a-b)(a-c)$

$p(b) = b(b-a)(b-c)$

$p(c) = c(c-a)(c-b)$

reemplazando en M:

$$M = \frac{a^2}{a(a-b)(a-c)} + \frac{b^2}{b(b-a)(b-c)} + \frac{c^2}{c(c-a)(c-b)}$$

M = 0

RPTA.: C

114. Indicar la respuesta correcta, luego de simplificar:

$$E = \frac{1 + \dfrac{1 + \dfrac{1+x}{1-3x}}{1 - 3\left(\dfrac{1+x}{1-3x}\right)}}{1 - 3\left[\dfrac{1 + \dfrac{1+x}{1-3x}}{1 - 3\left(\dfrac{1+x}{1-3x}\right)}\right]}$$

A) 1 B) x C) 2x
D) 3x E) -1

RESOLUCIÓN

Desarrollando el numerador se tiene:

$$\frac{-8x}{-2-6x}$$

y el denominador : $\frac{-8}{-2-6x}$

reemplazando y simplificando

$$E = \frac{\dfrac{-8x}{-2-6x}}{\dfrac{-8}{-2-6x}} = x$$

RPTA.: B

115. Si: $(ab)^2 + (bc)^2 + (ac)^2 = (abc)^2$

Simplificar:

$$\frac{\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + 1}{2c^2 - 1} + \frac{\frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} + 1}{2a^2 - 1} + \frac{\frac{1}{c^2} + \frac{1}{a^2} + 1}{2b^2 - 1}$$

A) 0 B) 1
C) $a^2 + b^2 + c^2$ D) $\frac{a^2 + b^2 + c^2}{2}$
E) abc

RESOLUCIÓN

De la condición se tiene:

$$\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} = \frac{c^2 - 1}{c^2}$$

$$\frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} = \frac{a^2 - 1}{a^2}$$

$$\frac{1}{c^2}+\frac{1}{a^2}=\frac{b^2-1}{b^2}$$

Entonces reemplazando en la expresión:

$$\frac{\frac{c^2-1}{c^2}+1}{2c^2-1}+\frac{\frac{a^2-1}{a^2}+1}{2a^2-1}+\frac{\frac{b^2-1}{b^2}+1}{2b^2-1}$$

$\rightarrow$ $\dfrac{1}{c^2}+\dfrac{1}{a^2}+\dfrac{1}{b^2}=1$

RPTA.: B

116. Si se verifica que:
$2(a+b+2ab)=(a+b)(a+1)(b+1)$
Simplificar:

$$E=\frac{ab+a+2}{b+1}+\frac{ba+b+2}{a+1}$$

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

RESOLUCIÓN

$$E=\frac{a(b+1)+2}{b+1}+\frac{b(a+1)+2}{a+1}$$

$$E=a+\frac{2}{b+1}+b+\frac{2}{a+1}$$

de la ecuación se tiene:

$$a+b=\frac{2a}{a+1}+\frac{2b}{b+1}$$

Entonces reemplazando en E

$$E=\frac{2a}{a+1}+\frac{2b}{b+1}+\frac{2}{b+1}+\frac{2}{a+1}$$

E = 4

RPTA.: D

117. Simplificar la siguiente expresión y halle: $\dfrac{a}{c}$

$$\frac{\left(\frac{a(a-c)}{a^2+ac+c^2}\right)\cdot\left(\frac{a^3-c^3}{a^2b-bc^2}\right)\cdot\left(1+\frac{c}{a-c}-\frac{1+c}{c}\right)}{\frac{c(1+c)-a}{bc}}=2$$

A) 1 B) 2 C) -1
D) -2 E) 3

RESOLUCIÓN

$$\frac{\left(\frac{\cancel{a(a-c)}}{\cancel{a^2+ac+c^2}}\right)\cdot\left(\frac{(a-c)\cancel{(a^2+ac+c^2)}}{b(a+c)\cancel{(a-c)}}\right)\cdot\left(\cancel{1}+\frac{c}{a-c}-\frac{1}{c}\cancel{-1}\right)}{\frac{c+c^2-a}{bc}}=2$$

$$\frac{\frac{a\cancel{(a-c)}}{b(a+c)}\cdot\frac{c^2-a+c}{\cancel{(a-c)}c}}{\frac{c+c^2-a}{bc}}=2$$

$$\frac{\frac{abc\cancel{(c^2-a+c)}}{cb(a+c)\cancel{(c+c^2-a)}}}{}=2$$

$$\frac{a}{a+c}=2$$

$\rightarrow$ $\dfrac{a}{c}=-2$

RPTA.: D

118. Al reducir la expresión:

$$\left(\frac{x+1}{x+1-\frac{1}{x-1+\frac{1}{x+1}}}-\frac{x-1}{x-1+\frac{1}{x+1+\frac{1}{x-1}}}\right)\div\frac{2}{x^2-\frac{1}{x^2}}$$

Se obtiene:

A) 1 B) x^2+x+1
C) x^2-x+1 D) x^4-x^2+1
E) x^4+x^2+1

RESOLUCIÓN

Desarrollando:

$$\left(\frac{x+1}{x+1-\frac{(x+1)}{x^2}}-\frac{x-1}{x-1+\frac{(x-1)}{x^2}}\right)\div\frac{2x^2}{x^4-1}$$

$$\left(\frac{x^2}{x^2-1}-\frac{x^2}{x^2+1}\right)\div\frac{2x^2}{x^4-1}$$

$$\left(\frac{2x^2}{x^4-1}\right)\div\frac{2x^2}{x^4-1}=1$$

RPTA.: A

119. Sabiendo que la fracción:

$$\frac{(ax+by)^2}{p^2x^2+2m^2xy+m^2y^2}$$

toma un valor constante k.

$k\neq 0$, para todo valor de x,y; xy $\neq 0$, Halle:

$\frac{a^2+b^2+p^2+m^2}{a^2+b^2-p^2-m^2}$ en términos de k.

A) $\frac{k+1}{k-1}$ B) $\frac{k^2+1}{k^2-1}$ C) k+1

D) k-1 E) k^2-1

RESOLUCIÓN

$$(ax+by)^2=k\left(p^2x^2+2m^2xy+m^2y^2\right)$$

$$a^2x^2+2abxy+b^2y^2=k\left(p^2x^2+2m^2xy+m^2y^2\right)$$

Comparando coeficientes:

$a^2=kp^2$; $b^2=km^2$; $ab=km^2$

Entonces reemplazando en:

$$\frac{a^2+b^2+p^2+m^2}{a^2+b^2-p^2-m^2}=\frac{kp^2+km^2+p^2+m^2}{kp^2+km^2-p^2-m^2}$$

$$\frac{a^2+b^2+p^2+m^2}{a^2+b^2-p^2-m^2}=\frac{(m^2+p^2)(k+1)}{(m^2+p^2)(k-1)}$$

$$\frac{a^2+b^2+p^2+m^2}{a^2+b^2-p^2-m^2}=\frac{k+1}{k-1}$$

RPTA.: A

120. Simplificar:

$$\frac{ax(ax+1)(ax+2)(ax+3)+1}{(1+ax)(1+2ax)(1+3ax)+a^4x^4}$$

A) $\frac{ax+1}{ax+2}$ B) $\frac{a+x}{a+2x}$ C) $\frac{x+a}{x+2a}$

D) 1 E) $\frac{a}{x}$

RESOLUCIÓN

Haciendo: ax=m

$$\frac{m(m+1)(m+2)(m+3)+1}{(1+m)(1+2m)(1+3m)+m^4}$$

Agrupando:

$$\frac{(m^2+3m)(m^2+3+2)+1}{(2m^2+3m+1)(3m+1)+m^4}$$

Factorizando:

$$\frac{(m^2+3m+1)^2}{(m^2+3m+1)^2}=1$$

RPTA.: D

SEMANA 7
NÚMEROS COMPLEJOS

121. Sea el complejo : $Z=1+i$

Calcule Z^{12}

A) 32 B) -32 C) -64

D) 64 E) 128

RESOLUCIÓN

Si: $Z=1+i\Rightarrow Z^2=(1+i)^2=2i$

Si: $Z^2=2i\Rightarrow Z^4=(2i)^2=-4$

$\because$ $Z^{12}=(-4)^3=-64$

RPTA.: C

122. El equivalente de:

$$\omega = \left\{ \frac{1+i}{1-\dfrac{1+i}{1-\dfrac{1+i}{1-i}}} - \frac{1-i}{1+\dfrac{1+i}{1-\dfrac{1+i}{1-i}}} \right\}^8$$

será:

A) 2i B) 0 C) -2i
D) 64 E) 256

RESOLUCIÓN

Sabemos: $\dfrac{1+i}{1-i} = i \wedge \dfrac{1-i}{1+i} = -i$

$\Rightarrow$ Operando:

$$\{i-(-i)\}^8 = \{2i\}^8 = 256$$

RPTA.: E

123. Si, $n \in Z^+$, calcule el valor de $\left(\dfrac{1}{\sqrt{2}} + \dfrac{\sqrt{2}}{2}i\right)^{4n+6}$

A) 4 B) i
C) $(-1)^{n-1}i$ D) $(-1)^{n+1}i$
E) 1

RESOLUCIÓN

$$\left(\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}}i\right)^{4n+6} = \left[\left(\frac{1+i}{\sqrt{2}}\right)^2\right]^{2n+3} = \left(\frac{2i}{2}\right)^{2n+3} = i^{2n+3}$$

$\Rightarrow$ $\left(i^2\right)^n \cdot i^2 \cdot i = (-1)^n(-1)i = (-1)^{n+1}i$

RPTA.: D

124. Calcule el valor de :

$\dfrac{(1+i)^n}{(1-i)^{n-2}}$; donde $n \in \mathbb{Z}^+$

A) -2 B) $2i^n$ C) $-2i^{n+1}$
D) -2i E) $2i^{n+1}$

RESOLUCIÓN

$$\frac{(1+i)^n}{(1-i)^n(1-i)^{-2}} \Rightarrow \left(\frac{1+i}{1-i}\right)^n (1-i)^2$$

$\Rightarrow$ $i^n(-2i) \rightarrow -2i^{n+1}$

RPTA.: C

125. El equivalente de:

$(11+2i)^{17} + (1+2i)^{51} + 1$; es:

A) 1 B) -3 C) -2
D) -i E) $\dfrac{1}{2} + \dfrac{\sqrt{3}}{2}i$

RESOLUCIÓN

$$\left[(1+2i)^3\right]^{17} = (-11-2i)^{17} = -(11+2i)^{17}$$

Luego:

$$E = (11+2i)^{17} - (11+2i)^{17} + 1 = 1$$

RPTA.: A

126. Halle "m + n"; a partir de

$$\frac{1}{m+ni} + \left(\frac{1+i}{1-1}\right)^2 = 1+i$$

A) $\dfrac{2}{5}$ B) $-\dfrac{1}{5}$ C) $\dfrac{1}{5}$
D) $\dfrac{1}{7}$ E) $\dfrac{2}{7}$

RESOLUCIÓN

* $\dfrac{1+i}{1-i} = i \wedge \left(\dfrac{1+i}{1-i}\right)^2 = -1$

$\Rightarrow$ $\dfrac{1}{m+ni} = i+2$

$\Rightarrow$ $m+ni = \dfrac{1}{2+i}\left(\dfrac{2-i}{2-i}\right)$

$$m+ni = \frac{2-i}{5} = \frac{2}{5} - \frac{1}{5}i \begin{cases} m = \dfrac{2}{5} \\ n = -\dfrac{1}{5} \end{cases}$$

$\therefore$ $m+n = \dfrac{1}{5}$

RPTA.: C

127. ¿Qué valor asume "k", si $\frac{k+3i}{2-5i}$ es un complejo imaginario puro?

A) 2 B) -2 C) 15
D) $\frac{15}{2}$ E) 1

RESOLUCIÓN

$2k = 15 \Rightarrow k = \frac{15}{2}$

RPTA.: D

128. Sabiendo que: $\sqrt{a+bi} = x+yi$.

Calcule: $\frac{b^2}{ay^2+y^4}$

A) 4 B) -4 C)-2
D) 2 E) 1

RESOLUCIÓN

$a+bi = x^2-y^2+2xyi$

$\Rightarrow \quad a = x^2-y^2 \wedge b = 2xy$

$x^2 = a+y^2 \wedge b^2 = 4x^2y^2$

$\Rightarrow \quad b^2 = 4(a+y^2)y^2$

$b^2 = 4(ay^2+y^4)$

$\therefore \quad \frac{b^2}{ay^2+y^4} = 4$

RPTA.: A

129. Calcule: $\frac{(1+\sqrt{3}i)^{39}}{(1-i)^{40}}$

A) 2 B) 2^{20} C) 2^{19}
D) -2^{20} E) -2^{19}

RESOLUCIÓN

$(1+\sqrt{3}i)^{39} = (2\,Cis\,60^o)^{39} = 2^{39}\,Cis(2340^o)$

$(1-i)^{40} = ((1-i)^4)^{10} = 2^{20}$

$\Rightarrow \quad Cis(2340^o) = Cis(6\cdot 360^o + 180^o)$

$\therefore \quad \frac{2^{39}(-1)}{2^{20}} = -2^{19}$

RPTA.: E

130. Si: $Z \in C \wedge Z\cdot\bar{Z} = 7\,Im(z)$

Calcule: $|Z-3,5i|$

A) 3,5 B) 2,2 C) 2,1
D) 2,4 E) 1,2

RESOLUCIÓN

Sea: $Z = a+bi$

$\Rightarrow \quad \underbrace{(a+bi)(a-bi)} = 7b$

$a^2+b^2 = 7b$

nos piden : $|Z-3,5i| = \left|a+bi-\frac{7}{2}i\right|$

$\Rightarrow \quad \left|a+\left(b-\frac{7}{2}\right)i\right| = \sqrt{a^2+b^2-7b+\frac{49}{4}}$

$\Rightarrow \quad \sqrt{7b-7b+\frac{49}{4}} = \frac{7}{2} = 3,5$

RPTA.: A

131. Calcule: $\left[\sqrt{2}\left(\cos\frac{\pi}{12}+i\,sen\frac{\pi}{12}\right)\right]^6$

A) 8i B) 8 C) -8i
D) -8 E) 32

RESOLUCIÓN

$\sqrt{2}^6\left(\cos\frac{\pi}{2}+i\,sen\frac{\pi}{2}\right)$

$2^3(0+i(1)) = 8i$

RPTA.: A

132. Sean los complejos

$Z_1 = 1-i \wedge Z_2 = \sqrt{3}-\sqrt{6}i$

Halle el módulo de $Z_1^{-2}\cdot Z_2^3$

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{7}{2}$ C) $\frac{27}{2}$

D) $\frac{13}{2}$ E) $\frac{29}{2}$

RESOLUCIÓN

$Z_1^{-2} = (1-i)^{-2} = (-2i)^{-1}$

$Z_2^3 = \left(\sqrt{3}-\sqrt{6}i\right)^3 = \left(\sqrt{3}-\sqrt{6}i\right)^2\left(\sqrt{3}-\sqrt{6}i\right)$

$= -15\sqrt{3} - 3\sqrt{6}i$

Piden:

$Z_1^{-2} \cdot Z_2^3 = \frac{Z_2^3}{Z_1^2} = \frac{-15\sqrt{3}-3\sqrt{6}I}{2I}$

$\Rightarrow \quad \frac{3\sqrt{6}}{2} - \frac{15}{2}\sqrt{3}i$

$\therefore \quad \left|\frac{3\sqrt{6}}{2} - \frac{15\sqrt{3}}{2}i\right| = \sqrt{\left(\frac{3\sqrt{6}}{2}\right)^2 + \left(\frac{15\sqrt{3}}{-2}\right)^2}$

$\therefore$ El módulo es: $\frac{27}{2}$

RPTA.: C

133. Calcule:

$$\frac{i^{2343} + i^{331} + i^{542} + i^{300}}{i^{-55} + i^{-242} + i^{-328}}$$

A) -3 B) -4 C) -5
D) -2 E) -1

RESOLUCIÓN

$2343 = \overset{o}{4} + 3 \; ; 300 = \overset{o}{4}$

$331 = \overset{o}{4} + 3 \; ;$

$542 = \overset{o}{4} + 32;$

$\Rightarrow \quad \frac{i^3 + i^3 + i^2 + 1}{i + i^2 + 1} = \frac{-2i}{i} = -2$

RPTA.: D

134. Calcule: $i^{555555} + i^{-333}$

A) i B) -i C) 2i
D) -2i E) 0

RESOLUCIÓN

$555555 = \overset{o}{4} + 3 \wedge 333 = \overset{o}{4} + 1$

$\Rightarrow \quad i^3 + (-1)^{333} \cdot i^1 \Rightarrow -i - i = -21$

RPTA.: D

135. Halle un número complejo cuyo cuadrado sea igual a su conjugado.

A) $-\frac{1}{2} + i$ B) $-1 + \frac{1}{2}i$

C) $-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ D) $\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$

E) 1

RESOLUCIÓN

Sea el complejo: $Z = a + bi$

$\Rightarrow \quad \overline{Z} = a - bi$

Luego: $(a+bi)^2 = a - bi$

$\Rightarrow \quad a^2 - b^2 + 2abi = a - bi$

$\Rightarrow \quad \begin{cases} a^2 - b^2 = a \\ 2ab = -b \end{cases}$

Resolviendo: $a = -\frac{1}{2}$

Luego: $\left(-\frac{1}{2}\right)^2 - b^2 = -\frac{1}{2}$

$\frac{1}{4} + \frac{1}{2} = b^2 \Rightarrow b^2 = \frac{3}{4}$

$\Rightarrow \quad b = \pm\frac{\sqrt{3}}{2}$

Luego el complejo buscado será

$Z = -\frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{3}}{2}i$

RPTA.: C

136. Si: $|Z|^2 = 3\,Re(Z)$

Halle: $\left|Z - \frac{3}{2}\right|$

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{3}{2}$ C) $\frac{3}{2}$
D) 2 E) 1

RESOLUCIÓN

Sea: Z = a + bi

Por condición:

$(a+bi)^2 = 3a$

$(a^2-b^2) + 2abi = 3a + 0i$

$$\begin{cases} a^2 - b^2 = 3a; \\ 2ab = 0 \end{cases}$$

Resolviendo el sistema:

$$\begin{pmatrix} a_1 = 0 & a_2 = 3 \\ & \text{ó} \\ b_1 = 0 & b_2 = 0 \end{pmatrix}$$

$\therefore \quad \left|Z - \frac{3}{2}\right| = \frac{3}{2}$

RPTA.: B

137. Calcule : $\sqrt{5-12i}$

A) $\pm(3-2i)$ B) $\pm(2-3i)$
C) $\pm 3i$ D) $\pm 2i$
E) 1 + i

RESOLUCIÓN

Recordemos:

$$\sqrt{a-bi} = \pm\left(\sqrt{\frac{|Z|+a}{2}} - \sqrt{\frac{|Z|-a}{2}}\,i\right)$$

$\Rightarrow \quad |5-12i| = \sqrt{25+144} = \sqrt{169} = 13$

Luego:

$$\sqrt{5-12i} = \pm\left(\sqrt{\frac{13+5}{2}} - \sqrt{\frac{13-5}{2}}\,i\right)$$

$\Rightarrow \quad \sqrt{5-12i} = \pm(3-2i)$

RPTA.: A

138. Indicar uno de los complejos resultantes de: $\sqrt{\sqrt{3+4i} + \sqrt{3-4i}}$

A) ± 4 B) -4 C) + 2
D) $2 - i$ E) $\pm 2i$

RESOLUCIÓN

$$E = \sqrt{\sqrt{3+4i} + \sqrt{3-4i}}$$

$$E^4 = \left(\sqrt{3+4i} + \sqrt{3-4i}\right)^2$$

$$E^4 = 3 + \cancel{4i} + 3 - \cancel{4i} + 2\sqrt{9+16}$$

$$E^4 = 6 + 2\sqrt{25}$$

$$E^4 = 6 + 10 \rightarrow E^4 = 16$$

$\therefore \quad E = 2$

RPTA.: C

139. Resolver la ecuación en C/ $Z \in C$

$Ln^2 Z - 3iLn Z + 4 = 0$

A) 4i B) e^{-i} C) e^{4i}
D) $\{e^{-4i}; e^{i}\}$ E) $\{e^{-i}; e^{4i}\}$

RESOLUCIÓN

$(LnZ)^2 - 3i\ LinZ - 4i^2 = 0$

LnZ $\quad -4i$
LnZ $\quad i$

De donde:

LnZ = 4i ó LnZ = – i

$Z_1 = e^{4i} \qquad Z_2 = e^{-i}$

RPTA.: E

140. Calcule:

$$\left|4+\left|12i-\left|-3+4i\right|\right|\right|$$

A) 13 B) 14 C) 16
D) 17 E) 20

RESOLUCIÓN

* $\left|-3+4i\right|=5$

* $\left|12i-5\right|=\sqrt{144+25}=13$

$\Rightarrow \quad \left|4+13\right|=\left|17\right|=17$

RPTA.: D

SEMANA 8
TEORÍA DE ECUACIONES

141. Calcule "k" para que la ecuación se reduzca a una de primer grado.

$$\frac{2k-3}{x-1}+\frac{3kx-2}{x+1}=2k+3$$

A) -2 B) -3 C)1
D) 2 E) 3

RESOLUCIÓN

$$\underbrace{(2k-3)(x+1)}+(3kx-2)(x-1)=(2k+3)(x^2-1)$$

$$\underline{2kx^2}+2kx-3x-\underline{3kx^2}-3kx-2x+2$$

$$=2kx^2-2k+3x^2-3$$

$$5kx^2-kx-5x-1=2kx^2+3x^2-2k-3$$
$$3kx^2-3x^2-(k+5)x+2k+2=0$$
$$(3k-3)x^2-(k+5)x+2k+2=0$$
$$\Rightarrow 3k-3=0\Rightarrow k=1$$

RPTA.: C

142. Calcule el valor de x en:

$$\frac{x+n}{n}+\frac{x+m}{m}=1$$

A) m B) n
C) $\frac{mn}{-m-n}$ D) $\frac{m}{n-n}$
E) $\frac{n}{n-m}$

RESOLUCIÓN

$$\underline{xm}+mn+\underline{nx}+\cancel{mn}=\cancel{mn}$$
$$x(m+n)=-mn$$

$$\Rightarrow \quad x=\frac{-mn}{m+n}=\frac{mn}{-m-n}$$

RPTA.: C

143. Halle x^2 en :

$$\frac{2}{x}+\frac{x}{2}+2x=x;\quad x\in C$$

A) $-\frac{4}{3}$ B) $\frac{-3}{4}$ C) $x\in C$
D) -3 E) -4

RESOLUCIÓN

$$x^2+4+4x^2=2x^2\Rightarrow 5x^2-2x^2=-4$$

$$\Rightarrow \quad 3x^2=-4\rightarrow x^2=\frac{-4}{3}$$

RPTA.: C

144. Resolver en "x"

$$(a+b)\left[\frac{a+bx}{a+b}-\frac{a-bx}{a-b}\right]=\frac{abx}{a-b}$$

A) -2 B) 1 C) 2
D) 3 E) a + 2b

RESOLUCIÓN

$$\cancel{(a+b)}\left[\frac{(a+bx)(a-b)-(a-bx)(a+b)}{\cancel{(a+b)}\cancel{(a-b)}}\right]=\frac{abx}{a-b}$$

$\Rightarrow$ $ab\,x = 2\,ab$

$\therefore$ $x = 2$

RPTA.: C

145. Si $x_1; x_2; x_3$ son las raíces de la ecuación

$$x^3+(n+1)x^2+2nx+n+3=0$$

Calcule: $(x_1+1)(x_2+1)(x_3+1)$

A) 1 B) 2 C) -3
D) 4 E) -1

RESOLUCIÓN

Por cardano:

* $x_1+x_2+x_3=-(n+1)$

* $x_1x_2+x_1x_3+x_2x_3=2n$

* $x_1x_2x_3=-(n+3)$

$\Rightarrow$ lo pedido es : $(1+x_1+x_2+x_3)+$

$x_1x_2+x_1x_3+x_2x_3+x_1x_2x_3=-3$

RPTA.: C

146. Si la ecuación paramétrica en "x" presenta infinitas soluciones calcule el valor de a + b.

$$ax+1=2x+b^2$$

A) -2 B) 2 C) 3
D) -2 E) -3

RESOLUCIÓN

$$(a-2)x=b^2-1\rightarrow x=\frac{b^2-1}{a-2}$$

$\Rightarrow$ $a = 2 \ \wedge \ b^2=1\rightarrow b=\pm 1$

$\therefore$ $a + b = 3 \ \vee \ a + b = + 1$

RPTA.: C

147. Si a y b son las soluciones de la ecuación cuadrática

$$x^2-2x+7=0$$

Calcule $\dfrac{a^2+5}{a-1}+\dfrac{b^2+5}{b-1}$

A) 3 B) 2 C) 4
D) 5 E) 7

RESOLUCIÓN

$\Rightarrow$ $a^2-2a+7=0\Rightarrow a^2+5=2a-2$

$\Rightarrow$ $\dfrac{a^2+5}{a-1}=2 \ \wedge b^2-2b+7=0$

$$\frac{b^2+5}{b-1}=2$$

$\therefore$ $\dfrac{a^2+5}{a-1}+\dfrac{b^2+5}{b-1}=4$

RPTA.: C

148. ¿Qué podemos afirmar acerca de esta ecuación?

$$x\left(\sqrt{x}+2\right)(x-3)(x+2)\left(\frac{1}{x}-2\right)=0$$

A) Tiene 5 soluciones
B) Tiene 4 soluciones
C) la suma de las soluciones es $\dfrac{7}{2}$
D) es incompatible
E) 3 soluciones

RESOLUCIÓN

$x > 0 \Rightarrow x = 0$ (no)

$\sqrt{x}+2=0$ (no)

$x-3=0\Rightarrow x=3$

$\dfrac{1}{x}-2=0\rightarrow x=\dfrac{1}{2}$

$\therefore$ $x_1+x_2=3+\dfrac{1}{2}=\dfrac{7}{2}$

RPTA.: C

149. Calcule el valor de α si la ecuación de segundo grado $(4-\alpha)x^2+2(\alpha x+1)=0;$ tiene solución única.

A) 2 B) 4 y -2 C) -4 y 2
D) 2 y 4 E) 2

RESOLUCIÓN

$\alpha\neq 4 \ \Rightarrow \Delta=0$

$\Rightarrow$ $\alpha^2+2\alpha-8=0$

$(\alpha+4)(\alpha-2)=0 \Rightarrow \alpha=-4$

$\alpha=2$

RPTA.: C

150. Si $3+2\sqrt{2}$ es una raíz irracional de: $2x^3-11x^2+mx+n$
$m,n\in\mathbb{Q}$, calcule el valor: n^m

A) 4 B) 8 C) 1
D) 7 E) *

RESOLUCIÓN

Si: $x_1=3+2\sqrt{2} \Rightarrow x_2=3-2\sqrt{2}$

de la ecuación $\underbrace{x_1+x_2}_{6}+x_3=\frac{11}{2}$

$\rightarrow \quad x_3=\frac{-1}{2}$

además: $x_1x_2x_3=-\frac{n}{2} \rightarrow n=1$

luego: $\underbrace{x_1x_2+x_1x_3+x_2x_2}_{2}=\frac{m}{2}$

$\rightarrow \quad m=-4$

$\therefore \quad 1^4=1$

RPTA.: C

151. Encontrar el conjunto de solución de:

$$4x+\frac{1}{x-2}-2=x+\frac{1}{x-2}+4$$

A) $\{2\}$ B) $\{1;2\}$ C) ϕ
D) 2 E) $\{4\}$

RESOLUCIÓN

$x\neq 2 \Rightarrow$ 4x-x=4+2

$3x=6$

$x=2$

Pero $x\neq 2 \Rightarrow x=\phi$

RPTA.: C

152. Calcule el menor valor de k, si las raíces de la ecuación $x^4-(k+4)x^2+4k=0$; están en progresión aritmética.

A) -4 B) -9 C) $\frac{4}{9}$
D) 36 E) $\frac{2}{3}$

RESOLUCIÓN

Si: las raíces de:
$ax^4+bx^2+c=0$
están en P.A. $\Rightarrow 9b^2=100\,ac$

$\Rightarrow \quad 9\left[-(k+4)\right]^2=100(1)(4k);\ k>0$

$\Rightarrow \quad 3k-20\sqrt{k}+12=0$

$\Rightarrow \quad k=\frac{4}{9} \quad \vee \quad k=36$

RPTA.: C

153. Indique una solución de la ecuación.
$9x^4-7x^2-2=0$

A) – 9 B) – 2 C) – 1
D) 3 E) -3

RESOLUCIÓN

$9x^4-7x^2-2=0$

$9x^2 \quad +2$

$x^2 \quad -1$

$\Rightarrow \quad (9x^2+2)(x^2-1)=0$

$\therefore \quad x^2=1 \Rightarrow x=\pm 1$

RPTA.: C

154. Si: $x_1;x_2;x_3;x_4$ son raíces de la ecuación: $10x^4-7x^2+1=0$
Calcule el valor de $x_1^4+x_2^4+x_3^4+x_4^4$

A) $\frac{2}{25}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{29}{50}$
D) $\frac{1}{25}$ E) $\frac{1}{4}$

RESOLUCIÓN

Factorizando:
$(5x^2+1)(5x^2-1)=0$

$$\left(\sqrt{5}x+1\right)\left(\sqrt{5}x-1\right)\left(\sqrt{2}x+1\right)\left(\sqrt{2}x-1\right)=0$$

$$x_1=-\frac{1}{\sqrt{5}} \qquad x_2=\frac{1}{\sqrt{5}}$$

$$x_3=-\frac{1}{\sqrt{2}} \qquad x_4=\frac{1}{\sqrt{2}}$$

$\Rightarrow \quad x_1^4+x_2^4+x_3^4+x_4^4=\frac{1}{25}+\frac{1}{25}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}$

$\Rightarrow \quad x_1^4+x_2^4+x_3^4+x_4^4=\frac{2}{25}+\frac{1}{2}=\frac{29}{50}$

RPTA.: C

155. Luego de resolver:

$$\sqrt{x^2-x-1}+\frac{1}{\sqrt{x^2-x-1}}=2$$

Señale el menor valor de $\left(\frac{x}{2}\right)^3$

A) $\frac{1}{4}$ B) $-\frac{1}{4}$ C) $-\frac{1}{8}$
D) 4 E) 2

RESOLUCIÓN

$x^2-x-1=1\Rightarrow x^2-x-2=0$

$(x-2)(x+1)=0$

$x=2 \ \vee \ x=-1$

$\therefore \quad \left(\frac{-1}{2}\right)^3=-\frac{1}{8}$

RPTA.: C

156. Resuelve la ecuación $\sqrt{2x+1}+\sqrt[3]{x+4}=5$ e indique el valor de x^2

A) 4 B) 3 C) 16
D) 19 E) $\frac{1}{4}$

RESOLUCIÓN

Sea: $\sqrt[3]{x+4}=a\Rightarrow x=a^3-4$

$\Rightarrow \quad \sqrt{2\left(a^3-4\right)+1}+a=5$

$\sqrt{2a^3-7}=5-a;(a\le 5)$

$\Rightarrow$ al cuadrado miembro a miembro

$2a^3-7=25+a^2-10^a$

$\Rightarrow \quad 2a^3-a^2+10a-32=0$

	2	-1	10	-32
2	↓	4	6	32
	2	3	16	0

$\Rightarrow \quad (a-2)\underbrace{\left(a^2+3a+16\right)}_{\text{aquí } a\notin R}=0$

$\Rightarrow \quad a=2$

$\sqrt[3]{x+4}=2\Rightarrow x+4=8$

$\therefore \quad x=4$

nos piden : $x^2=16$

RPTA.: C

157. Dadas las ecuaciones

$x^3+mx^2+18=0;\ x^3+nx+12=0$

que tienen dos raíces comunes señale el valor de m.

A) -3 B) 3 C) 1
D) 2 E) -2

RESOLUCIÓN

De:

$x^3+mx^2+18\Rightarrow C_s=\{\alpha;\ \beta;\ \theta\}$

$x^3+nx^2+12\Rightarrow C_s=\{\alpha;\ \beta;\ \phi\}$

Por cardano –

$$\left.\begin{matrix}\alpha+\beta+\theta\\ \alpha+\beta+\phi\end{matrix}\right\}\begin{matrix}=-m\\ -\\ =0\end{matrix}\Rightarrow \boxed{\phi-\theta=m}\ldots(I)$$

además:

$$\left.\begin{matrix}\alpha\beta\theta=-18\\ \alpha\beta\phi=-12\end{matrix}\right\}\div\Rightarrow \boxed{\frac{\theta}{\phi}=\frac{+3}{2}}$$

$\Rightarrow \quad \theta=3k \ \wedge \ \phi=2k$

en (I): - k = m $\quad\rightarrow\theta=-3m$

En la ecuación:

$$-27m^3 + 9m^3 + 18 = 0$$

$$\Rightarrow \quad -18m^3 = -18 \rightarrow m = 1$$

RPTA.: C

158. Si: $3 + \sqrt{-25}$ es una raíz de la ecuación:
$x^5 - bx^4 + cx^3 + 34x^2 = 0$ Calcule el valor de "b" ; b y c $\in R$

A) 2 B) 3 E) 5
D) 4 E) 7

RESOLUCIÓN

$$x^2\left(x^3 - bx^2 + cx + 34\right) = 0$$

$\Rightarrow$ $x^2 = 0$ (raíz doble)

$$x^3 - bx^2 + cx + 34 = 0$$

Si $x_1 = 3 + 5i \Rightarrow x_2 = 3 - 5i$

Por cardano:

$$\underbrace{x_1x_2}x_3 = -34$$

$$34\,x_3 = -34 \Rightarrow x_3 = -1$$

Además: $\underbrace{x_1 + x_2} + x_3 = b$

$6 + -1 = b \rightarrow b = 5$

RPTA.: C

159. Resolver:

$$\sqrt{x^2 + 4x + 8} + \sqrt{x^2 + 4x + 4} = \sqrt{2x^2 + 8x + 12}$$

A) x = 2 B) x = 1 C) x = -2
D) x = 3 E) x = 0

RESOLUCIÓN

$x^2 + 4x + 6 = n \Rightarrow \sqrt{n+2} + \sqrt{n-2} = \sqrt{2n}$

al cuadrado m.a.m:

$$\cancel{n+2} + \cancel{n-2} + 2\sqrt{n^2-4} = \sqrt{2n}^2$$

$$\cancel{2n} + 2\sqrt{n^2-4} = \cancel{2n}$$

$\Rightarrow$ $n^2 - 4 \Rightarrow n = \pm 2\,(n \geq 0)$

(I) $\therefore$ n = 2

luego : $x^2 + 4x + 6 = 2$

$$x^2 + 4x + 4 = 0$$

$$(x+2)^2 = 0 \rightarrow x = -2$$

RPTA.: C

160. Halle "k" para que la diferencia de raíces sea uno.
$2x^2 - (k-1)x + (k+1) = 0$

A) - 2 B) -3 C) 11
D) 1 E) 2

RESOLUCIÓN

$$x_1 > x_2 \Rightarrow x_1 - x_2 = \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{|a|}$$

$$\Rightarrow \quad 1 = \frac{\sqrt{(k-1)^2 - 4(2)(k+1)}}{2}$$

$$2 = \sqrt{k^2 - 2k + 1 - 8k - 8}$$

$$4 = k^2 - 10k - 7$$

$\Rightarrow$ $k^2 - 10k - 11 = 0$

$$(k-11)(k+1) = 0$$

$\therefore$ k = 11 $\vee$ k = -1

RPTA.: C

SEMANA 9
SISTEMAS DE ECUACIONES

161. ¿Qué valores de "K" haría que el sistema
$(K+3)x + (2K+3)y = 24$
$(K-3)x + (K-1)y = 8$
no acepte solución?

A) 2 B) 1 C) - 1
D) 3 E) 6

RESOLUCIÓN

Como:

$$\left.\begin{matrix} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{matrix}\right\} \frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2} \left.\right\} \nexists \text{ solución}$$

$$\Rightarrow \frac{K+3}{K-3} = \frac{2K+3}{K+1} \Rightarrow (K+3)(K-1) = (2K+3)(K-3)$$

$$K^2 + 2K - 3 = 2K^2 - 3K - 9$$

$$K^2 - 5K - 6 = 0$$

K - 6
K + 1

$$(K-6)(K+1) = 0$$

K = 6 K = -1

Además:

$$\frac{K+3}{K-3} \neq \frac{24}{8}$$

$$\frac{K+3}{K-3} \neq 3$$

$$K + 3 \neq 3K - 9$$

$$12 \neq 2K$$

$$6 \neq K$$

$\therefore$ K = -1

RPTA.: C

162. Examine para que valores de a y b el sistema:

$$x + y + z = 0$$
$$x - y + 2z = 1$$
$$2x + 4y + az = b$$

posee infinitas soluciones, indique a x b.

A) 0 B) 1 C) -1
D) 2 E) -2

RESOLUCIÓN

Para infinitas soluciones:

$$\Delta_g = 0$$
$$\Delta_x = 0$$

$$\Delta_g = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 2 & 4 & a \end{vmatrix} = 0 \rightarrow -a + 4 + 4 - (-2 + 8 + a) = 0$$

1 1 1
1 -1 2

$$\Delta_x = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \\ b & 4 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

0 1 1
1 -1 2

A + 4 + 2b – (- b + 1) = 0
3b = - 3
b = - 1

a x b = -1

RPTA.: C

163. Señale una raíz de la ecuación:

$$x^3 - 4x^2 + 6x - 4 = 0$$

A) 1 + i B) 1 - i C) 3 + i
D) 3 - i E) A y B

RESOLUCIÓN

Divisores del T.I.: $\pm(1,2,4)$ evaluando para x = 2

	1	- 4	+ 6	- 4
X = 2	↓	2	- 4	+ 4
	1	- 2	+ 2	0

Una raíz es x = 2
Las otras raíces se obtienen al resolver.

$$x^2 - 2x + 2 = 0 \Rightarrow x = \frac{2 \pm \sqrt{-4}}{2}$$

RPTA.: E

164. El conjunto solución de la ecuación:

$$(K+4)x^3 + (K-3)x^2 - 3 = 0$$

es $\{1; \alpha; \beta\}$ Calcule el valor de $|\alpha| + |\beta|$

A) 1 B) 3 C) - 3
D) $2\sqrt{3}$ E) $4\sqrt{3}$

RESOLUCIÓN

Como una raíz es x = 1
K – 4 + K - 3 - 3 = 0

K = 5

La ecuación es: $x^3 + 2x^2 - 3 = 0$

Por Ruffini:

	1	2	0	- 3
X=1		1	3	3
	1	3	3	0

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{3}\,i}{2} \Rightarrow \alpha = -\frac{3}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i; |\alpha| = \sqrt{3}$$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{3}\,i}{2} \Rightarrow \beta = -\frac{3}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i; |\beta| = \sqrt{3}$$

$$\therefore \quad |\alpha| + |\beta| = 2\sqrt{3}$$

RPTA.: B

165. Formar la ecuación de cuarto grado de coeficientes reales; si dos de sus raíces son: $1 + 2i$ y $1 + \sqrt{2}\,i$.

A) $x^4 - 4x^3 + 12x^2 - 16x + 15 = 0$
B) $x^4 + 4x^3 - 12x^2 + 16x - 15 = 0$
C) $x^4 - 4x^3 + 12x^2 - 16x - 15 = 0$
D) $x^4 - 4x^3 + 12x^2 + 16x + 15 = 0$
E) $x^4 - 4x^3 - 12x^2 - 16x - 15 = 0$

RESOLUCIÓN

$x_1 = 1 + 2i$

$x_2 = 1 - 2i \quad \Rightarrow S = 2$ y $P = 5$

$\Rightarrow x^2 - 2x + 5 = 0$

$x_1 = 1 + \sqrt{2i}$

$x_2 = 1 - \sqrt{2i} \quad \Rightarrow S = 2$ y $P = 3$

$\Rightarrow x^2 - 2x + 3 = 0$

Multiplicando:

$(x^2 - 2x)^2 + 8(x^2 - 2x) + 15 = 0$

Ecuación resultante:

$x^2 - 4x^3 + 12x^2 - 16x + 15 = 0$

RPTA.: A

166. Formar la ecuación de cuarto grado de coeficientes racionales si una de sus raíces es $\sqrt{3} + \sqrt{5}\,i$.

A) $x^4 - 4x^2 + 64 = 0$
B) $x^4 - 8x^2 + 16 = 0$
C) $x^4 - 4x^2 + 16 = 0$
D) $x^4 - 16x^2 - 64 = 0$
E) $x^4 + 16x^2 + 16 = 0$

RESOLUCIÓN

$x = \sqrt{3} + \sqrt{5}\,i$

Elevando al cuadrado.

$x^2 = 3 - 5 + 2\sqrt{15}\,i$

$x^2 + 2 = 2\sqrt{5}\,i$

Elevando al cuadrado.

$x^4 + 4x^2 + 4 = -60$

$x^4 + 4x^2 + 64 = 0$

RPTA.: C

167. En el polinomio cúbico

$P(x) = x^3 + x + 1$

Se observa que

$P(a) = P(b) = P(c) = 0$

Calcule el valor numérico de

$P(a^3 + b^3 + c^3 + ab + ac + bc + abc)$

A) - 17 B) - 11 C) - 21
D) - 28 E) - 29

RESOLUCIÓN

Se cumple que

$x^3 + x + 1 \equiv (x - a)(x - b)(x - c)$

$x^3 + x + 1 \equiv x^3 - (a + b + c)x^2 + (ab + ac + bc)x - abc$

$a + b + c = 0 \Rightarrow a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$

ab + ac + bc = + 1

abc = -1 $\rightarrow$ 3 abc = - 3

$\therefore \quad P(-3 + 1 - 1) = P(-3) = -27 - 3 + 1$

$P(-3) = -29$

RPTA.: E

168. Calcule el valor de (a + b) en la ecuación:

$2x^4 + x^3 + 3x^2 + ax + b = 0$; $\{a;b\} \subset \square$

Si se sabe que una de sus raíces es: 1 + 2 i

A) 31 B) 34 C) 35
D) 38 E) 39

RESOLUCIÒN

$x_1 = 1 + 2i$

$x_2 = 1 - 2i \rightarrow x_1 . x_2 = 2;\ x_1 . x_1 = 5$

$\rightarrow x^2 - 2x + 5 = 0$

Por Horner:

	1	2	1	3	a	b
2			4	- 10		
				10	- 25	
- 5					6	- 15
		2	5	3	0	0

a = 19 ; b = 15

$\therefore$ a + b = 34

RPTA.: B

169. Halle el término independiente de una ecuación de grado mínimo de coeficientes reales, si se sabe que su conjunto solución es

$\{i; -i; 2i; -2i; .....; ni; -ni\}$

A) n^n B) n^2 C) $\lfloor n$
D) $\lfloor n^2$ E) $(\lfloor n)^2$

RESOLUCIÓN

Obsérvese que:

$(x+i)(x-i) = x^2 + 1$

$(x+2i)(x-2i) = x^2 + 4$

.
.
.

$(x+ni)(x-ni) = x^2 + n^2$

$T.I = 1 \square 4 \square ... \square n^2$

$T.I = (1 \square 2 \square ... \square n)^2$

$T.I = (\lfloor n)^2$

RPTA.: E

170. Señale el valor de "a" en la ecuación:

$(2a-7)x^7 - 2x^6 + 5x^2 + a - 6 = 0$

si se sabe que la suma de sus raíces excede al producto de las mismas en una unidad.

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

RESOLUCIÒN

Suma= $\frac{2}{2a-7}$; Producto= $\frac{6-a}{2a-7}$

Ecuación:

$\frac{2}{2a-7} - \frac{6-a}{2a-7} = 1$; operando

a – 4 = 2 a – 7

3 = a

RPTA.: C

171. No es solución de la ecuación:

$\left(x + \frac{10}{x} + 1\right)\left(x + \frac{10}{x} - 1\right) = 48$; es

A) -1 B) 2 C) -5
D) 4 E) A ó D

RESOLUCIÓN

$x + \frac{10}{x} = z \Rightarrow z^2 - 1 = 48$

$z = \pm 7$

Si: $x + \frac{10}{x} = 7 \quad \vee \quad x + \frac{10}{x} = -7$

$x^2 - 7x + 10 = 0;\ x^2 + 7x + 10 = 0$

(x – 2) (x – 5) = 0 ; (x+2)(x+5) = 0

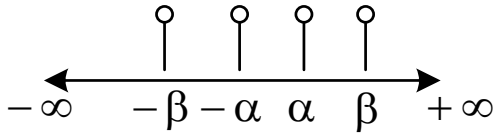
x = 5 ó x = 2 x = - 2 ó x = - 5

RPTA.: E

172. Halle la relación entre los coeficientes de la ecuación:
$a x^4 + b x^2 + c = 0$
para que sus raíces reales estén en progresión aritmética.

A) $4b^2 = 49ac$
B) $8b^2 = 49ac$
C) $9b^2 = 100ac$
D) $16b^2 = 100ac$
E) $25b^2 = 100ac$

RESOLUCIÓN



$\beta - \alpha = \alpha - (-\alpha) \Rightarrow \beta = 3\alpha$

$(x + 3\alpha)\,(x+\alpha)(x-\alpha)(x-3\alpha) = 0$

$(x^2 - 9\alpha^2)(x^2 - \alpha^2) = 0$

Equivalencia resultante

$x^4 - 10\alpha^2 x^2 + 9\alpha^4 \equiv x^4 + \frac{b}{a}x^2 + \frac{c}{a}$

$10\alpha^2 = -\frac{b}{a} \rightarrow 100\alpha^4 = \frac{b^2}{a^2} \ldots (\phi_1)$

$10\alpha^2 = -\frac{b}{a} \rightarrow 9\alpha^4 = \frac{c}{a} \ldots (\phi_2)$

También:

$(\phi_1) \div (\phi_2) \frac{100}{9} = \frac{b^2}{ac} \Rightarrow 9b^2 = 100ac$

RPTA.: C

173. Resolver: La ecuación
$(x-5)(x-7)(x+4)(x+6) = 504$
y halle la suma de los cuadrados de las raíces negativas.

A) 53 B) 57 C) 61
D) 62 E) 64

RESOLUCIÒN

Multiplicando convenientemente

$[(x-5)(x+4)][(x-7)(x+6)] = 504$

$(x^2 - x - 20)(x^2 - x - 42) = 504$

Haciendo $x^2 - x = z$

$(z-20)(z-42) = 504$

$z^2 - 62z + 336 = 0$

$(z-56)(z-6) = 0$

Regresando a la variable original.

$(x^2 - x - 56)(x^2 - x - 56) = 0$

$(x-8)(x+7)\,(x-3)(x+2) = 0$

$x = -7$ ó $x = -2$

$\Rightarrow \quad (-7)^2 + (-2)^2 = 53$

RPTA.: A

174. Resolver:

$$\begin{cases} x^3 + y^3 = 35 \\ x + y = 5 \end{cases}$$

A) $c.s = \{(2;3)\}$
B) $c.s = \{(3;2)\}$
C) $c.s = \{(1;2);(2;3)\}$
D) $c.s = \{(2;3);(3;2)\}$
E) $c.s = \{(3;2);(1;2)\}$

RESOLUCIÓN

$x^3 + y^3 = 35$; $\quad x + y = 5$

$(x+y)(x^2 - xy + y^2) = 35 \quad x = 5 - y$

$5(x^2 - xy + y^2) = 35$

$x^2 - xy + y^2 = 7$

$(5-y)^2 - y(5-y) + y^2 = 7$

$3y^2 - 15y + 18 = 0$

$y^2 - 5y + 6 = 0$

$y = 3 \Rightarrow x = 2$
$y = 2 \Rightarrow x = 3$ $\quad c.s = \{(2;3)(3;2)\}$

RPTA.: D

175. Resolver:

$$\begin{cases} 5y^2 - 7x^2 = 17 \\ 5xy - 6x^2 = 6 \end{cases}$$

e indicar como respuesta la suma de todos los valores de "y"

A) 7 B) 14 C) 0
D) -7 E) ± 1

RESOLUCIÓN

$5y^2 - 7x^2 = 17$

$5xy - 6x^2 = 6$

$30y^2 - 42x^2 = 102$

$85xy - 102x^2 = 102$

$30y^2 - 85xy + 60x^2 = 0$

$6y^2 - 17xy + 12x^2 = 0$

$3y \quad -4x \rightarrow x = \dfrac{3y}{4}$

$2y \quad -3x \rightarrow x = \dfrac{2y}{3}$

Si $x = \dfrac{3y}{4} \Rightarrow 5y^2 - 7\left(\dfrac{3y}{4}\right)^2 = 17$

$y = \pm 4$

Si $x = \dfrac{2y}{3} \Rightarrow 5y^2 - 7\left(\dfrac{2y}{3}\right)^2 = 17$

$y = \pm 3$

$\therefore \quad (\pm 4) + (\pm 3) = 0$

RPTA.: C

176. Resolver:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 180 \\ \dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{y} = \dfrac{1}{4} \end{cases}$$

e indicar como respuesta la suma de todos los valores posibles de "x"

A) 7 B) 8 C) 28
D) 4 E) -4

RESOLUCIÓN

Haciendo $x = \mu + v \ \wedge \ y = \mu - v$

$(\mu + v)^2 + (\mu - v)^2 = 180$

$\mu^2 + v^2 = 90$

$\dfrac{x + y}{xy} = \dfrac{1}{4}$

$4[\mu + v + \mu - v] = (\mu + v)(\mu - v)$

$8\mu = \mu^2 - v^2$

$90 = \mu^2 + v^2$

$0 = 2\mu^2 - 8\mu - 90$

$0 = \mu^2 - 4\mu - 45$

$\mu = 9 \Rightarrow v = \pm 3$

$\mu = -5 \Rightarrow v = \pm\sqrt{65}$

$C.S._{(\mu;v)} = \{(9;3);(9;-3)(-5;\sqrt{65})(-5;\sqrt{65})\}$

$\therefore \quad C.S. = \{(12;6)(6;12);(-5+\sqrt{65};-5-\sqrt{65})$

$(-5-\sqrt{65};-5+\sqrt{65})$

$x = 12 + 6 + (-5 + \cancel{\sqrt{65}}) + (-5 - \cancel{\sqrt{65}})$

$x = 8$

RPTA.: B

177. Resolver:

$$\begin{cases} x^2 + 3xy + 2y^2 = 3 \\ x^2 + 5xy + 6y^2 = 15 \end{cases}$$

Se obtuvo: $C.S. = \{(a;b)(c;d)\}$, según esto halle (a + b + c + d).

A) 0 B) 1 C) 2
D) 3 E) -2

RESOLUCIÓN

$x^2 + 3xy + 2y^2 = 3 \ \ x\ (-5)$

$-5x^2 - 15xy - 10y^2 = -15$

$x^2 + 5xy + 6y^2 = 15$

$-4x^2 - 10xy - 4y^2 = 0$

$2x^2 + 5xy + 2y^2 = 0$

$2x \quad y \quad \Rightarrow y = -2x$

$x \quad 2y \quad \Rightarrow y = -\frac{x}{2}$

Si $y = -2x \Rightarrow x^2 + 3x(-2x) + 2(-2x)^2 = 3$

$x = \pm 1$

Si $x = 1 \rightarrow y = -2 \Rightarrow (1;-2)$

Si $x = -1 \rightarrow y = 2 \Rightarrow (-1;2)$

Si $y = \frac{-x}{2} \Rightarrow x^2 + 5x\left(-\frac{x}{2}\right) + 6\left(-\frac{x}{2}\right)^2 = 15$

$2x^2 - 5x^2 + 3x^2 = 15(2)$

$0 \neq 30$

$\therefore$ C.S. $= \{(1;-2);(-1;2)\}$;

Luego a + b + c + d = 0

RPTA.: A

178. Halle la suma de las raíces de la ecuación:

$x^2 - 2x - 2\sqrt{x^2 - 2x + 2} = 1$

A) 1 B) 2 C) 3
D) -4 E) 4

RESOLUCIÓN

Haciendo $x^2 - 2x = a$

$(a-1)^2 = \left(2\sqrt{a+2}\right)^2$

$a^2 - 2a + 1 = 4a + 8$

$a^2 - 6a - 7 = 0$

$(x^2 - 2x)^2 - 6(x^2 - 2x) - 7 = 0$

$x^4 - 4x^3 + 4x^2 - 6x^2 + 12x - 7 = 0$

$x^4 - 4x^3 - 2x^2 + 12x - 7 = 0$

$\therefore \quad S = \frac{-a_1}{a_0} = -\frac{-4}{1} = 4$

RPTA.: E

179. Al resolver:

$\frac{(3-x)^3 + (4+x)^3}{(3-x)^2 + (4+x)^2} = 7$

indicar como respuesta la diferencia de los cuadrados de sus raíces.

A) 7 B) 6 C) 5
D) 4 E) 3

RESOLUCIÓN

Haciendo:

$\left.\begin{array}{l} 3 - x = a \\ 4 + x = b \end{array}\right\} +$

$7 = a + b$

Luego: $\frac{a^3 + b^3}{a^2 + b^2} = a + b$

$a^3 + b^3 = a^3 + ab^2 + a^2b + b^3$

$0 = ab(b + a)$

$b + a = 0 \quad \vee \quad ab = 0$

$7 = 0 \qquad (3-x)(4+x) = 0$

$\phi \qquad x = 3 \vee x = -4$

$\therefore$ C.S. $= \{-4;3\}$

$(-4)^2 - (3)^2 = 7$

RPTA.: A

180. Halle el valor de "x" , sabiendo que es un número entero positivo de:

$5x\sqrt{x} - 3\sqrt[4]{x^3} = 296$

A) 4 B) 11 C) 31
D) 16 E) 17

RESOLUCIÓN

$5\sqrt{x^3} - 3\sqrt[4]{x^3} = 296$

$\Rightarrow$ haciendo $\sqrt[4]{x^3} = a$

$5a^2 - 3a - 296 = 0 \Rightarrow a = 8 \quad \vee \quad a = -7,4$

$\therefore \quad \sqrt[4]{x^3} = 8 \qquad \vee \qquad \sqrt[4]{x^3} = -7,8$

$x^3 = \left(2^3\right)^4 \qquad\qquad \phi$

$x = 16$

RPTA.: D

SEMANA 10
INECUACIONES

181. Resolver:
$(x-1)(x+2)-(x+2)(x-3)>0$, e indicar el menor valor entero.

A) - 2 B) - 1 C) 0
D) 1 E) 2

RESOLUCIÓN
$(x^2+x-2)-(x^2-x-6)>0$
$x^2+x-2-x^2+x+6>0$
$2x+4>0$
$x>-2$
$x\in\langle -2;+\infty\rangle$
$\therefore$ El menor valor entero será: -1

RPTA.: B

182. Si: $x \in \mathbb{R}$, ¿a que intervalo pertenece la expresión algebraica:
$\frac{5}{x^2+4}$

A) $\left[\frac{5}{4},+\infty\right\rangle$ B) $\left[0,\frac{5}{4}\right]$
C) $\langle 0,5\ ]$ D) $\langle 0,4]$
E) $\left\langle 0,\frac{5}{4}\right]$

RESOLUCIÓN
$x\in\mathbb{R}$
$x^2\geq 0$
$0<\frac{1}{x^2+4}\leq\frac{1}{4}$
$0<\frac{5}{x^2+4}\leq\frac{5}{4}$

RPTA.: E

183. Si a>0, b>0, $3a\neq 5b$ hallar el mayor numero M que cumpla lo siguiente: $\frac{3a}{5b}+\frac{5b}{3a}>M$.

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

RESOLUCIÓN
Como $3a\neq 5b$
$\Rightarrow \quad (3a-5b)^2>0$
$\Rightarrow \quad 9a^2+25b^2>30ab$
$\Rightarrow \quad \frac{3a}{5b}+\frac{5b}{3a}>2$

RPTA.: B

184. Si $1< x < 5$
Simplificar:
$E=\sqrt{x^2-2x+1}+\sqrt{x^2-10x+25}$

A) 2 B) 4 C) 2 x-6
D) x-3 E) x + 3

RESOLUCIÓN
$E=\sqrt{(x-1)^2}+\sqrt{(x-5)^2}$
$E=|x-1|+|x-5|$
Como:
$1<x<5$
$0<x-1<4$
$\quad +$
y:
$|1<x<5$
$-4<x-5<0$
$\quad -$
$E=x-1+5-x=4$

RPTA.: B

185. Halle el menor numero impar que se debe asignar a "K" en: $kx^2+8x+4=0$, con la condición que sus raíces sean números complejos:

A) 1 B) 3 C) 5
D) 7 E) 9

RESOLUCIÓN
$kx^2+8x+4=0$

$\Delta < 0 \Rightarrow b^2 - 4ac < 0$
$8^2 - 4k \times 4 < 0$
$64 - 16k < 0$
$4 - k < 0 \Rightarrow k > 4$
menor impar: k = 5

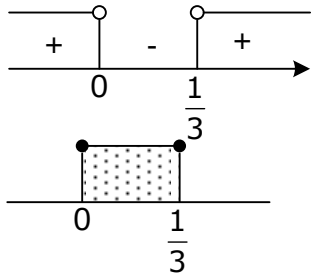
RPTA.: C

186. Halle el complemento del conjunto solución de: $\frac{1}{x} < 3$

A) $\left[0, \frac{1}{3}\right]$ B) $\langle 0, \frac{1}{3}\rangle$
C) $\left\langle 0, \frac{1}{3}\right\rangle$ D) $\left\{0, \frac{1}{3}\right\rangle$
E) $\left\langle -\infty, \frac{1}{3}\right]$

RESOLUCIÓN

$\frac{1}{x} < 3$
$\frac{1}{x} - 3 < 0$
$\frac{1-3x}{x} < 0$
$\frac{1-3x}{x} < 0$
$\frac{3x-1}{x} > 0$
Puntos críticos



Complemento: $\left[0; \frac{1}{3}\right]$

RPTA.: A

187. Si: $-2 \le x \le 0$, a que intervalo pertenece la expresión: $\frac{3}{2}\sqrt{4-x^2}$

A) $[-4, 0]$ B) $[-0, 2]$
C) $[0, 3]$ D) $[-0, 4]$
E) $\left[-0, \frac{3}{2}\right]$

RESOLUCIÓN

Si: $-2 \le x \le 0$
$0 \le 4 - x^2 \le 4$
$0 \le \sqrt{4-x^2} \le 2$
$\rightarrow \quad 0 \le \frac{3}{2}\sqrt{4-x^2} \le 3$

RPTA.: C

188. Resolver: $x^2 - 6x + 16 > 0$

A) $\left\langle -\frac{7}{4}, -2\right\rangle$
B) $x \in \phi$
C) $\langle -8, 4\rangle \cup \langle 4, +\infty\rangle$
D) $\langle -\infty, -8\rangle \cup \langle -4, +\infty\rangle$
E) $x \in \mathbb{R}$

RESOLUCIÓN

$x^2 - 6x + 16 > 0$
$\underbrace{x^2 - 6x + 9} + 7 > 0$
$(x-3)^2 + 7 > 0 \Rightarrow x \in \mathbb{R}$

RPTA.: E

189. Indicar el intervalo solución que satisface la desigualdad:

$$\frac{4x^2 + 3x - 7}{x - 2} > 0$$

A) $x \in \langle 1; +\infty\rangle$
B) $x \in \langle -7/4; 1\rangle \infty \cup \langle 2; +\infty\rangle$
C) $x \in \left\langle -\infty; -\frac{7}{4}\right\rangle \infty \cup \langle 1; 2\rangle$
D) $x \in \mathbb{R} - \langle 1; 2\rangle$
E) $x \in \mathbb{R} - \left\langle -\infty; -\frac{7}{4}\right\rangle$

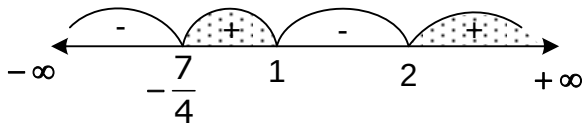
RESOLUCIÓN

$4x^2 + 3x - 7$

$4x \times 7$
$x \times -1$

$$\frac{(4x+7)(x-1)}{x-2} > 0; x \neq 2$$

Puntos críticos $\begin{cases} 4x+7=0 \rightarrow x=-\frac{7}{4} \\ x-1=0 \rightarrow x=1 \\ x-2=0 \rightarrow x=2 \end{cases}$



$\therefore \quad x \in \left\langle -\frac{7}{4}; 1 \right\rangle \cup \langle 2; +\infty \rangle$

RPTA.: B

190. Halle la suma de todos los números enteros que satisfacen la siguiente inecuación:

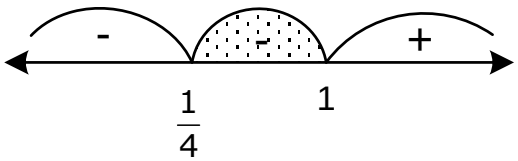
$$4x^2 - 3x \leq 2x - 1$$

A) $\frac{5}{4}$ B) 0 C)1
D) 3 E) ϕ

RESOLUCIÓN

$4x^2 - 3x - 2x + 1 \leq 0$
$4x^2 - 5x + 1 \leq 0$
$4x \times -1$
$x \times -1$
$(4x-1)(x-1) \leq 0$

Puntos críticos: $4x-1=0 \rightarrow x=\frac{1}{4}$
$x-1=0 \rightarrow x=1$



$x \in \left[\frac{1}{4}; 1\right]$

RPTA.: C

191. Resolver: $2x^2 + 3x + 5 > 0$

A) $x \in \mathbb{R}$ B) $x \in \phi$
C) $x > -\frac{31}{16}$ D) $x \in \left\langle -\frac{31}{16}; \frac{3}{4} \right\rangle$
E) $x < -\frac{3}{4}$

RESOLUCIÓN

$2x^2 + 3x + 5 > 0 \quad \div 2$
$x^2 + \frac{3}{2}x + \frac{5}{2} > 0$
$x^2 + \frac{3}{2} + \left(\frac{3}{4}\right)^2 - \left(\frac{3}{4}\right)^2 + \frac{5}{2} > 0$

la mitad

$\left(x + \frac{3}{4}\right)^2 - \frac{9}{16} + \frac{5}{2} > 0$
$\left(x + \frac{3}{4}\right)^2 > \frac{9}{16} - \frac{5}{2}$
$\left(x + \frac{3}{4}\right)^2 > \frac{-31}{16}$
$+ \quad > \quad -$
$x \in \mathbb{R}$

RPTA.: A

192. El intervalo en el cual se satisface la inecuación: $\frac{x^2 - x - 6}{x^2 + x - 6} \leq 0$ es: $\langle a; b] \cup \langle c; d]$; Calcule: $a^2 + b^2 + c^2 + d^2$

A) 13 B) 18 C) 23
D) 26 E) 32

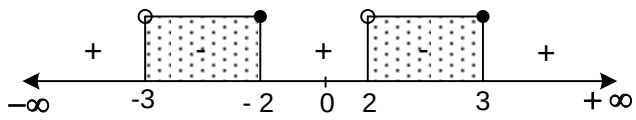
RESOLUCIÓN

Factorizando el número y denominador; vemos que:

$$\frac{(x-3)(x+2)}{(x+3)(x-2)} \leq 0$$

P.C → N $\begin{cases} x = 3 \\ x = -2 \end{cases}$
D $\begin{cases} x = 2 \\ x = -3 \end{cases}$

En la recta real:



$x \in \langle -3;-2] \cup \langle 2;3]$

a = - 3
b = - 2 $\rightarrow a^2+b^2+c^2+d^2 = 26$
c = 2
d = 3

RPTA.: D

193. Indique el conjunto solución de la inecuación: $\dfrac{x^2+x-6}{x^2-x-6} \le 1$

A) $\langle -\infty;-2\rangle \cup [0;3\rangle$
B) $\langle -\infty;-1\rangle \cup \langle 1;\infty\rangle$
C) $\langle -\infty;0] \cup \langle 3;\infty\rangle$
D) $\langle -\infty;-2\rangle \cup \langle 1;6\rangle$
E) $\langle -\infty;-2\rangle \cup \langle 1;\infty\rangle$

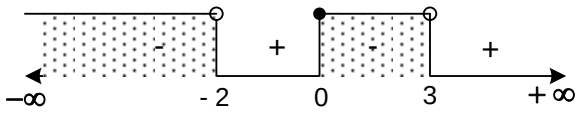
RESOLUCIÓN

Pasando todo al primer miembro

$$\frac{x^2+x-6}{x^2-x-6} - 1 \le 0$$

$$\frac{\cancel{x^2}+x-6-\cancel{x^2}+x+6}{x^2-x-6} \le 0$$

$$\frac{2x}{(x-3)(x+2)} \le \xrightarrow{P.C} \begin{cases} N[\,x=0 \\ D\{\,x=3 \\ \quad\;\; x=-2 \end{cases}$$



$x \in \langle -\infty;-2\rangle \cup [0,3\rangle$

RPTA.: A

194. Resolver:

$$\frac{x-a}{x+a} + \frac{x+b}{x-b} < 2 \;\wedge\; x < 0$$

Si: 0 < b < a

A) $\left\langle -b;\dfrac{2ab}{a-b}\right\rangle$
B) $\langle -a;0\rangle$
C) $\langle -a;b\rangle$
D) $\langle -b;0\rangle$
E) $\langle -a;b\rangle$

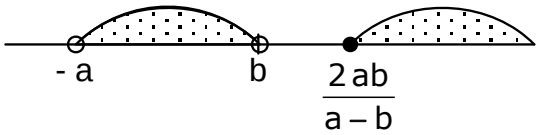
RESOLUCIÓN

$$\frac{x-a}{x+a} + \frac{x+b}{x-b} < 2$$

$$\rightarrow \quad \frac{2(a-b)x-4ab}{(x+a)(x-b)} > 0$$

Puntos referenciales:

$$x = \frac{2ab}{a-b}; x = -a; x = b$$



Como $x < 0$

$$\rightarrow \quad x \in \langle -a, 0\rangle$$

RPTA.: B

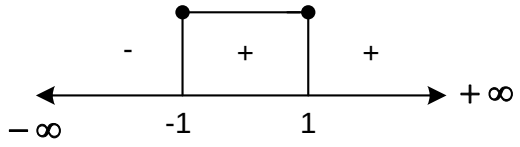
195. Calcule el conjunto solución de:
$x^3+1 \ge x^2+x$

A) $[-4,-1\rangle$ B) $[-1,1]$
C) $\langle 1,+\infty\rangle$ D) $\langle -\infty,1]$
E) $[-1,+\infty\rangle$

RESOLUCIÓN

$x^3+1 \ge x^2+x$
$x^3-x^2-x+1 \ge 0$
$x(x^2-1)-(x^2-1) \ge 0$
$x(x^2-1)-(x^2-1) \ge 0$
$(x^2-1)\square(x-1) \ge 0$
$(x+1)(x-1)(x-1) \ge 0$
$(x+1)(x-1)^2 \ge 0$

Puntos críticos:



$x \in [-1, +\infty\rangle$

RPTA.: E

196. Resolver:

$x^2 - x - 20 < 0$ .....(1)

$x^2 - 6x + 9 > 0$ .....(2)

$x^2 - x + 2 > 0$ .....(3)

A) $x < -4$ B) $x > 5$

C) $-\infty < x < 4$ D) $\nexists$ solución

E) $-4 < x < 5; x \neq 3$

RESOLUCIÓN

De (1):

$x^2 - x - 20 < 0$

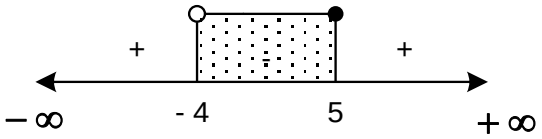
x - 5

x + 4

$(x-5)(x+4) < 0$

5 - 4

Por puntos críticos:



De (2):

$x^2 - 6x + 9 > 0$

$(x-3)^2 > 0$

$x \in \mathbb{R} - \{3\}$

De (3):

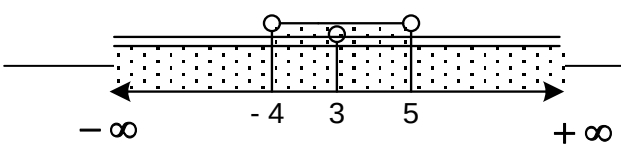
$x^2 + x + 2 > 0$

$x^2 + x + \frac{1}{4} + \frac{7}{4} > 0$

$\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{7}{4} > 0$

$x \in \mathbb{R}$

Al interceptar:



$x \in \langle -4, 5\rangle - \{3\}$

RPTA.: E

197. El conjunto solución de la inecuación: $ax^2 + bx + c > 0$ Es: $\langle -\infty; 3\rangle \cup \langle 6; \infty\rangle$ Calcule a+b+c.

A) 6 B) 8 C) 10

D) 12 E) 14

RESOLUCIÓN

La solución se deduce de la inecuación

$(x-3)(x-6) > 0$

$x^2 - 9x + 18 > 0$

Con lo cual

$ax^2 + bx + c \equiv x^2 - 9x + 18 \Rightarrow$

$a = 1$

$b = -9$

$c = 18$

$\therefore$ a + b + c = 10

RPTA.: C

198. Señale el valor máximo de k en la inecuación: $2x^2 + kx + 2 > 3x$ de modo que la desigualdad se cumpla para todo valor de "x".

A) 8 B) 7 C) 6

D) 5 E) 4

RESOLUCIÓN

Preparando la inecuación, se tendría $2x^2 + (k-3)x + 2 > 0$

la condición es : $\Delta < 0$; es decir

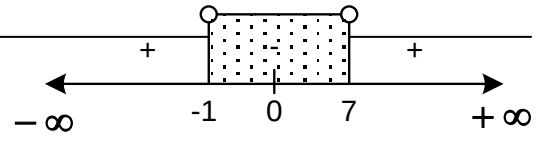
$(k-3)^2 - 4(2)(2) < 0$

$(k-3)^2 - 4^2 < 0$

$(k-3+4)(k-3-4) < 0$

$(k+1)(k-7) < 0$

Los puntos críticos son k= -1; k=7 en la recta real



$k \in \langle -1; 7 \rangle$

$\therefore \quad k_{max} = 6$

RPTA.: C

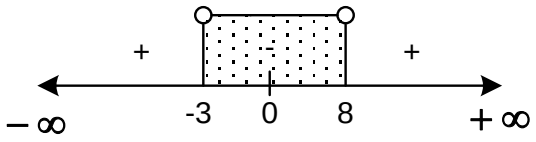
199. Señale el valor entero que satisface al sistema.

$$\begin{cases} x^2 - 5x < 24 ...(1) \\ x^2 - 2x > 24 ...(2) \end{cases}$$

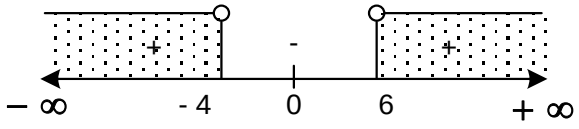
A) 3 B) 4 C) 5
D) 7 E) 8

RESOLUCIÓN

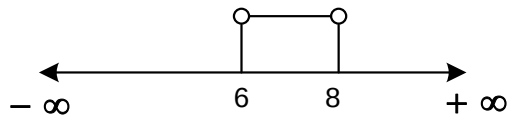
1. $x^2 - 5x - 24 < 0 \rightarrow (x-8)(x+3) < 0$



2. $x^2 - 2x - 24 > 0$
$(x-6)(x+4) > 0$



3. Interceptando



$\therefore \quad x = 7$

RPTA.: D

200. El mayor valor entero negativo que satisface a la inecuación:

$$\frac{(x^6-1)^2(x^4+1)^3(x-2)}{x^2+4x+3} \geq 0 \text{ es:}$$

A) - 4 B) - 5 C) - 2
D) - 3 E) -1

RESOLUCIÓN

Factorizando, se tiene

$$\frac{(x^3+1)^2(x^3-1)^2(x^4+1)^3(x-2)}{(x+1)(x+3)} \geq 0$$

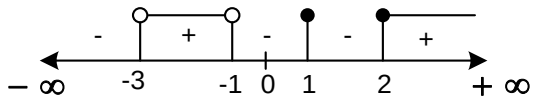
$(x^4+1)^3$; se descarta ya que sus raíces sus complejas.
Factorizando de nuevo.

$$\frac{(x+1)^2(x^2-x+1)^2(x-1)^2(x^2+x+1)^2(x-2)}{(x+1)(x+3)} \geq 0$$

se descartan los factores: x^2+x+1 y x^2-x+1 con lo cual

$$\frac{(x+1)^2(x-1)^2(x-2)}{(x+1)(x+3)} \geq 0 \xrightarrow{P.C} \begin{cases} N \begin{cases} x=1 \\ x=-1 \\ x=2 \end{cases} \\ D \begin{cases} x=-1 \\ x=-3 \end{cases} \end{cases}$$

Recta real:



$x \in \langle -3, -1 \rangle \cup \{1\} \cup [2; \infty\rangle$

RPTA.: C

201. Halle el intervalo solución al resolver: $x^2 - (x-1)^2 \leq 3x - 1 < 4 - 2(1-4x)$

A) $x \in \left[-\frac{3}{5}; 0\right\rangle$ B) $x \in \left\langle -\frac{3}{5}; 0\right]$

C) $x \in \left\langle -\infty; -\frac{3}{5}\right\rangle$ D) $x \in [0; +\infty\rangle$

E) $x \in \left\langle -\infty; -\frac{3}{5}\right\rangle \cup [0; +\infty\rangle$

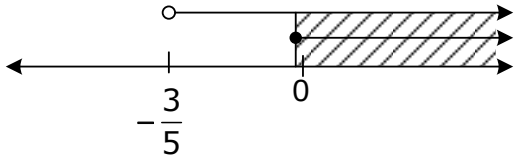
RESOLUCIÓN

$x^2-\left(x^2-2x+1\right)\le 3x-1 \ \wedge\ 3x-1<2+8x$

$x^2-x^2+2x-1\le 3x-1$ $\qquad -5x<3$

$2x\le 3x$ $\qquad 5x>-3$

$0\le x$ $\qquad x>-\frac{3}{5}$



$\therefore \quad x\in[0;+\infty\rangle$

RPTA.: D

202. Indicar la suma de aquellos números enteros que satisfacen la inecuación:

$(x-5)^{48}\left(2x^4-32\right)^2\left(3x^2-x-2\right)^{17}\le 0$

A) 1 B) 0 C) 4
D) 5 E) 6

RESOLUCIÓN

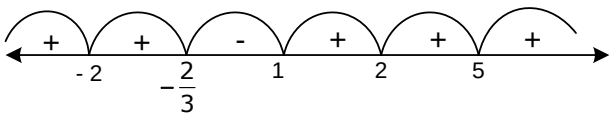
$(x-5)^{48}\left(2x^4-32\right)^2\left(3x^2-x-2\right)^{17}\le 0$

$X=5 \qquad x^4-16=0 \qquad 3x \quad 2$

"par" $\left(x^2-4\right)\left(x^2+4\right)=0 \quad x \quad -1$

$x=\pm 2 \quad x\in\phi \qquad x=-\frac{2}{3}$

"par"



$\therefore \quad x\in\left[-\frac{2}{3};1\right]\cup\{\pm 2;5\}$

$1+2-2+5=5$

RPTA.: D

203. Halle la suma de los $\mathbb{Z}^+$, al resolver la inecuación:

$\frac{16x^3+35x^2-51x}{x^4+x^2+1}\le 0$

A) 1 B) 2 C) 5
D) 6 E) 11

RESOLUCIÓN

$x^4+x^2+1=\left(x^2+x+1\right)\left(x^2-x+1\right)$

$\Delta=-3 \qquad \Delta=-3$

$x\in\phi$

$16x^3+35x^2-51x\le 0$

$x\left(16x^2+35x-51\right)\le 0$

$16x \quad 51$

$x \quad -1$

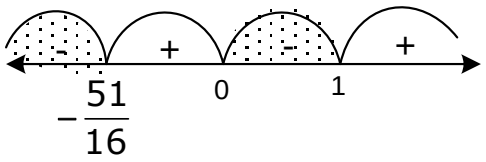
$x(16x+51)(x-1)\le 0$

Puntos críticos

$x=0\rightarrow x=0$

$16x+51=0 \qquad x=-\frac{51}{16}$

$x-1=0\rightarrow x=1$



$x\in\left\langle -\infty;-\frac{51}{16}\right]\cup[0;1]$

1

RPTA.: A

204. Si: $x\in[5,10]$, halle : 32 M-17 N tal que: $N\le\frac{2x-1}{3x+2}\le M$

A) 18 B) 16 C) 14
D) 12 E) 10

RESOLUCIÓN

$$\frac{2x-1}{3x+2}=\frac{2}{3}-\frac{7}{3(3x+2)}$$

Como: $5\le x\le 10$

$$\frac{9}{17}\le\frac{2}{3}-\frac{7}{3(3x+2)}\le\frac{19}{32}$$

$\rightarrow$ $M=\frac{19}{32}$; $N=\frac{9}{17}$

$\rightarrow$ $32M-17N=10$

RPTA.: E

205. Encontrar el número mayor M con la propiedad de que para todo $x\in\mathbb{R}$ se cumple: $M\le x^{\frac{2}{5}}-x^{\frac{1}{5}}-2$

A) $\frac{2}{3}$ B) $\frac{5}{6}$ C) $-\frac{9}{4}$

D) $-\frac{6}{5}$ E) $\frac{2}{5}$

SOLUCIÓN

$M\le x^{\frac{2}{5}}-x^{\frac{1}{5}}-2$

Haciendo cambio de variable

$y=x^{\frac{1}{5}}$

$M\le y^2-y-2$

$\rightarrow$ $y^2-y\ \ M-2\ge 0$; $\forall\ y\in\mathbb{R}$

$\Delta\le 0$

$1-4(-M-2)\le 0$

$M\le -\frac{9}{4}$

$\therefore$ El mayor valor $M=-\frac{9}{4}$

RPTA.: C

SEMANA 11
INECUACIONES, VALOR ABSOLUTO, INECUACIONES EXPONENCIALES

206. Halle el conjunto solución de: $|4x-3|=2-3x$

A) ϕ B) $\{1\}$ C) $\left\{\frac{5}{7}\right\}$

D) $\left\{1;\frac{5}{7}\right\}$ E) 0

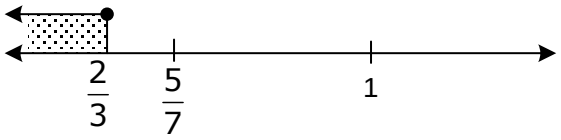
RESOLUCIÓN

$|4x-3|=2-3x$

$$\begin{cases} 2-3x\ge 0\rightarrow 3x-2\le 0\rightarrow x\le\frac{2}{3} \\ \wedge \\ 4x-3=2-3x\ \vee\ -(4x-3)=2-3x \end{cases}$$

$7x=5$ $\quad$ $-4x+3=2-3x$

$x=\frac{5}{7}$ $\quad$ $1=x$



$\therefore$ C.S. = { }

RPTA.: B

207. Resolver: $\left|\frac{4x-7}{3}\right|=2x-3$

A) C.S. = $\left\{1;\frac{5}{8}\right\}$

B) C.S. = $\left\{1;\frac{8}{5}\right\}$

C) C.S. = $\left\{\frac{8}{5}\right\}$

D) C.S. = $\{-1;3\}$

E) C.S. = { }

RESOLUCIÓN

$\left|\frac{4x-7}{3}\right|=2x-3$

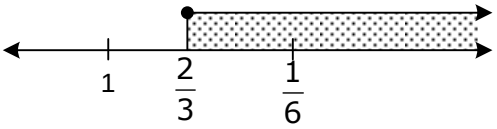
$$\begin{cases} 2x-3\ge 0\rightarrow x\ge\frac{3}{2} \\ \wedge \end{cases}$$

$$\frac{4x-7}{3}=2x-3 \vee -\frac{4x-7}{3}=2x-3$$

4x-7=6x-9 $\qquad$ -4x+7=6x-9

2=2x $\qquad$ 16 = 10x

1 = x $\qquad$ 1,6= x



C.S. $= \left\{\frac{8}{5}\right\}$

RPTA.: C

208. Resolver: $|4x-3| \le |2x-1|$, e indicar como respuesta el mayor de los números enteros que pertenece a su conjunto solución.

A) $\frac{2}{3}$ $\qquad$ B)1 $\qquad$ C) 2

D) 3 $\qquad$ E) 5

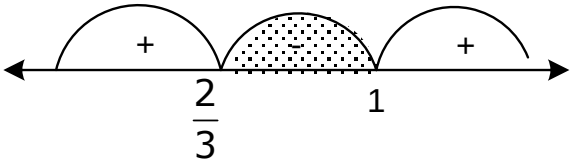
RESOLUCIÓN

$|4x-3| \le |2x-1|$

$\Leftrightarrow \quad (4x-3+2x-1)(4x-3-2x+1) \le 0$

$(6x-4)\,(2x-2) \le 0$

$x = \frac{2}{3} \qquad x = 1$



$x \in \left[\frac{2}{3};1\right] = 1$

RPTA.: B

209. Al resolver, indicar el menor valor entero que satisface la desigualdad: $|4x^2-3x+1| < |x^2+2x-1|$

A) 0 $\qquad$ B) { } $\qquad$ C) 1

D) 2 $\qquad$ E) -2

RESOLUCIÓN

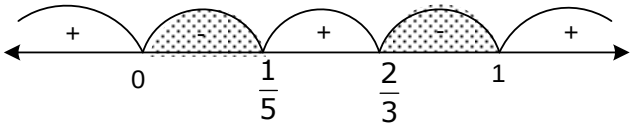
$|4x^2-3x+1| < |x^2+2x-1|$

$(4x^2-3x+1+x^2+2x-1)(4x^2-3x+1-x^2-2x+1) < 0$

$(5x^2-x)(3x^2-5x+2) < 0$

$x(5x-1)(3x-2)(x-1) < 0$

$x = 0 \quad x = \frac{1}{5} \quad x = \frac{2}{3} \quad x = 1$



$x \in \left\langle 0;\frac{1}{5}\right\rangle \cup \left\langle \frac{2}{3};1\right\rangle$

$\therefore$ El menor número entero { }

RPTA.: B

210. Halle la suma de los valores enteros que pertenecen al complemento del conjunto solución de la inecuación:

$$\left|\frac{x+2}{x}\right| \ge \left|\frac{1}{x-2}\right|$$

A) 0 $\qquad$ B) 1 $\qquad$ C) 2

D) 3 $\qquad$ E) 4

RESOLUCIÓN

$\left|\frac{x+2}{x}\right| \ge \left|\frac{1}{x-2}\right|$ elevando al cuadrado y por diferencia de cuadrados:

$$\left(\frac{x+2}{x}-\frac{1}{x-2}\right)\left(\frac{x+2}{x}+\frac{1}{x-2}\right) \ge 0$$

$$\left[\frac{x^2-4-x}{x(x-2)}\right]\left[\frac{x^2-4+x}{x(x-2)}\right] \ge 0$$

$$\frac{(x^2-x-4)(x^2+x-4)}{x^2(x-2)^2}$$

C.S. $\left\langle -\infty, \frac{-1-\sqrt{17}}{2}\right] \cup \left[\frac{1-\sqrt{17}}{2}, \frac{-1+\sqrt{17}}{2}\right] \cup \left[\frac{1+\sqrt{17}}{2}, +\infty\right\rangle$

$\therefore$ Entonces:
$\{-2, 2\}$

RPTA.: B

211. Si el conjunto solución de la inecuación $\left|\frac{x-1}{x^2-4x+8}\right| < \left|\frac{1}{x-1}\right|$ tiene la forma: $\left\langle -\infty; \frac{a}{b}\right] - \{c\}$ Halle: a + b + c

A) 5 B) 7 C) 8
D) 9 E) 10

RESOLUCIÓN

Elevando al cuadrado

$$\left(\frac{x-1}{x^2-4x+8}\right)^2 \le \left(\frac{1}{x-1}\right)^2$$

Luego:

$$\left(\frac{x-1}{x^2-4x+8}-\frac{1}{x-1}\right)\left(\frac{x-1}{x^2-4x+8}+\frac{1}{x-1}\right)\le 0$$

$$\left[\frac{x^2-2x+1-x^2+4x-8}{(x^2-4x+8)(x-1)}\right]\left[\frac{x^2-2x+1-x^2-4x+8}{(x^2-4x+8)(x-1)}\right]\le 0$$

$$\frac{(2x-7)(2x^2-6x+9)}{(x^2-4x+8)^2(x-1)^2}\le 0$$

$\rightarrow$ $x\in\left\langle -\infty; \frac{7}{2}\right] - \{1\}$

$\therefore$ a + b + c = 7 + 2+1 = 10

RPTA.: E

212. Si la expresión $E=\frac{|4x+7|-|x-7|}{x}$ se resuelve a una constante, para $x\in\langle 2,5\rangle$; halle dicha constante.

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

RESOLUCIÓN

$$|4x+7| = \begin{cases} 4x+7; & x \ge -\frac{7}{4} \\ -4x-7; & x < -\frac{7}{4} \end{cases}$$

$$\lfloor x-7 \rfloor = \begin{cases} x-7; & x \ge 7 \\ 7-x; & x<7 \end{cases}$$

$\rightarrow$ para $x\in\langle 2;5\rangle$

$$E=\frac{4x+7-(7-x)}{x}=5$$

RPTA.: E

213. Halle la suma de los valores enteros que verifican a la inecuación $\sqrt{x-6}+\sqrt{-x+12}\ge 0$

A) 60 B) 61 C) 62
D) 63 E) 64

RESOLUCIÓN

$x-6\ge 0 \quad \wedge \quad -x+12\ge 0$
$x\ge 6 \quad \wedge \quad x\le 12$
x= 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12

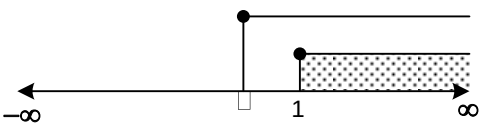
RPTA.: D

214. Resuelva la inecuación $\sqrt{x-1}\le x$

A) $[0;\infty\rangle$ B) $[1;\infty\rangle$
C) $\langle -\infty;1]$ D) $[-1;1]$
E) $\langle -\infty;0]$

RESOLUCIÓN

$x-1\ge 0 \ \wedge \ x\ge 0$
$x\ge 1 \ \wedge \ x\ge 0$



Universo: $x\ge 1$
Elevando al cuadrado
$x-1\le x^2$
$x^2-x+1\ge 0$; $\Delta=-3$

$x \in \mathbb{R}$ interceptando

$x \in [1;\infty\rangle$

RPTA.: B

215. Indicar el conjunto solución de $\sqrt{x-2}+\sqrt{x-5} \geq 3$

A) $[5;\infty\rangle$ B) $[6;\infty\rangle$ C) $\langle 5;\infty\rangle$
D) $\langle 6;\infty\rangle$ E) $\mathbb{R} - \{2;5\}$

RESOLUCIÓN

Universo

$x-2 \geq 0 \ \wedge \ x-5 \geq 0 \Rightarrow x \geq 5$

$\sqrt{x-5} \geq 3-\sqrt{x-2}$

Elevando al cuadrado

$x-5 \geq 9-6\sqrt{x-2}+x-2$

$6\sqrt{x-2} \geq 12$

$\sqrt{x-2} \geq 2$

$x-2 \geq 4 \Rightarrow x \geq 6$

RPTA.: B

216. Indique el conjunto solución de $\sqrt[3]{x^3-3x^2+5x-2} \leq x-1$

A) $\langle -\infty;0\rangle$ B) $\langle 0;\infty\rangle$
C) $\left\langle -\infty;\frac{1}{2}\right]$ D) $\left[\frac{1}{2};\infty\right\rangle$
E) $\mathbb{R} - \left\{0;\frac{1}{2}\right\}$

RESOLUCIÓN

Elevando al cubo.

$x^3-3x^2+5x-2 \leq x^3-3x^2+3x-1$

$2x \leq 1$

$x \leq \frac{1}{2}$

$x \in \left\langle -\infty;\frac{1}{2}\right]$

RPTA.: C

217. Cuántos valores enteros satisfacen a la inecuación

$$\frac{1}{\sqrt[4]{x-2}}+\frac{1}{\sqrt[4]{9-x}} \geq 0$$

A) 31 B) 32 C) 33
D) 34 E) 35

RESOLUCIÓN

1. $x - 2 > 0 \quad \rightarrow x > 2$
2. $9 - x > 0 \quad \rightarrow x < 9$
3. 3; 4; 5; 6; 7; 8.
4. $\sum = 3+4+5+6+7+8$

RPTA.: C

218. Señale el intervalo en el cual le satisface la inecuación

$$\frac{2x-5}{\sqrt{-x^2+5x-6}}$$

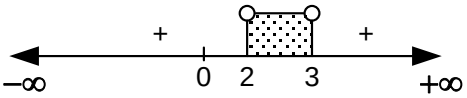
A) $\left\langle 2;\frac{5}{2}\right\rangle$ B) $\langle -3;0\rangle$
C) $\left\langle \frac{5}{2};4\right\rangle$ D) $\langle -3;6\rangle$
E) $\left\langle -7;\frac{-5}{2}\right\rangle$

RESOLUCIÓN

1. $-x^2+5x-6 > 0$

$x^2-5x+6 < 0$

$(x-3)(x-2) < 0$



2. $2x - 5 < 0$

$x < \frac{5}{2}$

3. De …(1) y …(2) $x \in \left\langle 2;\frac{5}{2}\right\rangle$

RPTA.: A

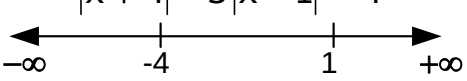
219. Al resolver: $|x+4|-3|x-1|=4$, indicar como respuesta la suma de sus raíces.

A) $\frac{9}{11}$ B) $\frac{7}{8}$ C) $\frac{4}{7}$
D) $\frac{2}{7}$ E) $\frac{9}{4}$

RESOLUCIÓN

$x + 4 = 0 \quad \vee \quad x - 1 = 0$
$x = -4 \qquad x = 1$

$$|x+4| - 3|x-1| = 4$$



$x \in \langle -\infty; -4]$ | - - .... α
$x \in \langle -4; 1]$ | + - .... β
$x \in \langle 1; +\infty]$ | + + ... θ

Cálculo de (α)

- $(x+4) + 3(x-1) = 4$
- $x - 4 + 3x - 3 = 4$

$$2x = 11$$
$$x = \underbrace{\frac{11}{2} \cap \langle -\infty; -4]}_{x \in \phi}$$

Cálculo de (β)

$(x+4) + 3(x-1) = 4$
$x + 4 + 3x - 3 = 4$
$4x = 3$
$$x = \underbrace{\frac{3}{4} \cap \langle -4; 1]}_{x = \frac{3}{4}}$$

Cálculo de (θ):

$(x + 4) - 3(x-1) = 4$
$x = \frac{3}{2} \cap \langle 1 + \infty \rangle$

Luego:

$\alpha \cap \beta \cap \theta$
$\left\{\frac{3}{4}, \frac{3}{2}\right\}$

$\therefore \quad \frac{3}{4} + \frac{3}{2} = \frac{9}{4}$

RPTA.: E

220. Indicar el menor valor entero positivo que satisface la desigualdad:

$$\sqrt[x-1]{0,008^{\frac{x+2}{3}}} \le \sqrt[x]{0,04^{\frac{x-3}{2}}}$$

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 0

RESOLUCIÓN

$$\sqrt[x-1]{\frac{1}{25}^{\frac{x+2}{3}}} \le \sqrt[x]{\frac{1}{25}^{\frac{x-3}{2}}}$$

$$\left(\frac{1}{5}\right)^{\frac{x+2}{x-1}} \le \left(\frac{1}{5}\right)^{\frac{x-3}{x}}$$

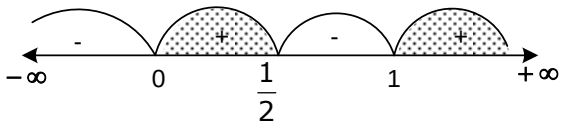
$$\frac{x+2}{x-1} \ge \frac{x-3}{x}$$

$$\frac{x+2}{x-1} - \frac{x-3}{x} \ge 0;\ x \ne 0;1$$

$$\frac{x^2 + 2x - (x^2 - 4x + 3)}{x(x-1)} \ge 0$$

$$\frac{6x - 3}{x(x-1)} \ge 0$$

puntos críticos $\rightarrow x = \frac{1}{2}; 0; 1$



$$x \in \left\langle 0; \frac{1}{2}\right] \cup \langle 1; +\infty \rangle$$

$\therefore$ 2

RPTA.: B

221. Al resolver: $\sqrt{2x-1} - \sqrt{x+3} \ge 1$, se obtiene $x \in [a; b] \cup [c; +\infty\rangle$ según esto, hallar (b+c).

A) 17 B) 16 C) 15
D) 14 E) 13

RESOLUCIÓN

$$\sqrt{\underbrace{2x-1}} - \sqrt{\underbrace{x+3}} \ge 1$$

$$\left.\begin{array}{l} 2x - 1 \ge 0 \rightarrow x \ge \frac{1}{2} \\ x + 3 \ge 0 \rightarrow x \ge -3 \end{array}\right\} x \in \left[\frac{1}{2}; +\infty\right\rangle \text{ ..Universo}$$

$\rightarrow \quad \sqrt{2x-1}^2 \geq \left(1+\sqrt{x+3}\right)^2$

$2x-1 \geq 1+2\sqrt{x+3}+x+3$

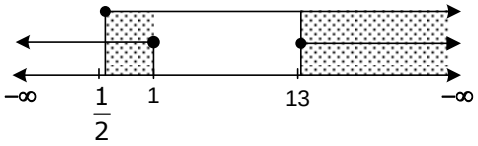
$(x-5)^2 \geq \left(2\sqrt{x+3}\right)^2$

$x^2-10x+25 \geq 4x+12$

$x^2-14x+13 \geq 0$

$(x-13)(x-1) \geq 0$

$x = 13 \quad x = 1$



$x \in \left[\frac{1}{2};1\right] \cup \left[13;+\infty\right\rangle$

b c

$\therefore \quad b + c = 1 + 13 = 14$

RPTA.: D

222. Halle el valor de "x" que satisface la desigualdad.

$$\left(\frac{3}{4}\right)^{2|4x-7|-8} > \left(\frac{64}{27}\right)^{-4(x-1)}$$

A) $\square$ B) ϕ C) $\left\langle -\infty;\frac{9}{10}\right\rangle$ D) $\left\langle \frac{9}{10};+\infty\right\rangle$ E) $\left\langle -\infty;-\frac{5}{2}\right\rangle$

RESOLUCIÓN

$$\left(\frac{3}{4}\right)^{2|4x-7|-8} > \left(\left(\frac{3}{4}\right)^3\right)^{4(x-1)}$$

$$\left(\frac{3}{4}\right)^{2|4x-7|-8} > \left(\frac{3}{4}\right)^{12x-12}$$

$2|4x-7|-8 < 12x-12$

$2|4x-7| < 12x-4$

$|4x-7| < 6x-2$

$\rightarrow \quad 6x-2>0 \rightarrow x > \frac{1}{3}$

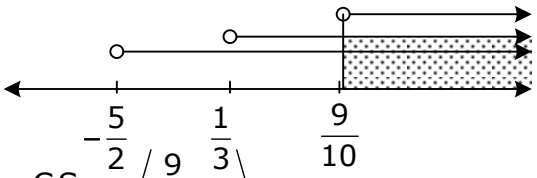
$\wedge$

$2-6x < 4x-7 < 6x-2$

$2-6x < 4x-7 \wedge 4x-7 < 6x-2$

$9 < 10x \qquad -5 < 2x$

$x > \frac{9}{10} \qquad x > -\frac{5}{2}$



$\therefore \quad C.S.\ x \in \left\langle \frac{9}{10};\infty\right\rangle$

RPTA.: B

223. Halle la suma de los valores enteros positivos que pertenecen al complemento del conjunto solución de la inecuación $\sqrt[x-5]{4^{x-4}} \geq \sqrt[x+1]{2^{2x}}$

A) 6 B) 12 C) 15
D) 17 E) 20

RESOLUCIÓN

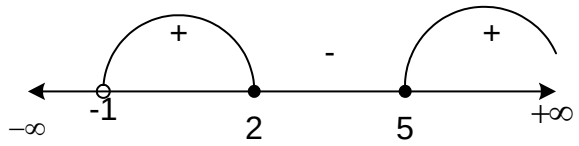
$$2^{\frac{2(x-4)}{x-5}} \geq 2^{\frac{2x}{x+1}}$$

$$\frac{2(x-4)}{x-5} \geq \frac{2x}{x+1}$$

$$\frac{x-4}{x-5}-\frac{x}{x+1} \geq 0$$

$$\rightarrow \quad \frac{x^2-3x-4-x^2+5x}{(x-5)(x+1)} \geq 0$$

$$\frac{2(x-2)}{(x-5)(x+1)} \geq 0$$



$C.S. = \left\langle -1;2\right] \cup \left\langle 5;+\infty\right\rangle$

$\rightarrow \quad \sum (C.S.)^C = 3+4+5 = 12$

RPTA.: B

224. Halle el conjunto solución de la inecuación: $\sqrt[x-3]{3^x\left(\frac{1}{3}\right)^{-2}} \le \sqrt[x+2]{9\left(\frac{1}{9}\right)^x}$

A) $[-3;+\infty\rangle$ B) $\langle-\infty;-3]$
C) $\langle-\infty;3]$ D) $[3;+\infty\rangle$
E) $\langle-2;3\rangle$

RESOLUCIÓN

$$3^{\frac{x+2}{x-3}} \le 9^{\frac{1-x}{x+2}}$$

$$3^{\frac{x+2}{x-3}} \le 3^{2\left(\frac{1-x}{x+2}\right)}$$

$$\rightarrow \quad \frac{x+2}{x-3} \le 2\left(\frac{1-x}{x+2}\right)$$

$$\frac{x+2}{x-3} + \frac{2(x-1)}{x+2} \le 0$$

$$\frac{3x^2-4x+10}{(x-3)(x+2)} \le 0$$

C.S. $= \langle-2;3\rangle$

RPTA.: E

225. Indicar el mayor valor entero del conjunto solución de la inecuación $\sqrt{x^2-2x-15} \ge x+1$

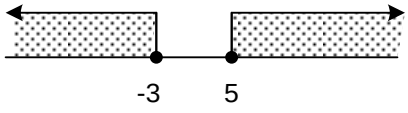
A) -1 B) -2 C) -3
D) - 4 E) -5

RESOLUCIÓN

Si:

$x^2-2x-15 \ge 0$

x — 3
x — -5



Si además $x+1 \le 0$

$x \le -1$

C.S. $= \langle-\infty;-3\rangle$

$\therefore$ mayor valor entero = -3

RPTA.: C

SEMANA 12
FUNCIONES

226. Sea la función: $f_{(x)} = ax^2+b$, $a \wedge b$ constantes y "x" un número real cualquiera. Los pares ordenados (0;3); (2;2) y (3;R) corresponden a los puntos de la función, ¿Calcular el valor de "R"?

A) 1 B) $\frac{3}{4}$ C) 1; 3
D) 2 E) 5

RESOLUCIÓN

$f_{(x)} = ax^2+b$

$y = ax^2+b$

Evaluando:

$(0;3) \rightarrow 3 = a(0)^2+b \rightarrow b = 3$

$(2;2) \rightarrow 2 = a(2)^2+b \rightarrow b = 2 = 4a+b \rightarrow a = -\frac{1}{4}$

$(3;R) \rightarrow R = a(3)^2+b$

$$R = -\frac{1}{4}(9)+3$$

$$R = \frac{3}{4}$$

RPTA.: B

227. Halle el dominio de $f_{(x)} = \sqrt{2^2-x^2}$

A) $\mathbb{R}$
B) $\{x \in \mathbb{R} / -4 \le x \le 4\}$
C) $[-2;2]$
D) $[2;+\infty\rangle$
E) $\mathbb{R} - \langle-2;2\rangle$

RESOLUCIÓN

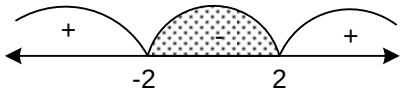
Como $f_{(x)} \ge 0$, entonces esta definida solo si $4-x^2 \ge 0$

Luego: $x^2-4 \le 0$

$$(x-2)(x+2) \le 0$$

↓ ↓

$x = 2 \quad x = -2$



$x \in [-2;2] \rightarrow \text{Dom} f \in [-2;2]$ ó $\{x \in \mathbb{R} / -2 \le x \le 2\}$

RPTA.: C

228. Halle el dominio de la función: $y = f_{(x)}$; tal que $f_{(x)} = \sqrt{x-2} + \sqrt{6-x}$

A) $[2;4]$ B) $[2;6]$ C) $\langle 2;4 \rangle$
D) $\langle 2;6 \rangle$ E) $[6;\infty\rangle$

RESOLUCIÓN

$x - 2 \ge 0 \quad \wedge \quad 6 - x \ge 0$
$x \ge 2 \qquad\qquad x \le 6$
$x \in [2;6]$

RPTA.: B

229. Halle el rango de la función f cuya regla es $f_{(x)} = \dfrac{x-2}{x+3}$

A) $\mathbb{R} - \{1\}$ B) $\mathbb{R} - \{-1\}$
C) $\mathbb{R} - \left\{-\dfrac{2}{3}\right\}$ D) $\left\langle -\dfrac{2}{3};1 \right\rangle$
E) $\{\ \}$

RESOLUCIÓN

$y = \dfrac{x-2}{x+3} \rightarrow \quad xy + 3y = x - 2$

$xy - x = -3y - 2$

$x(y-1) = -(3y+2)$

$x = -\dfrac{(3y+2)}{y-1}$

Rang $f = \mathbb{R} - \{1\}$

RPTA.: B

230. Dada las funciones f y g cuyas reglas de correspondencia son

$f_{(x)} = -3(x-1)^2 + 6$

$g_{(x)} = 2(x-1)^2 - 3$

Señale Rang f $\wedge$ Rang g

A) $[-2;6]$ B) $[-3;6]$
C) $[-6;\infty]$ D) $\langle -\infty;-3\rangle$
E) $\langle -3;6\rangle$

RESOLUCIÓN

Rang $f = \langle -\infty;6]$

Rang $g = [-3;\infty\rangle$

Interceptando

Rang f $\wedge$ Rang g $= [-3;6]$

RPTA.: B

231. Halle "p" para que el conjunto de pares ordenados de:
$f = \{(2;3);(-1;3);(2;P+6)\}$ sea función

A) -5 B) - 4 C) - 3
D) 2 E) - 1

RESOLUCIÓN

(2;3) = (2; P + 6)
Luego: 3= P + 6
- 3 =P

RPTA.: C

232. Señale el dominio de la función f; si $f_{(x)} = \sqrt{\dfrac{x^2}{x^2-1}}$

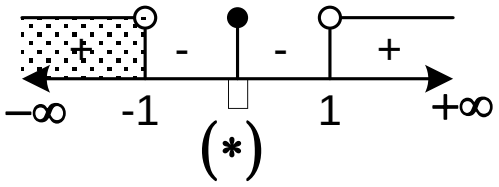
A) $\langle -\infty;-1\rangle \cup \langle 1;\infty\rangle \cup \{0\}$
B) $\langle -1;1] \cup \langle 1;\infty\rangle$
C) $\langle -\infty;-1\rangle \cup [U;1\rangle$
D) $\mathbb{R} - \{-1;1\}$
E) $\{\ \}$

RESOLUCIÓN

$\dfrac{x^2}{x^2-1} \ge 0$

$$\frac{x^2}{(x+1)(x-1)} \geq 0$$

P.C. $\begin{cases} N \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases} \\ D \quad x = -1 \end{cases}$



Dom $f = \langle -\infty; -1\rangle \cup \langle 1; \infty\rangle \cup \{0\}$

RPTA.: A

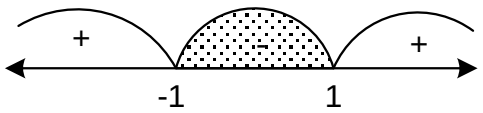
233. Halle el dominio de $f_{(x)} = \frac{1}{x} - \sqrt{1-x^2}$

A) $\langle -\infty; -1]$
B) $\mathbb{R} - \{0\}$
C) $[-1;1] - \{0\}$
D) $\mathbb{R}$
E) $\mathbb{R} - [-1;1]$

RESOLUCIÓN

Como $f_{(x)} > 0$, pues $x \neq 0$, entonces: $1 - x^2 \geq 0$

$$x^2 - 1 \leq 0$$
$$(x-1)(x+1) \leq 0$$
$$x = 1 \quad x = -1$$



$x \in [-1;1]$

$\therefore$ dom $f \in [-1;1] - \{0\}$

RPTA.: C

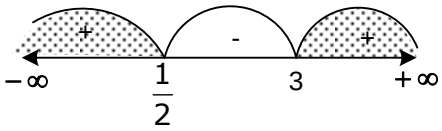
234. Si $f_{(x)} = \sqrt{\frac{x-3}{2x-1}}$, halle su dominio.

A) $\left\langle -\infty; \frac{1}{2}\right\rangle$ B) ϕ
C) $\mathbb{R} - \left[\frac{1}{2}; 4\right\rangle$ D) $\mathbb{R} - \langle 3; +\infty\rangle$
E) $\mathbb{R}$

RESOLUCIÓN

Como $f_{(x)} \geq 0$, entonces esta definida si: $\frac{x-3}{2x-1} \geq 0 \ \wedge \ x \neq \frac{1}{2}$

Luego $\left.\begin{array}{l} x - 3 = 0 \rightarrow x = 3 \\ 2x - 1 = 0 \rightarrow x = \frac{1}{2} \end{array}\right\}$ puntos críticos



$x \in \left\langle -\infty; \frac{1}{2}\right\rangle \cup [3; +\infty\rangle$

$\therefore$ Dom $f \in \mathbb{R} - \left[\frac{1}{2}; 3\right\rangle$

RPTA.: B

235. Si la función parabólica $f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 / y = ax^2 + bx + c\}$ pasa por los puntos A (1,2); B (-1;12); C (0;4) Calcule $(a+b+c)$

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

RESOLUCIÓN

$x = 0 \rightarrow c = 4$

$x = 1 \rightarrow a + b + 4 = 2$

$a + b = -2 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (\alpha)$

$x = -1 \rightarrow a - b + 4 = 12$

$a - b = 8 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (\beta)$

De (α) y (β) $a = 3$ y $b = -5$

$f_{(x)} = 3x^2 - 5x + 4$

$\therefore$ $f_{(1)} = 3 - 5 + 4 = 2$

RPTA.: B

236. Señale el valor máximo de la función f, si la regla de correspondencia es:

$f_{(x)} = -(x-1)^2 - (x-2)^2 - (x-3)^2$

A) - 1 B) - 2 C)- 3
D) - 4 E) - 5

RESOLUCIÓN

Operando:

$f_{(x)} = -x^2 + 2x - 1$

$f_{(x)} = -x^2 + 4x - 4$

$f_{(x)} = -x^2 + 6x - 9$

$f_{(x)} = -3x^2 + 12x - 14$

a = -3; b = 12; c = - 14

$f_{máx} = -\frac{\Delta}{4a}$

$\Delta = 144 - 4(-3)(-14)$

$\Delta = 144 - 168 = -24$

$f_{máx} = -\frac{(-24)}{2(-3)} = -4$

RPTA.: D

237. Halle el rango de la función f definida por: $f_{(x)} = |2x-1| - x$

A) $\left[\frac{1}{2}; +\infty\right\rangle$ B) $\left[-\frac{1}{2}; +\infty\right\rangle$

C) $\left\langle -\infty; \frac{1}{2}\right]$ D) $\left\langle -\infty; -\frac{1}{2}\right]$

E) $\left[-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right]$

RESOLUCIÓN

$$|2x-1| = \begin{cases} 2x-1; & x \geq \frac{1}{2} \\ 1-2x; & x < \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\rightarrow \quad f_{(x)} = \begin{cases} 1-3x; & x < \frac{1}{2} \\ x-1; & x \geq \frac{1}{2} \end{cases}$$

Si: $x < \frac{1}{2} \rightarrow y > -\frac{1}{2}$

Si: $x \geq \frac{1}{2} \rightarrow y \geq -\frac{1}{2}$

$\rightarrow \quad R_f = \left[-\frac{1}{2}; +\infty\right\rangle$

RPTA.: B

238. Dada la función $f_{(x)} = ax + b;\ x \in \mathbb{R}$ donde a y b son ctes reales, si $f_{(x+y)} = f_{(x)} + f_{(y)} \quad \forall x, y \in \mathbb{R}$, y si $f_{(x-2)} = -6$ Halle: a +b

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

RESOLUCIÓN

Como $f_{(x+y)} = f_{(x)} + f_{(y)}$

$a(x+y) + b = ax + b + ay + b$

$\rightarrow \quad b = 0$

luego: $f_{(x)} = ax$

$f_{(-2)} = -2a = -6 \Rightarrow a = 3$

$\therefore \quad a + b = 3$

RPTA.: C

239. Halle la suma de los valores enteros del dominio de la función:

$$f_{(x)} = \sqrt{\frac{\sqrt{x^2 - 3x - 4}}{\sqrt{21} - \sqrt{x^2 - 4}}}$$

A) 0 B) 1 C) - 1
D) 5 E) - 5

RESOLUCIÓN

El dominio esta dado por la solución de la inecuación:

$$\frac{\sqrt{x^2 - 3x - 4}}{\sqrt{21} - \sqrt{x^2 - 4}} \geq 0$$

$$\begin{cases} x^2-3x-4\geq 0 \rightarrow x\in\langle -\infty,-1]\cup[4;+\infty\rangle \\ \sqrt{21}-\sqrt{x^2-4}>0 \Rightarrow \sqrt{x^2-4}<\sqrt{21} \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} x^2-4\geq 0 \\ x^2-25<0 \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} x\in\langle -\infty;-2]\cup[2;+\infty\rangle \\ \wedge \\ x\in\langle -5,5\rangle \end{cases}$$

$\therefore \quad Dom_{(f)} = \langle -5;-2]\cup[4;5\rangle$

RPTA.:E

240. Si $M=\{(2;6);(1;a-b);(1;4);(2;a+b);(3;4)\}$ es una función, halle: a^2+b^2

A) 12 B) 16 C) 32
D) 26 E) 27

RESOLUCIÓN

$(2;6)=(2;a+b) \wedge (1;a-b)=(1;4)$

$\rightarrow \quad 6 = a+b \qquad \rightarrow a-b=4$

$$\begin{array}{r} a+b=6 \\ a-b=4 \\ \hline 2a=10 \end{array} \; +$$

$a = 5$

$b = 1 \rightarrow a^2+b^2 = 5^2+1^2 = 26$

RPTA.: D

241. Sea una función definida en el conjunto de los números reales, por $f_{(x)} = ax+b$ y además $f_{(1)} = -1 \wedge f(-3) = -13$, hallar: (3a-2b)

A) 17 B) 16 C) 15
D) 19 E) 23

RESOLUCIÓN

Si $f_{(x)} = ax+b$, evaluando:

* $f_{(1)} = -1 \rightarrow a(1)+b=-1$

$a + b = -1$

* $f_{(-3)} = -13 \rightarrow a(-3)+b=-13$

$- 3a+b = -13$

$$\begin{array}{r} a+b=-1 \\ -3a+b=-13 \\ \hline 4a=12 \\ a=3 \\ b=-4 \end{array} \; (-)$$

$\rightarrow 3a-2b = 3(3)-2(-4) = 17$

RPTA.: A

242. Halle el rango de: $f_{(x)} = \sqrt{x^2+6}-3$

A) $\mathbb{R}-\langle -7;1\rangle$ B) $\mathbb{R}$
C) $\mathbb{R}-\{0\}$ D) $\langle -7;1\rangle$
E) $[1;+\infty\rangle$

RESOLUCIÓN

Como $f_{(x)} \geq 0$, entonces esta definida solo si: $x^2+16\geq 0$ pero, como nos solicitan el rango, entonces:

$y = \sqrt{x^2+16}-3$

$(y+3)^2 = \sqrt{x^2+16}^2$

$y^2+6y+9 = x^2+16$

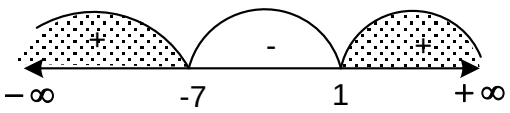
$x^2 = y^2+6y-7$

$x = \pm\underbrace{\sqrt{y^2+6y-7}}_{\geq 0}$

$y^2+6y-7\geq 0$

$(y+7)(y-1)\geq 0$

$y = -7 \quad y = 1$



$y\in\langle -\infty;-7]\cup[1;+\infty\rangle$

$\therefore \quad Ranf \in \mathbb{R}-\langle -7;1\rangle$

RPTA.: A

243. Si $f_{(x)} = x^2 + 2$; $g_{(x)} = x + a$, determinar el valor de "a" de modo que (f o g) (3) =(g o f)(a-1)

A) -8 B) $-\frac{8}{7}$ C) $-\frac{7}{8}$

D) $\frac{1}{7}$ E) $\frac{1}{8}$

RESOLUCIÓN

$(f\circ g)(3) = f\left(g(3)\right) = f(3+a) = a^2 + 6a + 11$

$(gof)(a-1) = g\left(f(a-1)\right) = g\left[(a-1)^2 + 2\right]$

$(gof)(a-1) = g\left(f(a-1)\right) = a^2 - a + 3$

Reemplazando resultados:
(fog) (3) = (gof) (a–1)
a² + 6a + 11 = a² – a+3

$\Rightarrow$ $a = -\frac{8}{7}$

RPTA.: B

244. Si: $f_{(x)} = 2x - 3b$, determinar el valor de "b" de manera que $f(b+1) = 3f^*(b^2); b\in\square$

A) 3 B) 4 C) -3
D) - 4 E) 2

RESOLUCIÓN

Calculando $f^*_{(x)}$:

$f\left(f^*_{(x)}\right) = x, x \in D_f{}^*$

$\rightarrow$ $2f^*_{(a)} - 3b = x$

$\rightarrow$ $f^*_{(x)} = \frac{x+3b}{2}; x\in D_f{}^*$

Como: $f(b+1) = 3f^*(b^2)$

$\rightarrow$ $2(b+1) - 3b = 3\left(\frac{b^2+3b}{2}\right)$

$\rightarrow$ $3b^2 + 11b - 4 = 0$

$b = \frac{1}{3}$ $b = -4$

RPTA.: D

245. Señale el valor de "n" en la función f ; si $f_{(x)} = \sqrt{x-2} + \sqrt{x-3} + ...\sqrt{x-n}$ y el dominio es $[10;\infty\rangle$

A) 6 B) 7 C) 9
D) 10 E) 13

RESOLUCIÓN

$x - 2 \geq 0 \Rightarrow x \geq 2$
$x - 3 \geq 0 \Rightarrow x \geq 3$
.
.
.
$x - n \geq 0 \Rightarrow x \geq n$
Como : n > 2 > 3...
$Domf = [n;\infty\rangle$

$\therefore$ n = 10

RPTA.: D

SEMANA 13

TEMA:

246. Calcule el siguiente límite

$$\lim_{x\to -1} \frac{x^3 - 5x^2 - 3x + 3}{3x^3 - 6x^2 - 9x}$$

A) 5 B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{5}{6}$

D) $\frac{1}{6}$ E) $\frac{6}{5}$

RESOLUCIÓN

Factorizando numerador denominador.

$$\lim_{x\to -1} \frac{\cancel{(x+1)}(x^2 - 6x + 3)}{3x\cancel{(x+1)}(x-3)}$$

$$\lim_{x\to -1} \frac{x^2 - 6x + 3}{3x(x-3)} = \frac{5}{6}$$

RPTA.: C

247. Calcule el siguiente limite:

$$\lim_{x\to -64}\frac{\sqrt{x}-8}{\sqrt[3]{x}-4}$$

A) 4 B) 3 C) $\frac{1}{3}$

D) $\frac{1}{4}$ E) 2

RESOLUCIÓN

Hacemos un cambio de variable

$$y^6 = x \Rightarrow \begin{cases}\sqrt{x} = y^3\\ \sqrt[3]{x} = y^2\end{cases}$$

$$\rightarrow \lim_{x\to -64}\frac{\sqrt{x}-8}{\sqrt[3]{x}-4} = \lim_{y\to 2}\frac{y^3-8}{y^2-4}$$

$$= \lim_{y\to 2}\frac{\cancel{(y-2)}(y^2+2y+4)}{\cancel{(y-2)}(y+2)}$$

$$= 3$$

RPTA.: B

248. $\lim_{x\to a}\frac{a\sqrt{ax}-x^2}{a-\sqrt{ax}}$

A) 3a B) a C) -a

D) 1 E) a^2

RESOLUCIÓN

Multiplicando al numerador y denominador por su conjugada se tiene:

$$\lim_{x\to a}\frac{\left[a^2(ax)-x^4\right]\left(a+\sqrt{ax}\right)}{\left(a^2-ax\right)\left(a\sqrt{ax}+x^2\right)}$$

$$\lim_{x\to a}\frac{\cancel{a(a-x)}\left(a^2+ax+x^2\right)\left(a+\sqrt{ax}\right)}{\cancel{a(a-x)}\left(a\sqrt{ax}+x^2\right)}$$

= 3a

RPTA.: A

249. Hallar el valor límite de la expresión $P_{(x)} = \frac{8x^2+2x-3}{12x^2-2x-2}$; para x=0,5

A) -3 B) 2 C) 1

D) $\frac{3}{4}$ E) $-\frac{1}{2}$

RESOLUCIÓN

Evaluando:

$$P_{\left(\frac{1}{2}\right)} = \frac{8\left(\frac{1}{2}\right)^2+2\left(\frac{1}{2}\right)-3}{12\left(\frac{1}{2}\right)^2-2\left(\frac{1}{2}\right)-2} = \frac{2+1-3}{3-1-2} = \frac{0}{0}$$

Factorizando:

Luego: $P_{(x)} = \frac{\cancel{(2x-1)}(4x+3)}{\cancel{(2x-1)}(6x+2)} = \frac{4x+3}{6x+2}$, y

como $x = \frac{1}{2} \Rightarrow P = \frac{4\left(\frac{1}{2}\right)+3}{6\left(\frac{1}{2}\right)} = \frac{5}{5} = 1$

RPTA.: C

250. Halle el V.V. de la expresión $T = \frac{x^2-x^2-12x}{x^2-5x+4}$, para x =4

A) $11\frac{1}{2}$ B) $9\frac{1}{3}$ C) $7\frac{2}{3}$

D) $6\frac{1}{3}$ E) $5\frac{1}{2}$

RESOLUCIÓN

$$T = \frac{(4)^3-(4)^2-12(4)}{(4)^2-5(4)+4} = \frac{64-16-48}{16-20+4} = \frac{0}{0}$$

Factorizando num. y den.

N = $x\left(x^2-x-12\right)$

x -4

x 3

$= \quad x(x-4)(x+3)$

D = $x^2 - 5x + 4$

$x \times -1$

$x \times -4$

$= \quad (x-1)(x-4)$

$T = \dfrac{x\cancel{(x-4)}(x+3)}{(x-1)\cancel{(x-4)}} = \dfrac{x(x+3)}{x-1}$, y como x = 4

$T = \dfrac{4(7)}{3} = \dfrac{28}{3}$

RPTA.: B

251. Halle el $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{8x^2+5x+6}{4x^2+x-1}$

A) 6 B) 0 C) 1
D) 2 E) ∞

RESOLUCIÓN

$\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{8(\infty)^2+5(\infty)}{4(\infty)^2+\infty-1} = \dfrac{\infty}{\infty}$

Dividiendo numerados y denominados entre x²

$\to \lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{\cancel{x^2}\left(8+\frac{5}{x}+\frac{6}{x^2}\right)}{\cancel{x^2}\left(4+\frac{1}{x}-\frac{1}{x^2}\right)} = \dfrac{8+\frac{5}{\infty}+\frac{6}{\infty^2}}{\frac{1}{\infty}-\frac{1}{\infty^2}} = \dfrac{8+0+0}{4+0-0} = 2$

RPTA.: D

252. Calcule: $\lim\limits_{x\to1} \dfrac{x^3-1}{x^2-1}$

A) $\frac{2}{3}$ B) $\frac{3}{2}$ C) $\frac{1}{2}$
D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{5}{4}$

RESOLUCIÓN

$\lim\limits_{x\to1} \dfrac{\cancel{(x-1)}(x^2+x+1)}{\cancel{(x-1)}(x+1)} = \dfrac{3}{2}$

RPTA.: B

253. Calcule: $\lim\limits_{x\to1} \dfrac{\sqrt{x}-1}{x-1}$

A) 1 B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{1}{3}$
D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{1}{5}$

RESOLUCIÓN

$\lim\limits_{x\to1} \dfrac{\cancel{(\sqrt{x}-1)}}{\cancel{(x-1)}} \dfrac{(\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}+1)} = \dfrac{1}{2}$

RPTA.: B

254. Halle $\lim\limits_{x\to a} \dfrac{x^{10}-a^{10}}{x^5-a^5}$

A) 2 B) a^2 C) 5
D) a^5 E) $2a^5$

RESOLUCIÓN

Factorizando:

$\lim\limits_{x\to a} \dfrac{(x^5+a^5)\cancel{(x^5-a^5)}}{\cancel{(x^5-a^5)}} = 2a^5$

RPTA.: E

255. Halle el valor de $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{2x^{20}+3x^{10}+1}{4x^{20}+2x^5+1}$

A) 2 B) $\frac{1}{2}$ C) -2
D) $\frac{3}{4}$ E) ∞

RESOLUCIÓN

$\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{\text{Coef de } x^{20}\,(\text{Númerador})}{\text{Coef de } x^{20}\,(\text{Denominador})}$

$\lim\limits_{x\to\infty} = \dfrac{2}{4} = \dfrac{1}{2}$

RPTA.: B

256. Calcule $\lim_{x\to\infty}\frac{x^{10}+x+2}{x^2+x+1}$

A) 0 B) ∞ C) $-\infty$
D) -1 E) $\pm\infty$

RESOLUCIÓN

$\lim_{x\to\infty}\frac{x^{10}+x+2}{x^2+x+1}=\infty$; ya que el exponente de númerador es mayor que el exponente del denominador.

RPTA.: B

257. Halle el $\lim_{x\to\infty}\sqrt{x^2+4x}-\sqrt{x^2+x}$

A) ∞ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{2}{3}$
D) $\frac{3}{2}$ E) $\frac{5}{7}$

RESOLUCIÓN

$\lim_{x\to\infty}\sqrt{\infty^2+4(\infty)}-\sqrt{\infty^2+\infty}=\infty-\infty$

Multiplicando la expresión por la conjugada

$$\left(\frac{\sqrt{x^2+4x}+\sqrt{x^2+x}}{\sqrt{x^2+4x}+\sqrt{x^2+x}}\right)$$

$$\lim_{x\to\infty}\frac{(x^2+4x)-(x^2+x)}{\sqrt{x^2+4x}+\sqrt{x^2+x}}=\frac{3x}{x\sqrt{1+\frac{4}{x}}+x\sqrt{1+\frac{4}{x}}}=$$

$$\frac{3}{\sqrt{1+\frac{4}{\infty}}+\sqrt{1+\frac{1}{\infty}}}=\frac{3}{2}$$

RPTA.: D

258. Halle el valor aproximado de la función $T_{(x)}=\frac{x+6}{x^2-16}-\frac{x+1}{x^2-4x}$, para x = 4

A) 2^{-5} B) 2^{-4} C) 2^{-3}
D) $\frac{1}{3}$ E) 0,25

RESOLUCIÓN

$T=\frac{4+6}{4^2-16}-\frac{4+1}{4^2-4(4)}=\frac{10}{0}-\frac{5}{0}=\infty-\infty$

Efectuando operaciones:

$T=\frac{x+6}{(x-4)(x+4)}-\frac{x+1}{x(x-4)}=\frac{x(x+6)-(x+1)(x+6)}{x(x-4)(x+4)}=$

$\frac{\cancel{x-4}}{x\cancel{(x-4)}(x+4)}=\frac{1}{x(x+4)}$ y como

$x=4\rightarrow T=\frac{1}{4(4+4)}=\frac{1}{32}$ ó 2^{-5}

RPTA.: A

259. Halle el $\lim_{x\to\infty}\frac{4x}{\sqrt[3]{27x^3+6x-5}+\sqrt{16x^2+5x+2}}$

A) 6 B) 0 C) $\frac{1}{7}$
D) ∞ E) $\frac{4}{7}$

RESOLUCIÓN

$\lim_{x\to\infty}\frac{4(\infty)}{\sqrt[3]{27(\infty)^3+6(\infty)-5}+\sqrt{16(\infty)^2+5(\infty)+2}}=\frac{\infty}{\infty}=$

Indeterminado

Transformando adecuadamente

$$\lim_{x\to\infty}\frac{4x}{\sqrt[3]{27+\frac{6}{x^2}-\frac{5}{x^3}}+\sqrt{x^2\left(16+\frac{5}{x}+\frac{2}{x^2}\right)}}=\frac{4x}{x\left[\sqrt[3]{27}+\sqrt{16}\right]}=\frac{4}{7}$$

$$\frac{6}{\infty^2}\ \frac{5}{\infty^2}\qquad \frac{5}{\infty}\ \frac{2}{\infty^2}$$

$$\frac{6}{\infty}\ \frac{5}{\infty}\qquad \frac{5}{\infty}\ \frac{2}{\infty}$$

0 0 0 0

RPTA.: E

260. Si: $\lim_{x\to0}\frac{\text{sen}kx}{kx}=1$

Calcule $\lim_{x\to 0}\left(\frac{\operatorname{sen}3x}{5x}+\frac{\operatorname{sen}5x}{3x}\right)$

A) $\frac{34}{15}$ B) $\frac{15}{34}$ C) $\frac{20}{31}$ D) $\frac{17}{19}$
E) $\frac{5}{3}$

RESOLUCIÓN

$$E=\lim_{x\to 0}\left[\frac{3}{5}\cdot\frac{\operatorname{sen}3x}{3x}+\frac{5}{3}\cdot\frac{\operatorname{sen}5x}{5x}\right]$$

$$E=\frac{3}{5}+\frac{5}{3}=\frac{9+25}{15}=\frac{34}{15}$$

RPTA.: A

261. Halle la suma de las constantes k y b, que cumple $\lim_{x\to 0}\left(kx+b-\frac{x^3+1}{x^2+1}\right)=0$

A) 1 B) 0 C) 2
D) 3 E) -1

RESOLUCIÓN

$$\lim_{x\to 0}\left(kx+b-\frac{x^3+1}{x^2+1}\right)=$$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{(kx+b)(x^2+1)-(x^3+1)}{x^2+1}$$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{kx^3+b^2+kx+b-x^3-1}{x^2+1}$$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{(k-1)x^3+bx^2+kx+b-1}{x^2+1}$$

como el limite es cero, entonces k = 1, b = 0

$\therefore$ k +b = 1

RPTA.: A

262. Calcule el siguiente limite:

$$\lim_{x\to\infty}\frac{6x-\operatorname{sen}2x}{2x+3\operatorname{sen}4x}$$

A) 3 B) 0 C) $\frac{6}{5}$
D) $\frac{2}{7}$ E) $\frac{1}{6}$

RESOLUCIÓN

$$\lim_{x\to 0}\frac{\frac{6x-5\operatorname{sen}2x}{x}}{\frac{2x+3\operatorname{sen}4x}{x}}$$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{6-\frac{\operatorname{sen}2x}{x}}{2+3\frac{\operatorname{sen}4x}{x}}$$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{6-2\frac{\operatorname{sen}2x}{x}}{2+3\cdot 4\frac{\operatorname{sen}4x}{4x}}$$

$$=\frac{6-2}{2+12}=\frac{2}{7}$$

RPTA.: D

263. Calcule el siguiente limite

$$\lim_{x\to 0}\frac{1-\cos 6x}{\operatorname{sen}6x}$$

A) 0 B) $\frac{1}{6}$ C) 1
D) 6 E) 2

RESOLUCIÓN

Aplicando la Regla de H´ospiral

$$\lim_{x\to 0}\frac{\frac{d}{dx}(1-\cos 6x)}{\frac{d}{dx}(\operatorname{sen}6x)}=\lim_{x\to 0}\left\{\frac{0-\operatorname{sen}(6x)\cdot 6}{-\cos(6x)}\right\}$$

Evaluando:

$$\frac{0}{\text{uno}}=0$$

RPTA.: A

264. Calcule el siguiente limite:

$$\lim_{x\to\infty}\frac{\operatorname{tg}x-\operatorname{sen}x}{x^3}$$

A) B) C)
D) E)

RESOLUCIÓN

$$\lim_{x\to\infty}\frac{\frac{\operatorname{sen}x}{\cos x}-\operatorname{sen}x}{x^3}$$

$$= \lim_{x\to\infty} \frac{\operatorname{sen} x(1-\cos x)}{x^3 \cos x}$$

$$= \lim_{x\to\infty} \frac{\operatorname{sen} x}{x} \cdot \frac{1-\cos x}{x^2} \cdot \frac{1}{\cos x}$$

$$= \frac{1}{2}$$

RPTA.: B

265. Halle el valor de "a", a > 0 sabiendo que:

$$\lim_{x\to\infty} \frac{x^3 - 2a^2x + ax^2}{2ax + x^2} = 2a - 5$$

A) 1 B) $\frac{1}{2}$ C) 2

D) $\frac{1}{3}$ E) 3

RESOLUCIÓN

Factorizando numerador y denominador:

$$\lim_{x\to\infty} \frac{x(x+2a)(x-a)}{x(x+2a)}$$

$$= \lim_{x\to\infty} \frac{x(x-a)}{x} = 1 - a$$

Este resultado igualamos con: 2a-5

$\rightarrow$ a = 2

RPTA.: C

SEMANA 14
PROGRESIONES

266. Cuántos términos debe tener una P.A. cuya razón es 2. Sabiendo que el noveno término es 21 y la suma de todos ellos es 437.

A) 11 B) 19 C) 21
D) 23 E) 25

RESOLUCIÓN

$$a_9 = a_1 + 8r$$

$$21 = a_1 + 8 \times 2$$

$$a_1 = 5$$

$$S = \left[\frac{2a_1 + (n-1)\times r}{2}\right] n$$

$$437 = \left[\frac{2\times 5 + (n-1)\times 2}{2}\right] n$$

$$437 = (4+n)n$$

$\rightarrow$ n = 19

RPTA.: B

267. Encontrar la mayor edad de tres personas; sabiendo que forman una P.A creciente, cuya suma es 63 y la suma de sus cuadrados es 1373.

A) 27 B) 26 C) 25
D) 24 E) 23

RESOLUCIÓN

a - r , a , a + r

S = 63 $\rightarrow$ 3a = 63 $\rightarrow$ a = 21

$$(a-r)^2 + a^2 + (a+r)^2 = 1\,373$$

$$2(a^2 + r^2) + a^2 = 1\,373$$

$$2(21^2 + r^2) + 21^2 = 1\,373$$

$$2(441 + r^2) + 441 = 1\,373$$

$$r^2 = 25 \Rightarrow r = 5$$

$\therefore$ 16 , 21 , 26

RPTA.: B

268. La suma de los tres primeros términos de una P.A. es 42, la suma de los tres últimos es 312, y la suma de todos los términos 1062, ¿de cuántos términos consta dicha progresión?

A) 14 B) 16 C) 17
D) 18 E) 19

RESOLUCIÓN

$a_1, a_2, a_3 \ldots\ldots a_{n-2}, a_{n-1}, a_n$

$a_1 + a_2 + a_3 = 42$ } +

$a_n, a_{n-1} + a_n = 312$

$a_1 + a_n + a_n + a_1 + a_1 + a_n = 354$

$3(a_1 + a_n) = 354$

$a_1 + a_n = 118$

$S = 1\,062$

$\downarrow$

$\left(\frac{a_1 + a_n}{2}\right)n = 1\,062$

$\left(\frac{118}{2}\right)n = 1\,062$

n = 18

RPTA.: D

269. En una P.A. los términos de lugares 11 y 21 equidistan de los extremos y suman 48. Determinar la suma de todos los términos de dicha progresión.

A) 360 B) 372 C) 720
D) 744 E) 804

RESOLUCIÓN

$\div \underbrace{a_1, \ldots\ldots}_{10} a_{11} \ldots\ldots\ldots\ldots a_{21} \underbrace{\ldots\ldots a_n}_{10}$

$a_1 + a_n = \underbrace{a_{11} + a_{21}}_{48}$

Último: $a_{31} \Rightarrow n = 31$

$\rightarrow \quad S = \left(\frac{a_1 + a_n}{2}\right)n$

$S = \left(\frac{48}{2}\right) \times 31$

S = 744

RPTA.: D

270. En una P.A el tercer término es igual a 4 veces el primero y el sexto término es igual a 17. Halle la suma de los 8 primeros términos.

A) 50 B) 30 C) 80
D) 10 E) 20

RESOLUCIÓN

$a_3 = 4a_1 \ldots . (\alpha)$

$a_6 = 17$

$\rightarrow$ De (α):

$a_6 - 3r = 4[a_6 - 5r]$

$17 - 3r = 4[17 - 5r]$

$17 - 3r = 4 \times 17 - 20r$

$17r = 3 \times 17$

r = 3

$a_1 = a_6 - 5r$

$a_1 = 17 - 5 \times 3$

$a_1 = 2$

$a_8 = a_6 + 2r$

$a_8 = 17 + 2 \times 3$

$a_8 = 23$

$\rightarrow \quad a_1 + a_2 + \ldots\ldots + a_8 = \left(\frac{a_1 + a_8}{2}\right) \times 8$

$\rightarrow \quad a_1 + a_2 + \ldots\ldots + a_8 = \left(\frac{2 + 23}{2}\right) \times 8$

$\rightarrow \quad a_1 + a_2 + \ldots\ldots + a_8 = 25 \times 4 = 100$

RPTA.: C

271. Dadas las progresiones aritméticas:

* $\div x \square 2y \square (4x + 1) \ldots$

* $\div y \square (x + y) \square (2y + 2) \ldots$

Calcule el valor de (xy)

A) 3 B) 4 C) 7
D) 9 E) 12

RESOLUCIÓN

2y – x = 4 x + 1 - 2y

4y - 5x = 1

x + y – y = 2 y + 2 – x –y

x = y + 2 – x

2x –y = 2

y = 2 x - 2

$\rightarrow \quad 4(2x - 2) - 5x = 1$

$8x - 8 - 5x = 1$
$3x = 9 \rightarrow x = 3 \rightarrow y = 4$
$x\,y = 12$

RPTA.: E

272. Calcule:

$$K = 1 + \frac{2}{3^2} + \frac{2^6}{3^6} + \frac{242}{3^{10}} + \ldots$$

A) $\frac{201}{80}$ B) $\frac{101}{80}$ C) $\frac{301}{80}$
D) $\frac{80}{201}$ E) $\frac{200}{81}$

RESOLUCIÓN

$$K = 1 + \frac{2}{3^2} + \frac{26}{3^6} + \frac{242}{3^{10}} + \ldots.$$

$$K = 1 + \frac{3}{3^2} - \frac{1}{3^2} + \frac{27}{3^6} - \frac{1}{3^6} + \frac{243}{3^{10}} - \frac{1}{3^{10}} + \ldots.$$

$$K = 1 + \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{3^3} + \frac{1}{3^5} + \ldots\right) - \left(\frac{1}{9} + \frac{1}{9^3} + \frac{1}{9^5} \ldots\right)$$

$$K = 1 + \frac{\frac{1}{3}}{1 - \frac{1}{3^2}} - \frac{\frac{1}{9}}{1 - \frac{1}{9^2}}$$

$$K = 1 + \frac{\frac{1}{3}}{\frac{8}{9}} - \frac{\frac{1}{9}}{\frac{80}{81}} = 1 + \frac{3}{8} - \frac{9}{80}$$

$$K = \frac{201}{80}$$

RPTA.: A

273. La suma de los "n" términos de una P.A. es:

$$S_n = \left(\frac{7n+1}{2}\right) \times n$$

Calcule el término que ocupa el lugar 21.

A) 122 B) 144 C) 169
D) 105 E) 100

RESOLUCIÓN

$$S_n = \left(\frac{7n+1}{2}\right) \times n, a_{21} = ??$$

$$S_n = \left(\frac{a_1 + a_n}{2}\right) n$$

$\rightarrow$ $\left(\frac{a_1 + a_n}{2}\right) \times n = \left(\frac{7n+1}{2}\right) \times n$

$a_1 + a_n = 7n + 1 \Rightarrow S_1 : n = 1$

$2a_1 = 8$

$a_1 = 4$

$S_1 : n = 2$

$a_1 + a_2 = 15 \Rightarrow r = 7$

$\downarrow \quad \downarrow$

$4 \quad 11$

$\rightarrow$ $a_{21} = a_1 + 20r$

$a_{21} = 4 + 20 \times 7 \Rightarrow a_{21} = 144$

RPTA.: B

274. En una P.A. la suma de sus "n" términos está dada por:
$S = 3n^2 + n$, ¿Cuál será la expresión de la suma sino se considera el primero ni el último?

A) $3n^2 + 5n + 2$
B) $3n^2 + 5n - 2$
C) $3n^2 - 5n + 2$
D) $3n^2 - 5n - 2$
E) $3n^2 - 5$

RESOLUCIÓN

$$S = 3n^2 + n$$

$$\downarrow$$

$$\left(\frac{a_1 + a_n}{2}\right) n = 3n^2 + n \Rightarrow \frac{a_1 + a_n}{2} = 3n + 1$$

Sin considerar a_1 y a_n

$$S = \left(\frac{a_2 + a_{n-1}}{2}\right)(n-2)$$

$$S = \left(\frac{a_2 + a_n}{2}\right)(n-2)$$

$$S = (3n+1)(n-2) = 3n^2 - 5n - 2$$

RPTA.: D

275. En una P.G. de tres términos la suma de ellos es 248 y su producto es 64 000. Escribir la progresión y dar como respuesta el mayor de sus términos.

A) 50 B) 100 C) 150
D) 200 E) 220

RESOLUCIÓN

T_1, T_2, T_3

$\frac{T}{q}, T, T \times q$

$\frac{T}{q} + T + T \times q = 248 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (\alpha)$

$\frac{T}{q} + T + T \times q = 64\ 000$

$T^3 = 64\ 000$

$T = 40$

En (α)

$$40\left(\frac{1}{q} + 1 + q\right) = 248$$

Resolviendo:

$q = 5$

$\therefore \quad T \times q = 40 \times 5$

$T \times q = 200$

RPTA.: D

276. Determinar "x", si el primer término de una P.G. es igual a (x-2); el tercer término es igual a (x+6) y la media aritmética de sus términos primero y tercero se refiere al segundo como $\frac{5}{3}$.

A) 7 B) 3 C) 4
D) 5 E) 2

RESOLUCIÓN

$T_1 = x - 2, T_3 = x + 6$

$$\frac{\frac{T_1 + T_3}{2}}{T_2} = \frac{5}{3} \Rightarrow \frac{x+2}{T_2} = \frac{5}{3}$$

$$T_2 = \frac{3}{5}(x+2)$$

Además:

$$\frac{T_3}{T_2} = \frac{T_2}{T_1} \Rightarrow T_2^2 = T_1 T_3$$

$$\frac{9}{25}(x+2)^2 = (x+6)(x-2)$$

Resolviendo x = 3

RPTA.: B

277. La suma de los términos que ocupan el lugar impar en una PG. De 6 términos es 637 y la suma de los que ocupan el lugar por 1 911. Halle la razón.

A) 3 B) 4 C) 5
D) 6 E) 7

RESOLUCIÓN

$T_1, T_1 \times q, T_1 \times q^2, T_1 \times q^3, T_1 \times q^4, T_1 \times q^5$

$T_1 + T_1 q^2 + T_1 q^4 = 637$

$T_1\left(1 + q^2 + q^4\right) = 637 \ \ (\alpha)$

$T_1 \times q + T_1 q^3 + T_1 q^5 = 1911$

$q T_1\left(1 + q^2 + q^4\right) = 1\ 911 \ \ (\beta)$

$(\beta) \div (\alpha)$

$q = 3$

RPTA.: A

278. La suma de los términos de una P.G. de 5 términos es 484. La suma de los términos de lugar par es 120. ¿Cuál es la razón entera de la progresión?

A) 3 B) 4 C) 5
D) 6 E) 7

RESOLUCIÓN

$T_1 + T_1q + T_1q^2 + T_1q^3 + T_1q^4 = 484$

$T_1\left(1 + q + q^2 + q^3 + q^4\right) = 484 \ (\alpha)$

$T_1q + T_1q^3 = 120$

$T_1\left(q + q^3\right) = 120 \ (\beta)$

$(\alpha) \div (\beta)$:

$$\frac{1 + q + q^2 + q^3 + q^4}{q + q^3} = \frac{121}{30}$$

Resolviendo: q = 3

RPTA.: A

279. La suma de 3 números en P.A. es 15, si a estos números se agregan el doble de la razón excepto al término central entonces ahora se encontrarán en P.G. indicar la razón de esta última progresión.

A) $-\frac{20}{3}$ B) -3 C) 5

D) $\frac{10}{3}$ E) $\frac{5}{3}$

RESOLUCIÓN

a - r, a, a + r

3a = 15

a = 5

5 – r, 5, 5 + r

↓ ↓ ↓

5+r, 5, 5+ 3r → P.G.

$$\frac{5}{5+r} = \frac{5+3r}{5}$$

$25 = (5 + r)(5 + 3r)$

$25 = 25 + 20r + 3r^2$

$3r^2 - 20r$

$$r = -\frac{20}{3}$$

RPTA.: A

280. En la P.A.

$\div 100 \square 96 \square 92....$

Calcule el término que ocupe el lugar 18.

A) 30 B) 31 C) 32

D) 33 E) 34

RESOLUCIÓN

$a_1 = 100$

$a_n = ?$

r = 96-100= -4

n = 18

$a_n = a_1 + (n-1)r$

$a_{18} = 100 + (18-1)(-4)$

$a_{18} = 100 - 68$

$a_{18} = 32$

RPTA.: C

281. Calcule el séptimo término de la sucesión $\div 2^{-1} \square 2^{-2}$.....

A) 2^{-6} B) 2^{-7} C) -2^0

D) 2^0 E) -2^2

RESOLUCIÓN

$$a_1 = \frac{1}{2}$$

n = 7

$$r = \frac{1}{4} - \frac{1}{2} = -\frac{1}{4}$$

$$a_7 = \frac{1}{2} + 6\left(-\frac{1}{4}\right)$$

$$a_7 = \frac{1}{2} - \frac{3}{2}$$

$$a_7 = -\frac{2}{2} = -1$$

RPTA.: C

282. Señale el valor de:

$$P = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{9} - \frac{1}{8} + ...$$

A) 0,2 B) 0,4 C) 0,5

D) 0,8 E) 1, 0

RESOLUCIÓN

$$S_1 = 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + ... = \frac{1}{1-\frac{1}{3}} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{3}{2}} = \frac{3}{2}$$

$$-S_2 = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + ... = \frac{\frac{1}{2}}{1-\frac{1}{2}} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}} = 1$$

$$S_2 = -1$$

$$P = \frac{3}{2} - 1 = \frac{3-2}{2} = \frac{1}{2}$$

RPTA.: C

283. Halle el n-esimo término de la sucesión ÷8□13□18....

A) $16n^2 + 30n + 6$
B) $25n^2 + 30n + 9$
C) $16n^2 + 25n + 9$
D) $4n^2 + 2n + 1$
E) $64n^2 + 8n + 21$

RESOLUCIÓN

$a_1 = 8 = 5 + 3$
$a_2 = 13 = 5 \times 2 + 3$
$a_3 = 18 = 5 \times 3 + 3$
$a_n = 5n + 3$
$\Rightarrow$ $an^2 = 25n^2 + 30n + 9$

RPTA.: C

284. Calcule el valor de $P=1-2+3-4+-\ldots-n$

A) -n B) n C) n+1
D) n -1 E) $-\frac{n}{2}$

RESOLUCIÓN

n: es un número par
Para 2 términos: 1- 2 = -1
Para 4 términos: 1 - 2 + 3 - 4= -2
Para 6 términos:1-2+3-4+5-6=–3
Para n términos: $-\frac{n}{2}$

RPTA.: E

285. Señale el valor de "x" en la ecuación

$$(x+1)^2 + (x+2)^2 + (x+3)^2 + ... + (x+n)^2 = nx^2$$

A) $-\frac{2n+1}{6}$ B) $-\frac{2n-1}{6}$
C) $\frac{(n+1)}{2}$ D) $\frac{(n-1)}{2}$
E) $\frac{n(n+1)}{6}$

RESOLUCIÓN

Operando
$x^2 + 2x + 1$
$x^2 + 4x + 4$
$x^2 + 6x + 9$

$$x^2 + 2nx + n^2 = nx^2$$

$$\cancel{nx^2} + 2x(1+2+3+...+n) + 1^2 + 2^2 + 3^2 + ... + n^2 = \cancel{nx^2}$$

$$2x\frac{n(n+1)}{2} + \frac{n(n+1)(2n+1)}{3}$$

$$2x = -\frac{2n+1}{3},\ x = -\frac{2n+1}{6}$$

RPTA.: C

SEMANA 15
LOGARITMOS E INECUACIONES LOGARÍTMICAS

286. Determine el valor "N", si $Log_{100} N = 1,5\ Log_{512} 2^9$

A) 10 B) 100 C) 1 000
D) 2 200 E) 512

RESOLUCIÓN

$$Log_{100} N = \frac{3}{2}\underbrace{Log_{512} 512}_{1} \Rightarrow Log_{100} N = \frac{3}{2}$$

$$N = 100^{\frac{3}{2}}$$

$$N = \left(10^2\right)^{\frac{3}{2}} = 1\,000$$

RPTA.: C

287. Calcule $k = \text{Log}_{\frac{1}{25}} 0,00032 + \text{Log}_{\sqrt{2}} 2^{0,5}$

A) $\frac{5}{2}$ B) $-\frac{3}{2}$ C) $\frac{3}{2}$
D) $\frac{7}{2}$ E) 3,7

RESOLUCIÓN

$$k = \underbrace{\text{Log}_{\frac{1}{25}} 32\cdot 10^{-5}}_{x} + \underbrace{\text{Log}_{\sqrt{2}} 2^{\frac{1}{2}}}_{1}$$

$$\left(\frac{1}{25}\right)^x = 2^5\cdot(2\cdot 5)^{-5}$$

$$5^{-2x} = 2^5\cdot 2^{-5}\cdot 5^{-5}$$

$$5^{-2x} = 5^{-5}$$

$$-2x=-5$$

$$x = \frac{5}{2}$$

$\therefore$ $K = \frac{5}{2} + 1 = \frac{7}{2}$

RPTA.: D

288. La expresión:
$\text{antilog}\left[\frac{1}{3}\left(\text{Log}a + \frac{1}{2}\text{Log}b - 2\text{Log}c\right)\right]$ es igual a:

A) $\sqrt{\frac{ab}{c}}$ B) $\sqrt{\frac{a\sqrt{b}}{c^2}}$ C) $\sqrt[3]{\frac{ab}{2c}}$
D) $\sqrt[3]{\frac{a\sqrt{b}}{c^2}}$ E) $\sqrt[3]{\frac{ab}{c^2}}$

RESOLUCIÓN

$$\text{antilog}\left[\frac{1}{3}\left(\text{Log}a + \text{Log}\sqrt{b} - \text{Log}c^2\right)\right]$$

$$\text{antilog}\frac{1}{3}\cdot\text{Log}\frac{a\sqrt{b}}{c^2}$$

$$\text{antilog}\cdot\text{Log}\sqrt[3]{\frac{a\sqrt{b}}{c^2}} = \sqrt[3]{\frac{a\sqrt{b}}{c^2}}$$

RPTA.: D

289. Halle el valor de
$W=\text{Log}_2\,\text{Log}_3\,\text{antilog}_3\,\text{Log}_{1,5}\,2,25$

A) 0 B) 1 C) 2
D) 1,5 E) 0,75

RESOLUCIÓN

$$w = \text{Log}_2\,\text{Log}_3\,\text{antilog}_3\underbrace{\text{Log}_{1,5}(1,5)^2}_{2}$$

$$w = \text{Log}_2\cancel{\text{Log}_3}\,\cancel{\text{antilog}_3}\,2 = 1$$

RPTA.: B

290. Resolver $\text{Log}_3^2 x + 2\text{Log}_3 x = 3$, e indicar el producto de sus raíces.

A) -4 B) 9 C) $\frac{1}{9}$
D) -3 E) 1

RESOLUCIÓN

$$(\text{Log}_3 x)^2 + 2(\text{Log}_3 x) - 3 = 0$$

$$\underset{a}{\vee}$$

$$a^2 + 2a - 3 = 0$$

$$(a+3)(a-1) = 0$$

$a = -3 \quad \vee \quad a = 1$

$\text{Log}_3 x = -3 \qquad \text{Log}_3 x = 1$

$x_1 = \frac{1}{27} \qquad x_2 = 3$

$x_1x_2 = \frac{1}{2}\times 3 = \frac{1}{9}$

RPTA.: C

291. Resolver: $\text{Log}_x\left(x^x\right)^{x^x} = \left(x^2\right)^{x-2}$, e indicar el valor $\left(x^2-1\right)$

A) 15 B) 8 C) 24
D) 37 E) 48

RESOLUCIÓN

$$x^x \cdot \underbrace{\text{Log}_x x^{x^x}}_{x} = x^{2x-4}$$

$$x^x \cdot x = \frac{x^{2x}}{x^4}$$

$$x^x \cdot x \cdot x^4 = x^{2x}$$

$$x^{x+5} = x^{2x}$$

$$x + 5 = 2x$$

$$x = 5$$

$$5^2 - 1 = 24$$

RPTA.: C

292. Resolver $\text{Ln}\,12 - \text{Ln}(x-1) = \text{Ln}(x-2)$, e indicar su conjunto solución:

A) $\{5;-2\}$ B) $\{-2\}$ C) $\{5\}$
D) $\{1;5\}$ E) $\{3;-2\}$

RESOLUCIÓN

$$\text{Ln}12 = \text{Ln}(x-2) + \text{Ln}(x-1)$$

$$\text{Ln}12 = \text{Ln}(x-2)(x-1)$$

$$12 = x^2 - 3x + 2$$

$$0 = x^2 - 3x - 10$$

x -5
x 2

$$(x-5)(x+2)=0$$

$$x = 5 \vee x = -2$$

↓

Verificando, no será valor de la ecuación

$\therefore$ C.S.= $\{5\}$

RPTA.: C

293. Calcule el logaritmo de $2\sqrt{2}$ en base $8\sqrt[4]{2}$

A) $\frac{7}{2}$ B) $\frac{11}{3}$ C) $\frac{6}{13}$
D) $\frac{8}{7}$ E) $\frac{9}{4}$

RESOLUCIÓN

$$\text{Log}\,2\sqrt{2} = \text{Log}\,2 \cdot 2^{\frac{1}{2}} = \text{Log}\,2^{\frac{3}{2}}$$

$$8\sqrt[4]{2} \quad 2^3 \cdot 2^{\frac{1}{4}} \quad 2^{\frac{13}{4}}$$

$$\text{Log}_{8\sqrt[4]{2}} 2\sqrt{2} = \text{Log}_{2^3 \cdot 2^{\frac{1}{4}}} \left(2 \times 2^{\frac{1}{2}}\right)$$

$$\text{Log}_{2^{\frac{13}{4}}} 2^{\frac{3}{2}}$$

$$= \frac{\frac{3}{2}}{\frac{13}{4}}$$

$$= \frac{6}{13}$$

RPTA.: C

294. Señale el valor de x que satisface a la igualdad.

$$(5)^{\text{Log}_5(x-3)} = \frac{7x^2-1}{7x-3}$$

A) $\frac{12}{5}$
B) $\frac{5}{12}$
C) Indeterminado
D) Incompatible
E) $x \in \mathbb{R}$

RESOLUCIÓN

$$x - 3 = \frac{7x^2-1}{7x-3}$$

$$7x^2 - 3x - 21x + 9 = 7x^2 - 1$$

$$-24x + 9 = -1$$

$$10 = 24x$$

$$\frac{5}{12} = x$$

RPTA.: B

295. Resolver la ecuación

$$\text{Log}_x x^x + \text{Log}_{x^2} x^{x^2} = 24$$

A) 3 B) 4 C) 6
D) -8 E) C ó D

RESOLUCIÓN

Como: $\text{Log}_{a^n} a^m = \frac{m}{n}$

$$x + \frac{x^2}{2} = 24$$

$2x + x^2 = 48$

$x^2 + 2x - 48 = 0$

$(x + 8)(x - 6) = 0$

x = - 8 ó x = 6

x = 6

RPTA.: C

296. Resuelva la ecuación

$$\sqrt{\text{Log}\,x} + \text{Log}\sqrt{x} = -\frac{1}{2}$$

A) 6 B) 8 C) 10
D) 100 E) Incompatible

RESOLUCIÓN

$$\text{Log}_x = a \Rightarrow \sqrt{a} + \frac{1}{2}a = -\frac{1}{2}$$

$2\sqrt{a} + a = -1$

$2\sqrt{a} = -a - 1$

Elevando al cuadrado

$4a = a^2 + 2a + 1$

$0 = a^2 - 2a + 1$

$a = 1 \rightarrow \text{Log}x = 1 \Rightarrow x = 10$

Incompatible

RPTA.: E

297. Señale el producto de las raíces de la ecuación: $81^{\text{Log}_x 3} = 27x$

A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{9}$ C) $\frac{1}{27}$
D) $\frac{1}{81}$ E) $\frac{1}{243}$

RESOLUCIÓN

1. Tomando logaritmo en base "x"

$\text{Log}_x 3 \cdot \text{Log}_x 81 = \text{Log}_x 27 + \text{Log}_x x$

$\text{Log}_x 3 \cdot (4\text{Log}_x 3) = 3\text{Log}_x 3 + 1$

2. $\text{Log}_x 3 = z \Rightarrow 4z^2 = 3z + 1$

$4z^2 - 3z - 1 = 0$

$4z \quad 1 \rightarrow z$

$z \quad -1 \rightarrow -4z$

$-3z$

$(4z + 1)(z - 1) = 0$

a) $z = 1 \rightarrow x = 3$

b) $z = -\frac{1}{4}$

$x_2^{-\frac{1}{4}} = 3$

$x_2 = \frac{1}{81}$

$x_1 x_2 = \frac{1}{27}$

RPTA.: C

298. Señale el valor de "x" que verifica la igualdad

$$(n\log_n x)^{\log_n x} = n^{n^n}$$

A) n B) n^n C) n^{n-1}
D) n^{n+1} E) $n^{n^{n-1}}$

RESOLUCIÓN

Elevando a la potencia "n"

$(n\,\text{Log}_n x)^{n\text{Log}_n x} = (n^n)^{n^n}$

$n\,\text{Log}_n x = n^n$

$\text{Log}_n x = n^{n-1}$

$x = n^{n^{n-1}}$

RPTA.: E

299. Halle la suma de las raíces de la siguiente ecuación

$$\sqrt{\text{Log}_2 x} = \text{Log}_2 \sqrt{x}$$

A) 16 B) 17 C) 19
D) 21 E) 32

RESOLUCIÓN

$\text{Log}_2 x = z$

$2\sqrt{z} = z$

$4z = z^2 \rightarrow z = 0 \vee z = 4$

$\rightarrow \text{Log}_2 x = 0 \vee \text{Log}_2 x = 4$

$\rightarrow x = 2^0 \vee x = 2^4$

$\rightarrow x = 1 \vee x = 16$

$\therefore$ 16 + 1 = 17

RPTA.: B

300. Indicar el producto de las raíces de la siguiente ecuación

$x^{\text{Log}_5 x-2} = 125$

A) 5 B) 15 C) 125
D) 25 E) $\frac{1}{5}$

RESOLUCIÓN

Tomando logaritmos en base "x"

$(\text{Log}_5 x - 2)\text{Log}_x x = \text{Log}_x 125$

$\text{Log}_5 x - 2 = 3\text{Log}_x 5$

Haciendo $\text{Log}_5 x = z$; se tiene

$z - 2 = \frac{3}{z}$

$z^2 - 2z - 3 = 0$

$(z-3)(z+1) = 0$

$$\rightarrow \begin{cases} \text{Log}_5 x = 3 \\ x = 125 \\ \text{Log}_5 x = -1 \\ x = \frac{1}{5} \end{cases}$$

Por consiguiente: Producto = 25

RPTA.: D

301. Resolver el sistema:

$$\begin{cases} \text{Log}^2 xy - \text{Log}^2 \frac{x}{y} = 8, \\ 2^{\text{Log}x} = 4^{\text{Log}y} \end{cases}$$

e indicar el producto de valores "x"

A) 10 B) 100 C) $\frac{1}{10}$
D) 1 E) 0

RESOLUCIÓN

$2^{\text{Log}x} = 2^{2\text{Log}y}$

$\text{Log}x = 2\text{Log}y$

$\text{Log}x = \text{Log}y^2$

$x = y^2$

$\text{Log}^2 xy - \text{Log}^2 \frac{x}{y} = 8$

$\text{Log}^2 (y^2)y - \text{Log}^2 \frac{y^2}{y} = 8$

$\text{Log}^2 y^3 - \text{Log}^2 y = 8$

$(\text{Log}y^3 - \text{Log}y)(\text{Log}y^3 + \text{Log}y) = 8$

$(3\text{Log}y - \text{Log}y)(3\text{Log}y + \text{Log}y) = 8$

$(2\text{Log}y)(4\text{Log}y) = 8$

$\text{Log}^2 y = 1$

$\text{Log}y = \pm 1$

$\text{Log}y = 1 \qquad \text{Log}y = -1$

$y_1 = 10 \qquad y_2 = 10^{-1}$

$x_1 = 10^2 \qquad x_2 = 10^{-2}$

$x_1 \cdot x_2 = 10^2 \cdot 10^{-2} = 10^0 = 1$

RPTA.: D

302. Si $\{a;b\} \in \mathbb{R}^+$ distintos de la unidad y además: ab = 1 averigüe el valor de: $a^{\text{Log}_b 0,5} + b^{\text{Log}_a 0,2}$

A) 2 B) 5 C) 7
D) 10 E) 12

RESOLUCIÓN

De: ab= $1 \rightarrow b = \frac{1}{a} \Rightarrow b = a^{-1}$

Ahora reemplazando:

$a^{\text{Log}_{(a^{-1})}\left[\frac{5}{10}\right]} + b^{\text{Log}_{(b^{-1})}\left[\frac{2}{10}\right]} = a^{\text{Log}_a 2} + b^{\text{Log}_b 5} = 2 + 5 = 7$

RPTA.: C

303. Halle el Log 6!, sabiendo que Log 2=a; Log 3=b

A) 2a+3b+1
B) 3a+2b+1
C) 4a+b+1
D) a+2b+1
E) 3a+b+1

RESOLUCIÓN

Log 6!= Log 1·2·3·4·5·4·6

Log 6!= Log 1+Log2+Log3+Log4+Log5+Log6

Pero la necesidad es expresado en términos de 2 y 3. Por ello.

$$\text{Log } 6! = 0 + a + b + \text{Log}_2 2^2 + \text{Log}\left(\frac{10}{2}\right) + \text{Log } 2 \cdot 3$$

$$\text{Log } 6! = a + b + 2\text{Log } 2 + \left(1 - \cancel{\text{Log } 2}\right) + \cancel{\text{Log } 2} + \text{Log } 3$$

$$\text{Log } 6! = 3a + 2b + 1$$

RPTA.: B

304. El valor de la expresión:

$10^{\text{Log}_9 27 \text{Log}_4 9 \text{Log}_3 4}$; será:

A) 0,001 B) 0,1 C) 10
D) 1 000 E) 100 000

RESOLUCIÓN

Aplicando la regla del sombrero dos veces en:

$$10^{\text{Log}_2 27 \text{Log}_4 9 \text{Log}_3 4} = 10^{\text{Log}_3 4 \cdot \text{Log}_4 9 \cdot \text{Log}_9 27} = 10^{\text{Log}_3 3^3} =$$

$$10^3 = 1\,000$$

RPTA.: D

305. Halle el producto de los raíces de:

$\sqrt[\text{Log}_x 2x]{x^2} = 2$

A) 2 B) 4 C) 8
D) $\sqrt{2}$ E) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

RESOLUCIÓN

$$\frac{1}{\text{Log}_x 2x} \times \text{Log}_2 x^2 = \text{Log}_2 2$$

$$\text{Log}_2 x^2 = \frac{\text{Log}_2 2x}{\text{Log}_2 x}$$

$$2\left(\text{Log}_2 x\right)^2 = 1 + \text{Log}_2 x$$

$$2\text{Log}_2 x - \text{Log}_2 x - 1 = 0$$

$$2\text{Log}_2 x \quad +1$$

$$\text{Log}_2 x \quad -1$$

$$\text{Log}_2 x = 1 \Rightarrow x = 2$$

$$\text{Log}_2 x = -\frac{1}{2}$$

$$x = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$x_1 x_2 = \sqrt{2}$$

RPTA.: D

SEMANA 16

BINOMIO DE NEWTON Y RADICACIÓN

306. Halle la suma de valores de "n" que satisfagan la igualdad

$$\frac{(n!+3)(n!-2)}{n!+6} = 3$$

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

RESOLUCIÓN

Sea n! = z

$$z^2 + z - 6 = 3z + 18$$

$$z^2 - 2z - 24 = 0$$

$$(z-6)(z+4) = 0$$

$z = 6$ ó $z = -4$

$n = 3$ $\vee$ $n = -4$ no existe

n = 3

RPTA.: C

307. Reducir:

$$K = \frac{12! + 13! + 14!}{12! + 13! + 12! \times 7}$$

A) 28 B) $\frac{14}{3}$ C) 14
D) $\frac{28}{3}$ E) $\frac{7}{3}$

RESOLUCIÓN

$$K = \frac{12! + 13! + 14!}{12! + 13! + 12! \times 7}$$

$$K = \frac{\cancel{12!}(1 + 13 + 13 \times 14)}{\cancel{12!}(1 + 13 + 7)}$$

$$K = \frac{14 \times \cancel{14}}{3 \times \cancel{7}} = \frac{28}{3}$$

RPTA.: D

308. Calcule la suma de valores de "n"
$(n+3)! = (n^2+3n+2)(n^2+3n)$

A) 3 B) -3 C) 8
D) - 8 E) 9

RESOLUCIÓN

$(n+3)! = (n^2+3n+2)(n^2+3n)$

$(n+3)! = (n+1)(n+2)n(n+3)$

$(n+3)! = n(n+1)(n+2)(n+3)$

$(n-1)!\cancel{n(n+1)(n+2)(n+3)} = \cancel{n(n+1)(n+2)(n+3)}$

$(n-1)! = 1 \begin{cases} n = 1 \\ n = 2 \end{cases}$

$\sum = 3$

RPTA.: A

309. Halle el valor de "n" en:
$\left[720!^{119!}\right]^{5!} = (719!)^{n!!}\,(6!)^{n!!}$

A) 3 B) 4 C) 5
D) 6 E) 7

RESOLUCIÓN

$\left(720!^{119!}\right)^{5!} = (719!)^{n!!}\,(6!)^{n!!}$

$720!^{119!\times 120} = \left(\underbrace{719!\times 6!}_{720}\right)^{n!!}$

$720!^{120!} = (720!)^{n!!}$

n!!=120!

n!=5!$\rightarrow$ n= 5

RPTA.: C

310. Simplificar:
$P = C_3^8 + C_4^8 + C_5^9 + C_6^{10} + C_7^{11} + C_4^{12}$

A) C_8^{12} B) $2C_8^{12}$ C) C_5^{13}
D) C_4^{13} E) C_5^{12}

RESOLUCIÓN

$P = \underbrace{C_3^8 + C_4^8} + \underbrace{C_5^9 + C_6^{10}} + C_7^{11} + C_4^{12}$

$P = C_4^9 + C_5^9 + C_6^{10} + C_7^{11} + C_4^{12}$

$P = \underbrace{C_5^{10} + C_6^{10}} + C_7^{11} + C_4^{12}$

$P = C_6^{11} + C_7^{11} + C_4^{12} = C_7^{12} + C_8^{12}$

$P = C_8^{13} = C_5^{13}$

RPTA.: C

311. Resolver:
$E = \dfrac{C_5^{18} + C_6^{18} + C_7^{19} + C_8^{20}}{C_{13}^{21} + C_8^{21}}$

A) 2 B) 4 C) $\frac{1}{2}$
D) $\frac{1}{4}$ E) 6

RESOLUCIÓN

$E = \dfrac{C_5^{18} + C_6^{18} + C_7^{19} + C_8^{20}}{C_{13}^{21} + C_8^{21}}$

$E = \dfrac{C_6^{19} + C_7^{19} + C_8^{20}}{C_8^{21} + C_8^{21}} = \dfrac{\cancel{C_8^{21}}}{2\cancel{C_8^{21}}} = \dfrac{1}{2}$

RPTA.: C

312. Si se cumple que
$C_{y-1}^{x+2} = C_6^{y+5}$
Halle x + y

A) 13 B) 15 C) 16
D) 17 E) 18

RESOLUCIÓN

1) y -1 = 6 $\Rightarrow$ y = 7
x + 2 = y + 5 $\Rightarrow$ x = 10

2) y - 1 = 6 $\wedge$ y-1+6 = x+2 = y+5
y = 7 $\Rightarrow$ 12 = x + 2 = 12
$\Rightarrow$ x = 10
X +y = 17

RPTA.: D

313. Reduzca

$\dfrac{C_{10}^{20}\square C_{20}^{26} + C_9^{19}\square C_6^{26}}{C_5^{25}\square C_9^{19} + C_6^{25}\square C_{10}^{19}}$

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

RESOLUCIÓN

$$E = \frac{C_6^{26}\left[C_{10}^{20} + C_9^{19}\right]}{C_9^{19}\left[C_5^{25} + C_6^{25}\right]}$$

$$E = \frac{C_6^{26}.3C_9^{19}}{C_9^{19}.C_6^{26}}$$

E= 3

RPTA.: C

314. Determine el valor de "n" , si cumple $4C_{11}^{19} + C_7^{18} + C_{10}^{17} + C_7^{16} + 2C_8^{15} = n\,C_8^{20}$

A) 2 B) 3 C) 4
D) 5 E) 6

RESOLUCIÓN

1. $2C_8^{15} = C_8^{15} + C_7^{15} = C_8^{16}$
2. $C_7^{16} + C_8^{16} = C_9^{16} + C_8^{16} = C_9^{17}$
3. $C_{10}^{17} + C_9^{17} = C_{10}^{18}$
4. $C_7^{18} + C_{10}^{18} = C_{11}^{18} + C_{10}^{18} = C_{11}^{19}$
5. $4C_{11}^{19} + C_{11}^{19} = nC_8^{20}$

$$5C_{11}^{19} = n\frac{20}{12}C_{19}^{11} \Rightarrow n = 3$$

RPTA.: B

315. Respecto a las proposiciones

i) $\lfloor n+1 - \lfloor n = n\lfloor n \;;\; n \in \mathbb{Z}^+$

ii) $\left\lfloor \frac{n}{n+1} = \frac{1}{\lfloor n} + \frac{1}{\lfloor n+1} \right.$; $n \in \mathbb{Z}^+$

iii) $1\cdot3\cdot5\cdot7\cdot9\cdot11 = \frac{12!}{64(6!)}$

Indique la razón de verdad

A) VVV B) VVF C) VFV
D) VFF E) FFF

RESOLUCIÓN

Para el caso (i)

$$(n+1)\lfloor n - \lfloor n = \lfloor n \;\{(n+1)-1\} = \lfloor n(n)$$

* Para el caso (ii)

$$\frac{n}{(n+1)\lfloor n} = \frac{1}{\lfloor n} + \frac{1}{(n+1)\lfloor n}$$

$$\frac{n}{n+1} = \frac{n+2}{n+1} \leftrightarrow n = n+2$$

0 = 2 (falso)

* Para el caso (iii)

Operando el segundo miembro

$$\frac{12!}{64\,6} = \frac{12\times11\times10\times9\times8\times7\times\cancel{6}}{64\cancel{6}}$$

RPTA.: C

316. El equivalente de: $\sqrt{\frac{\lfloor n+2}{\lfloor n-2} + 1} + 1$

A) n^2+1 B) $n(n+1)$
C) $n(n-1)$ D) n +1
E) n

RESOLUCIÓN

Procesando el radicando

$$\sqrt{\underbrace{(n+2)(n+1)n(n-1)}_{n(n^2-1)} + 1} + 1 =$$

$$(n^3-n)(n+2) = n^4 + 2n^3 - n^2 - 2n + 1$$

$-n^2$ $\quad n^2 \quad n \quad -1$
$-2n^2$ $\quad n^2 \quad n \quad -1$
n^2

Luego:

$$\sqrt{(n^2+n-1)^2} + 1 = n^2 + n - 1 + 1 = n^2 + n$$

$$\sqrt{(n^2+n-1)^2} + 1 = n^2 + n - 1 + 1 = n^2 + n$$

RPTA.: B

317. Determine la suma de todos aquellos valores de "n" que verifiquen la igualdad:

$$\frac{n!(n!-321)}{5n!-9} = 80$$

A) 5 B) 6 C) 7
D) 8 E) 9

RESOLUCIÓN

Hagamos que: a = n!

$$a(a-321) = 80\{5a-9\}$$

$$a^2 - 721a + 720 = 0$$

$a \times -720$
$a \times -1$

$a' = 720$
$a'' = 1$

Regresando el cambio
$n! = 720 \quad \wedge \quad n!=1 \begin{cases} n_2 = 1 \\ n_3 = 0 \end{cases}$
$n! = 6!$
$n_1 = 6$
En consecuencia: $n_1 + n_2 + n_3 = 7$

RPTA.: C

318. El valor de:

$$\left(\frac{\lfloor 2 \lfloor 3 \lfloor 4}{\sqrt{\lfloor 7 + \lfloor 8}}\right)^{\lfloor 4 + \lfloor 5 + \lfloor 6}$$

A) 8 B) 256 C) 512
D) 1 024 E) 64

RESOLUCIÓN
Procesando por partes para el radicando:
$$\frac{\lfloor 9}{\lfloor 7 + \lfloor 8} = \frac{9 \lfloor 8 \lfloor 7}{\lfloor 7 + 8 \lfloor 7} = \frac{9 \lfloor 8 \lfloor 7}{\lfloor 7 (1+8)} = 8$$
Exponentes:
$$\lfloor 4 + 5 \lfloor 4 + 6 \lfloor 5 \lfloor 4 = \lfloor 4 (1 + 5 + 30) = 36 \lfloor 4$$
Ahora reemplazando en:
$$\left(\sqrt{8}\right)^{\lfloor 4 \lfloor 36} = 8^3 = 512$$

RPTA.: C

319. Halle el valor del termino central del desarrollo de $\left(\frac{x}{y} + \frac{y}{x}\right)^{10}$

A) 64 B) 128 C) 265
D) 512 E)1 024

RESOLUCIÓN
$\#_t = 10+1=11$
$t_{central} = t_{\left(\frac{11+1}{2}\right)}$
$t_{k+1} = C_k^n (a)^{n-k} (b)^k ; k = 0,1,2,.....n$
$T_{5+1} = C_5^{10} \left(\frac{x}{y}\right)^5 \left(\frac{y}{x}\right)^5$
$T_{5+1} \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6}{1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5}$
$T_{5+1} = 4 \times 9 \times 7$
$T_6 = 256$

RPTA.: C

320. Halle el grado absoluto del término 16 en la expansión de
$P(x,y) = \left(x^3 - 2y^2\right)^{25}$

A) 20 B) 25 C) 35
D) 45 E) 60

RESOLUCIÓN
$T_{k+1} = C_k^n (a)^{n-k} (b)^k$
$T_{15+1} = C_{15}^{25} \left(x^3\right)^{10} \left(-2y^2\right)^{15}$
$T_{16} = -2^{15} C_{15}^{25} x^{30} y^{30}$
G.A = 30+30=60

RPTA.: E

321. En el desarrollo de la expresión $\left(x - \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^{14}$; existe un termino que contiene a x^2. El termino que ocupa este termino contado a partir del extremo final es:

A) 9 B) 8 C) 7
D) 6 E) 5

RESOLUCIÓN
Analicemos un término genérico (Lugar K+1), en:
$$\left(x - \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^{14} = T_1 + T_2 + ... + T_{K+1} + ...T_{15}$$
$$T_{K+1} = C_K^{14} x^{14-k} \left(-x^{-\frac{1}{2}}\right)^k$$
$$T_{K+1} = (-1)^k \lfloor C_k^{14} \lfloor x^{14-k-\frac{k}{2}}$$
Por condición:
$$14 - \frac{3}{2}k = 2 \leftrightarrow 12 = \frac{3k}{2}$$
k=8

En consecuencia:

$$\left(x-\frac{1}{\sqrt{x}}\right)^{14}=T_1+T_2+.....\underbrace{T_9+T_{10}+T_{11}}_{\text{Séptimo lugar}}.....T_{15}$$

RPTA.: C

322. En el desarrollo de $\left(\frac{n}{8}x+y\right)^n$ los coeficientes de los términos de lugar séptimo y octavo son iguales. Entonces el número de términos que presentará será:

A) 49 B) 48 C)47
D) 45 E) 44

RESOLUCIÓN

Si: $\left(\frac{n}{8}x+y\right)^n=T_1+T_2+.....T_7+T_8+.....T_{n+1}$

Averigüemos a los términos deseados

$$T_7=T_{6+1}=C_6^n\left[\frac{n}{8}x\right]^{n-6}\cdot y^6=\underbrace{C^n\left\{\frac{n}{8}\right\}^{n-6}}_{\text{Coef.}}x^{exp}y^6$$

$$T_8=T_{7+1}=C_7^n\left\{\frac{n}{8}x\right\}^{n-7}\cdot y^7=C_7^N\left\{\frac{n}{8}\right\}^{n-7}x^{exp}y^7$$

Por condición:

$$C_6^n\left\{\frac{n}{8}\right\}^{n-6}=C_7^n\left\{\frac{n}{8}\right\}^{n-7}$$

$$\frac{\lfloor n}{\lfloor n-6\rfloor 6}\left\{\frac{n}{8}\right\}\left(\frac{n}{8}\right)^{n-7}=\frac{\lfloor n}{\lfloor n-7\rfloor 7}\left\{\frac{n}{8}\right\}^{n-7}$$

$$\frac{1}{(n-6)\lfloor n-7\rfloor 6}\left\{\frac{n}{8}\right\}=\frac{1}{\lfloor n-7\ 7\rfloor 6}$$

$7n=8(n-6)\rightarrow 48=n\rightarrow \#$ términos = 49

RPTA.: A

323. Averigüe al termino central central al expansionar: $\left(\frac{x}{8}-\frac{8}{x}\right)^8$

A) 80 B) 70 C) 60
D) 60 E) 50

RESOLUCIÓN

En el desarrollo de esta expresión existen 9 términos entonces el central estará ocupado por el quinto.

$$T_{Cnetral}=T_5=T_4+1=C_4^8\left(\frac{x}{8}\right)^{8-4}\left(-\frac{8}{x}\right)^4$$

$$T_{Central}C_4^8=\frac{\cancel{8}}{\cancel{4}}\cdot\frac{7}{\cancel{3}}\cdot\frac{\cancel{6}}{\cancel{2}}\cdot 5=70$$

RPTA.: B

324. En el desarrollo de $(1+x)^{43}$ los coeficientes de los términos de los lugares "2x+1" y "r+2" son iguales ¿De qué términos estamos hablando?

A) 14 y 29 B) 16 y28
C) 16 y 26 D) 16 y 27
E) 18 y 30

RESOLUCIÓN

Admitimos que en:

$$(1+k)^{43}=T_1+T_2+....+T_{2r+1}+....T_{r+2}+....+t_{44}$$

$T_{2r+1}=C_{2r}^{43}r^{2r}$; $T_{r+2}=T_{(r+1)+1}=C_{r-1}^{43}r^{r+1}$

Según condición

$C_{2r}^{43}=C_{r+1}^{43}\ \vee\ C_{2r}^{43}=C_{r+1-(r+1)}^{43}$

2r=r+1	2r=42-r
r= 1	3r=42
	r=14

En base es esto los términos ocupan los lugares:

Cuando $r=1\rightarrow T_3=T_3$

Para $r=14\rightarrow T_{29}=T_{16}$ (esto nos permite decir que T_2+2) es primero.

RPTA.: C

325. Si los exponentes de "x" en los términos del desarrollo $\left(x^m+\frac{1}{x^{\frac{m}{3}}}\right)^n$

van disminuyendo de 6 en 6 unidades y el décimo tercero resulta independiente de x.
Indique al término independiente.

A) $10 \times 9 \times 8$ B) $10 \times 3 \times 2$
C) $10 \times 13 \times 14$ D) $11 \times 12 \times 13$
E) $10 \times 11 \times 12$

RESOLUCIÓN

Por condición:

$$T_{Independiente} = T_{12+1} = C_{12}^{n} \left\{x^{m}\right\}^{n-12} \left\{x^{-\frac{m}{3}}\right\}^{12}$$

$$mn - 16m$$

$T_{13} = C_{12}^{n}\, x$

Será Independiente $\leftrightarrow$ $mn-16m=0$
$\leftrightarrow m(n-16)=0$
De donde: $m=0$ v $n = 16$

Luego: $T_{Independiente} = C_{12}^{n} = C_{12}^{16} = \frac{16}{12\,|\,4}$

$$\frac{\cancel{16}\cdot 15\cdot 14\cdot 13\cdot \cancel{12}}{\cancel{12}\cdot \cancel{4}\cdot 3\cdot \cancel{2}\cdot 1} = 14\cdot 13\cdot 10$$

RPTA.: C

326. Extrae la raíz cuadrada de:
$4x^6 + 13x^4 - 22x^3 - 12x^5 - 8x + 25x^2 + 16$

A) $3x^3 + 2x^2 - x + 4$
B) $5x^2 + 7x - 2$
C) $2x^3 - 3x^2 + x - 4$
D) $4x^2 - 8x - 2$
E) $x^4 - 2x^3 + x^2 - x + 1$

RESOLUCIÓN

$$\sqrt{4x^6 + 13x^4 - 22x^3 - 12x^5 - 8x + 25x^2 + 16}$$

$\sqrt{4\ \ -12\ \ 13\ \ -22\ \ 25\ \ -8\ \ 16}$ | $2\ -3\ \ 1\ -4$

-4

$(4\ -3)(-3)$

$-12\ \ 13$

$12\ \ 9$

$(4\ -6\ 1)(1)$

$4\ \ -22\ \ 25$

$-4\ \ 6\ \ -1$

$(4\ -6\ \ 2\ -4)(-4)$

$-16\ \ 24\ \ -8\ \ 16$

$16\ \ 24\ \ 8\ \ -16$

$$2x^3 - 3x^2 + x - 4$$

RPTA.: C

327. Calcule "a x b" si el resto de
$\sqrt{(x+1)^4 + 4(x+1)^3 - 2x^1 - 15x - 2}$
Es equivalente a: (ax+b)

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

RESOLUCIÓN

$$\sqrt{(x+1)^4 + 4(x+1)^3 \underbrace{- 2x^3 - 15x - 2}}$$

Si: $x + 1 = a$ $\quad -2x^2 - 4x - 11x - 2$

$$-2(x^2 + 2x + 1) - 11(x - 1 + 1)$$

$\sqrt{a^4 + 4a^3 - 2a^2 - 11a + 11}$ | $1\ \ 2$

-1

$(2\ \ 2)\ (2)$

$4\ \ -2$

$-4\ \ -4$

$(2\ \ 4\ \ -3)\ (-3)$

$-6\ \ -11\ \ 11$

$6\ \ 12\ \ -9$

$+1\ \ 2$

$R = a + 2 \rightarrow R = x + 1 + 2$
$R = x + 3 \equiv ax + b$
$A = 1$, $b = 3$

RPTA.: C

328. Calcule:
$\sqrt{19 + 4\sqrt{21}} + \sqrt{7} - \sqrt{12} - \sqrt{29 - 2\sqrt{28}}$

A) x+1 B) x+2 C) x+3
D) x+4 E) x+5

RESOLUCIÓN

$$\sqrt{19 + 4\sqrt{21}} + \sqrt{7} - \sqrt{12} - \sqrt{29 - 2\sqrt{28}}$$

$$\sqrt{19 + 2\sqrt{84}} + \sqrt{7} - \sqrt{12} - \left(\sqrt{28} - 1\right)$$

$12+7 \quad 12x7$

$$\cancel{\sqrt{12}} + \cancel{\sqrt{7}} + \cancel{\sqrt{7}} - \cancel{\sqrt{12}} - \cancel{2\sqrt{7}} + 1 = 1$$

RPTA.: A

329. Reducir:
$$E = \sqrt{6 + 2\sqrt{10 + 2\sqrt{8 - 2\sqrt{7}}}}$$

A) $\sqrt{7}$ B) $\sqrt{2}$ C) $\sqrt{7} + 1$

D) $\sqrt{2}+1$ E) $\sqrt{2}-1$

RESOLUCIÓN

$$E=\sqrt{6+2\sqrt{10+2\underbrace{\sqrt{8-2\sqrt{7}}}_{\left(\sqrt{7}+1\right)}}}$$

$$E=\sqrt{6+2\sqrt{10+2\sqrt{7}-2}}=\sqrt{6+2\sqrt{8+2\sqrt{7}}}$$

$$E=\sqrt{6+2\left(\sqrt{7}+1\right)}=\sqrt{8+2\sqrt{7}}=\sqrt{2+1}$$

RPTA.: D

330. Reducir

$$\sqrt{12+\sqrt{140}}-\sqrt{8+\sqrt{28}}+\sqrt{11-2\sqrt{30}}-\sqrt{7-2\sqrt{6}}$$

A) 1 B) 2 C) 3
D) $\sqrt{7}$ E) 0

RESOLUCIÓN

$$E=\sqrt{12+\sqrt{140}}-\sqrt{8+\sqrt{28}}+\sqrt{11-2\sqrt{30}}-\sqrt{7-2\sqrt{6}}$$

$$E=\sqrt{12+2\sqrt{35}}-\sqrt{8+\sqrt{7}}+\sqrt{11-2\sqrt{30}}-\sqrt{7-2\sqrt{6}}$$

$$E=\cancel{\sqrt{7}}+\cancel{\sqrt{5}}-\left(\cancel{\sqrt{7}}+1\right)+\cancel{\sqrt{6}}-\cancel{\sqrt{5}}-\left(\cancel{\sqrt{6}}-1\right)$$

E = 0

RPTA.: E

331. Calcule:

$$P=\left[\sqrt{\sqrt{6}+4+\sqrt{3}\sqrt{1+\sqrt{8}\left(\sqrt{5+\sqrt{24}}\right)^{-1}}}\right]^2$$

A) 7 B) 8 C) 9
D) 5 E) 6

RESOLUCIÓN

$$P=\left(\sqrt{\sqrt{6}+4+\sqrt{3}\left(\sqrt{1+\sqrt{8}\left(\sqrt{5+\sqrt{24}}\right)^{-1}}\right)^{-1}}\right)^2$$

$$P=\left(\sqrt{\sqrt{6}+4+\sqrt{3}\left(\sqrt{1+\sqrt{8}\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)}\right)^{-1}}\right)^2$$

$$P=\left(\sqrt{\sqrt{6}+4+\sqrt{3}\left(\sqrt{5+2\sqrt{6}}\right)^{-1}}\right)^2$$

$$P=\left(\sqrt{\sqrt{6}+4+\sqrt{3}\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)}\right)^2=\left(\sqrt{\sqrt{6}+4+3-\sqrt{6}}\right)^2$$

P = 7

RPTA.: A

332. Simplificar:

$$\frac{\sqrt{3x+1}-\sqrt{3x-1}}{\sqrt{2}\sqrt{3x+\sqrt{9x^2-1}}}+\frac{\sqrt{2x+1}-\sqrt{2x-1}}{\sqrt{2}\sqrt{2x+\sqrt{4x^2-1}}}+$$

$$+\frac{5x^2}{\sqrt{9x^2-1}-\sqrt{4x^2-1}}$$

A) -x B) 2x C) x^2
D) 5x E) 3x

RESOLUCIÓN

$$\frac{\sqrt{3x+1}-\sqrt{3x-1}}{\sqrt{2}\sqrt{3x+\sqrt{9x^2-1}}}+\frac{\sqrt{2x+1}-\sqrt{2x-1}}{\sqrt{2}\sqrt{2x+\sqrt{4x^2-1}}}+\frac{5x^2}{\sqrt{\frac{9x^2-1}{a}}-\sqrt{\frac{4x^2-1}{b}}}$$

$$\frac{\sqrt{3x+1}-\sqrt{3x-1}}{\sqrt{3x+1}+\sqrt{3x-1}}+\frac{\sqrt{2x+1}-\sqrt{2x-1}}{\sqrt{2x+1}+\sqrt{2x-1}}+\frac{\cancel{5x^2}(a-b)}{\cancel{5x^2}}$$

$$\frac{\left(\sqrt{3x+1}-\sqrt{3x-1}\right)^2}{2}+\frac{\left(\sqrt{2x+1}-\sqrt{2x-1}\right)^2}{2}+\frac{\cancel{5}(a-b)}{\cancel{5}}$$

$$\frac{6x-\sqrt{9x^2-1}\cancel{\times 2}}{\cancel{2}}+\frac{4x\cancel{-2}\sqrt{4x^2-1}}{\cancel{2}}+a-b$$

$$3x-\cancel{a}+2x-\cancel{b}+\cancel{a}-\cancel{b}=5x$$

RPTA.: D

333. Efectuar:

$$K=\left(\sqrt{\sqrt{13-\sqrt{7}}-\sqrt{5-\sqrt{7}}}\right)\left(\sqrt[4]{3+\sqrt{7}}\right)$$

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

RESOLUCIÓN

$$K=\left(\sqrt{\sqrt{13-\sqrt{7}}-\sqrt{5-\sqrt{7}}}\right)\left(\sqrt[4]{3+\sqrt{7}}\right)$$

$$K=\sqrt{\left(\sqrt{13-\sqrt{7}}-\sqrt{5-\sqrt{7}}\right)\left(\sqrt{3+\sqrt{7}}\right)}$$

$$K=\sqrt{\left(\sqrt{13-\sqrt{7}}\right)\left(3+\sqrt{7}\right)-\sqrt{\left(5-\sqrt{7}\right)\left(3+\sqrt{7}\right)}}$$

$$K=\sqrt{\sqrt{32+10\sqrt{7}}-\sqrt{8+2\sqrt{7}}}$$

$$K=\sqrt{5+\cancel{\sqrt{7}}-\left(\cancel{\sqrt{7}}+1\right)}=2$$

RPTA.: B

334. Reducir:

$$P=\sqrt{\frac{\sqrt{18}}{\sqrt{9+\sqrt{72}}}+\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{5+\sqrt{24}}}-\frac{\sqrt{48}}{\sqrt{8+\sqrt{48}}}}$$

A) 0 B) 1 C) 3
D) 2 E) 4

RESOLUCIÓN

$$P=\sqrt{\frac{\sqrt{18}}{\sqrt{9+72}}+\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{5+\sqrt{24}}}-\frac{\sqrt{48}}{\sqrt{8+\sqrt{48}}}}$$

$$P=\sqrt{\frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{6}+\sqrt{3}}+\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}-\frac{4\sqrt{3}}{\sqrt{6}+\sqrt{2}}}$$

$$P=\sqrt{\frac{3\sqrt{2}\left(\sqrt{6}-\sqrt{3}\right)}{3}+\sqrt{6}\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)-\frac{4\sqrt{3}\left(\sqrt{6}-\sqrt{2}\right)}{4}}$$

$$P=\sqrt{2\sqrt{3}-\sqrt{6}+3\sqrt{2}-2\sqrt{3}-3\sqrt{2}+\sqrt{6}}=0$$

RPTA.: A

335. Transformar a radicales simples:

$$\sqrt[3]{10+\sqrt{108}}$$

A) $\sqrt{3}+\sqrt{2}$ B) $2+\sqrt{3}$
C) $\sqrt{3}-1$ D) $\sqrt{3}+1$
E) $\sqrt{2}-\sqrt{3}$

RESOLUCIÓN

Si: $\left.\begin{array}{l}\sqrt[3]{10+\sqrt{108}}=A+\sqrt{B}\\ \sqrt[3]{10+\sqrt{108}}=A-\sqrt{B}\end{array}\right\}$ (+)

$$\left(\sqrt[3]{10+\sqrt{108}}+\sqrt[3]{10-\sqrt{108}}\right)^3=(2A)^3$$

$$20-6\times 2A=8A^3$$

$$10-6A=4A^3$$

$$10=4A^3+6A\Rightarrow A=1$$

$$\left(A+\sqrt{3}\right)\left(A-\sqrt{3}\right)=\sqrt[3]{10+\sqrt{108}}\times\sqrt[3]{10-\sqrt{108}}$$

$$A^2-B=-2$$

$1-B=-2\rightarrow B=3$

$\therefore\ \sqrt[3]{10+\sqrt{108}}=1+\sqrt{3}$

RPTA.: D

ARITMETICA

SEMANA 1
CONJUNTOS I

336. Si: $A = \{\phi; a; \{a\}; \{a,b\}; \{\phi\}\}$

Indicar las proposiciones que son verdaderas.

I. $a \subset A \quad \wedge \quad \{a, b\} \subset A$
II. $\{\phi\} \notin A \quad \vee \quad \{\phi\} \subset A$
III. $\phi \subset A \quad \wedge \quad \phi \in A$

A) solo I B) solo II
C) solo III D) II y IV
E) II y III

RESOLUCIÓN

$A = \{\phi; a; \{a\}; \{a,b\}; \{\phi\}\}$

I. $\underbrace{a \subset A}_{F} \quad \wedge \quad \underbrace{\{a, b\} \subset A}_{F} = \mathbf{F}$

II. $\underbrace{\{\phi\} \notin A}_{F} \quad \vee \quad \underbrace{\{\phi\} \subset A}_{V} = \mathbf{V}$

III. $\underbrace{\phi \subset A}_{V} \quad \wedge \quad \underbrace{\phi \in A}_{V} = \mathbf{V}$

I y III son verdaderas

RPTA.: D

337. Dados los conjuntos:

$A = \{x \in N / 2x \leq 13\}$

$B = \{x \in A / (x^2 - 2x) \notin A\}$

Indicar si es verdadero o falso, las siguientes proposiciones.

I. $\exists\, x \in A / x^2 - 5 > 4$
II. $\forall\, x \in (A - B) / 2x + 5 < 8$
III. $\exists\, x \in (A - B) / x^2 \in B$

A) VVF B) FVF C) VFV
D) VFF E) VVV

RESOLUCIÓN

$A = \{x \in N / 2x \leq 13\}$

$\Rightarrow A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6\}$

$B = \{x \in A / (x^2 - 2x) \notin A\}$

$x = 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6$

$x^2 - 2x = \not{\emptyset}; -1; \not{\emptyset}; \not{\beta}; 8; 15; 24$

$\Rightarrow B = \{1; 4; 5; 6\}$

I. $\exists\, x \in A / x^2 - 5 > 4$ **(V)**

II. $\forall\, x \in (A - B)/2x + 5 < 8$ **(F)**

III. $\exists\, x \in (A - B) / x^2 \in B$ **(V)**

RPTA.: C

338. Sea $A = \{n \in Z^+ / n \leq 600\}$

Calcule la suma de elementos del conjunto B; si

$B = \{a + 2 / \sqrt[3]{a} \in A \wedge a \in A\}$

A) 1000 B) 1296 C) 1312
D) 1424 E) 1528

RESOLUCIÓN

$A = \{n \in Z^+ / n \leq 600\} = \{1, 2, 3, 4, 5, \ldots, 600\}$

$B = \left\{(a+2) / \underbrace{\sqrt[3]{a} \in A \ \wedge \ a \in A}_{\text{a es cubo perfecto}}\right\}$

$\Rightarrow a = 1^3; 2^3; 3^3; \ldots; 8^3$

$B = \left\{\underbrace{(1^3+2); (2^3+2); (3^3+2); \ldots; (8^3+2)}\right\}$

$\left(\sum_{\text{de B}}^{\text{elementos}}\right) = \left(\frac{8 \times 9}{2}\right)^2 + 2(8)$

$= 1312$

Nota: $S_{N^3} = \left[\frac{n(n+1)}{2}\right]^2$

RPTA.: C

339. Halle el cardinal del conjunto B e indicar el número de subconjuntos ternarios que tiene.

$B = \{x \in Z^+ / (x > 8) \rightarrow (x = 2)\}$

siendo : $\left(\underbrace{p \rightarrow q \equiv\ p \vee q}_{\text{LÓGICA}} <> \underbrace{A \cup B}_{\text{CONJUNTOS}}\right)$

A) 48 B) 42 C) 63
D) 56 E) 45

RESOLUCIÓN

$B = \{x \in Z^+ / (x > 8) \rightarrow (x = 2)\}$

$(x > 8) \rightarrow (x = 2)$

$\sim (x > 8) \vee (x = 2)$

$\Rightarrow x = 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8$

$\Rightarrow n(B) = 8$

$\begin{pmatrix}\#\text{Subconjuntos} \\ \text{Ternarios de B}\end{pmatrix} = C_3^8 = \frac{\not{8}!}{3!\,5!}$

$= \frac{\not{6} \times 7 \times 8}{\not{6}} = \boxed{56}$

RPTA.: D

340. Dados los conjuntos unitarios

$A = \{a + b; a + 2b - 3; 12\}$ y

$B = \{x^y; y^x; 16\}$;

halle el valor de $(x + y + a^2 + b)$

A) 81 B) 92 C) 96
D) 87 E) 90

RESOLUCIÓN

A y B son unitarios:

* $A = \{a + b; a + 2b - 3; 12\}$

$a + b = 12$

$a + 2b - 3 = 12$

$a + 2b = 15$

como: $\underline{a + b = 12}$

$b = 3 \rightarrow a = 9$

* $B = \{x^y; y^x; 16\}$

$x^y = y^x = 2^4$

$\rightarrow \quad x = 2 \; ; \; y = 4$

$\therefore x + y + a^2 + b = \boxed{90}$

RPTA.: E

341. Calcular el número de subconjuntos binaros del conjunto D, si:
$D = \{(x^2 - 1) \in Z \; / \; 0 < x \leq 4\}$

A) 132 B) 126 C) 105
D) 124 E) 120

RESOLUCIÓN

$D = \{(x^2 - 1) \in Z \; / \; 0 < x \leq 4\}$

$0 < x \leq 4 \rightarrow 0 < x^2 \leq 16$

$\rightarrow -1 < x^2 - 1 \leq 15$

$D = \{0; 1; 2; 3; ...; 15\} \rightarrow n(D) = 16$

$$\begin{pmatrix} \#\text{Subconjuntos} \\ \text{Binarios de D} \end{pmatrix} = C_2^{16} = \frac{16!}{2!(14!)}$$

$$= \frac{15 \times 16}{2} = 15 \times 8$$

$$= \boxed{120}$$

RPTA.: E

342. Si:
$n[P_{(A)}] = 128$; $n[P_{(B)}] = 32$ y $n[P_{(A \cap B)}] = 8$

Halle el cardinal de $P_{(A \cup B)}$ sumado con el cardinal de:

$$C = \left\{(3x + 1) \in Z^+ \; / \; x < \frac{5}{3}\right\}$$

A) 521 B) 517 C) 519
D) 512 E) 520

RESOLUCIÓN

* $nP_{(A)} = 128 = 2^7 \rightarrow n_{(A)} = 7$

$nP_{(B)} = 32 = 2^5 \rightarrow n_{(B)} = 5$

$nP_{(A \cap B)} = 8 = 2^3 \rightarrow n_{(A \cap B)} = 3$

$\Rightarrow \quad n_{(A \cup B)} = 7 + 5 - 3 = 9$

$\Rightarrow \quad nP_{(A \cup B)} = 2^9 = 512$

* $C = \left\{(3x + 1) \in Z^+ \; / \; x < \frac{5}{3}\right\}$

$$x < \frac{5}{3}$$

$$x \cdot 3 + 1 < \frac{5}{3} \cdot 3 + 1$$

$$(3x + 1) < 6$$

$C = \{1; 2; 3; 4; 5\}$

$n(C) = 5$

$\therefore nP_{(A \cup B)} + n_{(C)} = \boxed{517}$

RPTA.: B

343. Oscar compra 9 baldes de pinturas de diferentes colores. Los mezcla en igual proporción. ¿Cuántos nuevos matices se pueden obtener?

A) 512 B) 246 C) 247
D) 503 E) 502

RESOLUCIÓN

de colores = 9

de nuevos matices $= 2^9 - 1 - 9$

$= 512 - 10$

$= \boxed{502}$

RPTA.: E

344. El conjunto A tiene 200 subconjuntos no ternarios. ¿Cuántos subconjuntos quinarios tendrá?

A) 64 B) 56 C) 48
D) 21 E) 35

RESOLUCIÓN

Sea $n_{(A)} = x$

$$\begin{pmatrix}\text{Subconjuntos}\\ \text{no ternarios}\end{pmatrix} = 2^x - C_3^x = 200$$

$$2^x - \frac{x!}{3!(x-3)} = 200$$

$$2^x - \frac{(x-2)(x-1)x}{6} = 200$$

$$x = 8$$

Luego:

$$\begin{pmatrix}\#\,\text{Subconjuntos}\\ \text{Quinarios}\end{pmatrix} = C_5^8 = \frac{8!}{5!\ x\ 3!}$$

$$= \frac{8\ x\ 7\ x\ \cancel{6}}{\cancel{6}} = \boxed{56}$$

RPTA.: B

345. Si el conjunto "C" tiene (P + 1) elementos y (2P + 3) subconjuntos propios; además:

$n(A) = 4P + 2$; $n(B) = 3P + 6$ y $n(A \cap B) = 2P - 2$

Halle $n(A \Delta B)$

A) 14 B) 16 C) 18
D) 17 E) 20

RESOLUCIÓN

$n(C) = P + 1$

$$\begin{pmatrix}\underbrace{\#\ \text{subconjuntos}\\ \text{propios de C}}_{P+1}\end{pmatrix} = 2P + 3$$

$$2^{P+1} - 1 = 2P + 3$$

$$P = 2$$

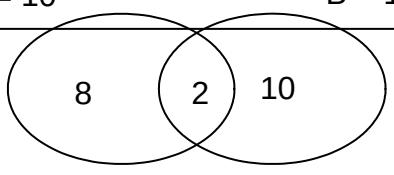
Luego:

$n_{(A)} = 4(2) + 2 = 10$

$n_{(B)} = 3(2) + 6 = 12$

$n_{(A \cap B)} = 2$

A = 10 B = 12



$n_{(A \Delta B)} = 18$

RPTA.: C

346. Sean los conjuntos $A \subset E$; $B \subset E$ y $C \subset E$; E conjunto universal, tal que:

$E = \{x \in Z^+ / x < 10\}$

$A' = \{x \in E / x < 7\}$

$A \cup B = \{x \in E / x \leq 9 \wedge x > 2\}$

$B \cap C = \{3\}$

$B \cup C = \{x \in E / x \leq 7\}$

$A \cap C = A' \cap B' \cap C' = \phi$

Determinar n(A) + n(B) + n(C)

A) 9 B) 12 C) 10
D) 13 E) 11

RESOLUCIÓN

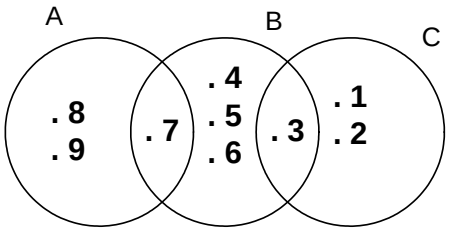
$E = \{x \in Z^+ / x < 10\} = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$

$A' = \{x \in E / x < 7\} = \{1,2,3,4,5,6\}$

$\Rightarrow A = \{7, 8, 9\}$

De:

$A \cap C = A' \cap B' \cap C' = (A \cup B \cup C)' = \phi$



$A \cup B = \{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

$B \cup C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

$n_{(A)} + n_{(B)} + n_{(C)} = 3 + 5 + 3 = 11$

RPTA.: E

347. Sean A, B y C tres conjuntos no vacíos que cumplen las condiciones:

* $A \subset B \wedge B \not\subset A$

* si $x \in C \rightarrow x \notin B$

Determinar el valor de verdad de las siguientes proposiciones.

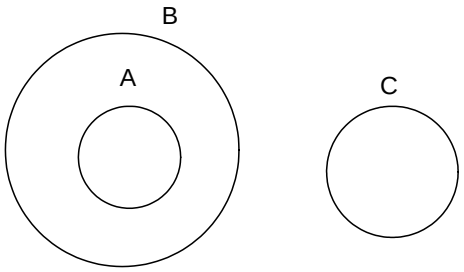
I) A y B son disjuntos
II) $(A \cup B) \subset C$
III) $C \subset (A \Delta B)$
IV) $C \not\subset (A \cup B)$

A) FVVF B) FFVV C) FFFF
D) VFVF E) FFFV

RESOLUCIÓN

$A \subset B \wedge B \not\subset A$
$x \in C \rightarrow x \notin B$

Graficando las dos condiciones:



I) A y B son disjuntos **(F)**
II) $(A \subset B) \subset C$ **(F)**
III) $C \subset (A \Delta B)$ **(F)**
IV) $C \not\subset (A \cup B)$ **(V)**

RPTA.: E

348. Sean A y B dos conjuntos finitos tales que:

* $A \cap B = \phi$
* $n(B) = 2 \cdot n(A)$
* B' tiene 128 subconjuntos.

El número de subconjuntos de B excede al número de subconjuntos propios de A en 993.
¿Cuántos subconjuntos propios tiene A'?

A) 2^8-1 B) $2^{10}-1$ C) $2^{11}-1$
D) $2^{12}-1$ E) $2^{13}-1$

RESOLUCIÓN

Sean $n(A) = x \rightarrow n(B) = 2x$

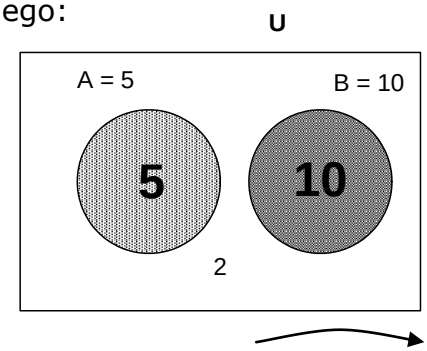
$$\underbrace{\left(\begin{array}{c}\#\text{ subconjuntos}\\ \text{de B}\end{array}\right)}_{} - \underbrace{\left(\begin{array}{c}\#\text{ subconjuntos}\\ \text{propios de A}\end{array}\right)}_{} = 993$$

$$2^{2x} - (2^x - 1) = 993$$

$$\underbrace{2^x(2^x-1) = 992 = 2^5 \times 31}$$

$$x = 5$$

Luego:



$\#$ subconjuntos de $B' = 128 = 2^7$
$\therefore \#$ subconjuntos propios de $A' = 2^{12} - 1$

RPTA.: D

349. Dados los conjuntos:

$$A = \left\{x \in N / \frac{3x+5}{4} \in N\right\}$$

$$B = \left\{\frac{x+1}{2} \in N / \frac{x}{2} \in N\right\}$$

$$C = \{x \in N / 2x > 25\}$$

Halle: $n[(A \Delta B) \cap C']$

A) 2 B) 3 C) 4
D) 5 E) 6

RESOLUCIÓN

* $A = \left\{x \in N / \frac{3x+5}{4} \in N\right\}$

$$\frac{3x+5}{4} = N \rightarrow x = \frac{4N-5}{3}$$

N = 2; 5; 8 .....

X = 1; 5; 9 .....

$A = \{1, 5, 9, 13, 17, 21, ...\}$

* $B = \left\{\frac{x+1}{2} \in N / \frac{x}{2} \in N\right\}$

$\frac{x+1}{2} = \underset{\text{NATURAL}}{\frac{x}{2}} + \frac{1}{2} =$ No existe natural

$\Rightarrow B = \phi$

* $C = \{x \in N / 2x > 25\}$

$C = \{13, 14, 15, 16, 17, ...\}$

$n(\underbrace{A \Delta B}) \cap C' \Rightarrow A \Delta B$ (DIFERENCIA SIMÉTRICA)

$n(A \cap C') = n(A - C)$
$= n\{1, 5, 9\}$
$= 3$

RPTA.: B

350. Para los conjuntos A, B y C afirmamos:

I. Si $A \subset B \subset C \rightarrow C' \subset B' \subset A'$
II. $A \cap A' = \phi$
III. $(A - B)' = A' \cup B$
IV. Si $A' \subset B' \rightarrow B \subset A$
V. $A' \cup (B \cap A) = B \cup A'$

Son verdaderas:

A) todas
B) solo II y III
C) todas excepto V
D) solo II, III, IV y V
E) solo I, II y V

RESOLUCIÓN

I. Si $A \subset B \subset C \rightarrow C' \subset B' \subset A'$ **(V)**
II. $A \cap A' = \phi$ **(V)**
III. $(A - B)' = A' \cup B$ **(V)**
IV. Si $A' \subset B' \rightarrow B \subset A$ **(V)**
V. $A' \cup (B \cap A) = B \cup A'$ **(V)**

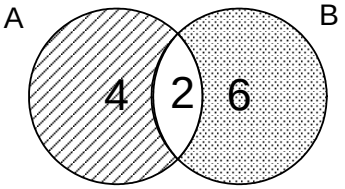
RPTA.: A

351. Si A y B son dos conjuntos finitos, tal que, el número de subconjuntos de A y de B suman 320, los conjuntos A y B tienen 2 elementos comunes; determine $n(A \Delta B)$

A) 14 B) 13 C) 12
D) 11 E) 10

RESOLUCIÓN

$320 = n(P_A) + n(P_B)$
$320 = 2^{n(A)} + 2^{n(B)}$
$320 = 2^6 + 2^8$
Luego:
$n(A) = 6$ $n(B) = 8$



$\Rightarrow n(A \Delta B) = 10$

RPTA.: E

352. Sean A, B y C conjuntos no vacíos diferentes dos a dos, tales que:

$B' \subset A'$; $C \cap B' = \phi$
$A \cap C' = \phi$

Al simplificar:

$[B \cap (C - A)] \cap [A \cup (B - C)]$ se obtiene:

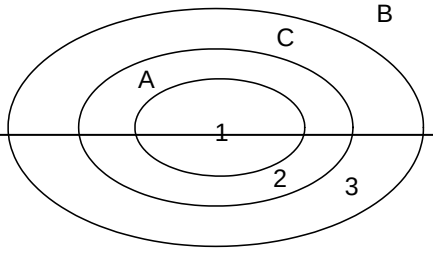
A) A B) B C) $A \cup B$
D) $A \cup C$ E) ϕ

RESOLUCIÓN

$B' \subset A'$; $\underbrace{C \cap B' = \phi}$; $A \cap C' = \phi$

$\underbrace{A \subset B \ ; \ C - B = \phi; \ A - C = \phi}$

Graficando y enumerando las regiones:



$$\underbrace{\left[B \cap (C - A)\right]}_{[2]} \cap \underbrace{\left[A \cup (B - C)\right]}_{[1;\,3]} = \phi$$

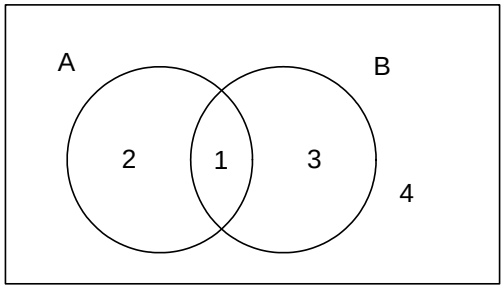
RPTA.: E

353. Sean A y B dos conjuntos cualesquiera, simplificar:
$(A \cup B) \cap \{(A \cap B') \cup (A' \cap B)\}'$

A) $A \cap B$ B) $A \cap B'$
C) $A' \cap B$ D) $(A \cap B)'$
E) ϕ

RESOLUCIÓN

Graficando los conjuntos A y B



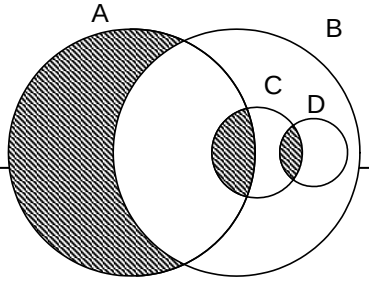
$$(A \cup B) \cap \left[\underbrace{(A \cap B')}_{(A - B)} \cup \underbrace{(A' \cap B)}_{(B-A)}\right]'$$

$\{1,2,3\} \cap \{2,3\}'$

$\{1,2,3\} \cap \{1,4\} = \{1\} = A \cap B$

RPTA.: A

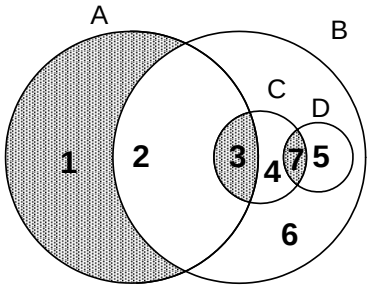
354. En el gráfico, las zonas sombreadas están representadas por:



I) $[A-(B-C)] \cup [C \cap D]$
II) $(A \cup B) - (B - C)$
III) $[(A \cup D) - C] \cap [A - (B-C)]$

A) solo I B) solo II
C) solo I y II D) solo II y III
E) todos

RESOLUCIÓN



I) $[A-(B-C)] \cup [C \cap D]$
$[\{1,2,3\} - \{2,6,5\}] \cup \{7\} = \{1,3,7\}$: **si**

II) $(A \cup B) - (B - C)$
$\{1,2,3,4,5,6,7\} - \{2,5,6\} = \{1,3,4,7\}$ **no**

III) $[(A \cup D) - C] \cap [A - (B-C)]$
$\{1,2,5\} \cap \{1,3\} = \{1\}$ **no**

RPTA.: A

355. Dado 3 conjuntos A; B y C:
Si n(A) = m ; n(B) = m + r
n(C) = m + 2r ; además:
$n[P_{(A)}] + n[P_{(B)}] + n[P_{(C)}] = 896$
Se sabe además que A, B y C son disjuntos.
Calcule $n(A \cup B \cup C)$

A) 16 B) 22 C) 24
D) 32 E) 48

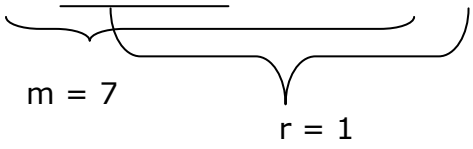
RESOLUCIÓN

n(A) = m ; n(B) = m + r ; n(C) = m + 2r

$$nP_{(A)} + nP_{(B)} + nP_{(C)} = 896$$

$$2^m + 2^{m+r} + 2^{m+2r} = 896$$

$$2^m [1 + 2^r + 2^{2r}] = 896 = 2^7 \times 7$$



A B C

$\Rightarrow$ (7) (8) (9)

$n(A \cup B \cup C) = 24$

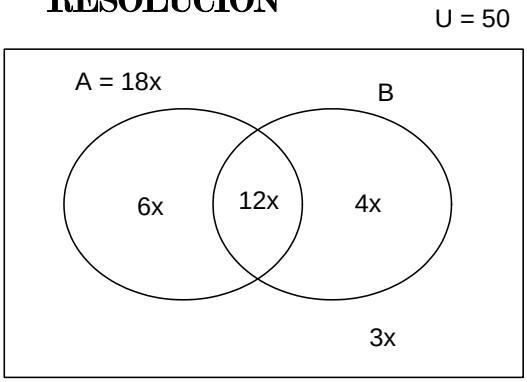
RPTA.: C

SEMANA 2
CONJUNTOS II

356. Se hizo una encuesta a 50 personas sobre preferencias respecto a dos revistas A y B. Se observa que los que leen las dos revistas son el doble de los que leen solo A, el triple de los que leen solo B y el cuádruplo de los que no leen ninguna de las dos revistas. ¿Cuántas personas leen la revista A?

A) 24 B) 30 C) 32
D) 36 E) 40

RESOLUCIÓN



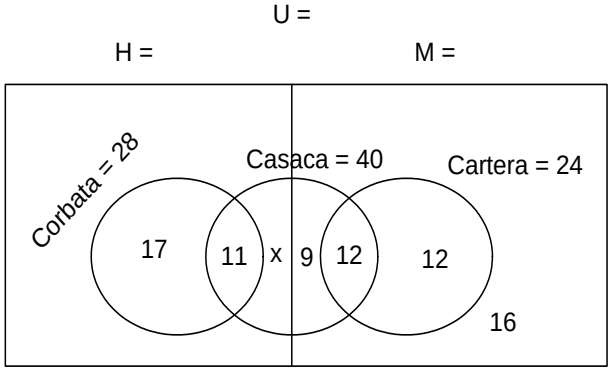
$6x + 12x + 4x + 3x = 50 \rightarrow x = 2$
$n(A) = 18(2) = 36$

RPTA.: D

357. A una ceremonia asistieron 24 señoritas con cartera, 28 varones con corbata, 40 portaban casaca, 17 varones con corbata no tenían casaca, 9 señoritas portaban casaca pero no tenían cartera. ¿Cuántos varones con casaca no llevaron corbata, si 16 señoritas no llevaron cartera ni casaca y 28 señoritas no llevaron casaca?

A) 8 B) 9 C) 10
D) 11 E) 12

RESOLUCIÓN



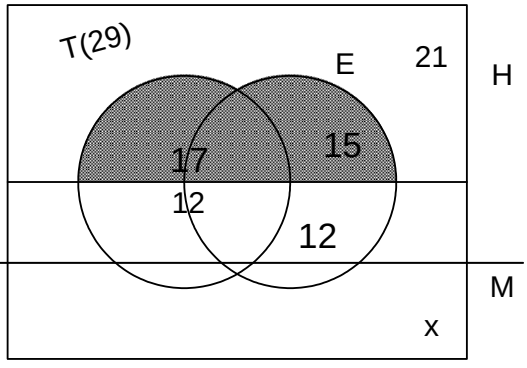
$40 = 11 + 9 + 12 + x \rightarrow x = 8$

RPTA.: A

358. De los residentes de un edificio se ha observado que 29 de ellos trabajan y 56 son mujeres, de los cuales 12 estudian pero no trabajan. De los varones 32 trabajan o estudian y 21 no trabajan ni estudian, ¿cuántas mujeres no estudian ni trabajan, si 36 varones no trabajan?

A) 32 B) 30 C) 28
D) 26 E) 34

RESOLUCIÓN



X = 56 – 24
X = 32

RPTA.: A

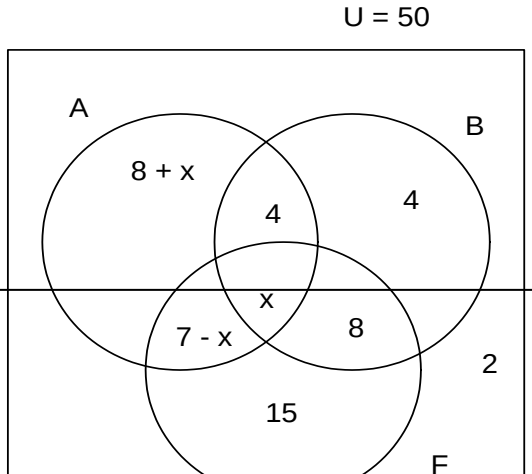
359. En una clase de 50 alumnos, se practica tres deportes: Atletismo, Básquet y Fulbito.

* Los que practican atletismo o fulbito pero no básquet son 30.
* Los que practican básquet o fulbito pero no atletismo son 27.
* Los que practican atletismo y fulbito son 7.
* Los que practican fulbito pero no atletismo o básquet son 15.
* Los que no practican estos deportes son la cuarta parte de los que practican básquet y fulbito pero no atletismo.
* 4 practican atletismo y básquet pero no fulbito.
* Los que practican básquet pero no atletismo o fulbito son 4.

¿Cuántos practican solo dos deportes o no practican ninguno?

A) 21 B) 17 C) 19
D) 2 E) 18

RESOLUCIÓN



50 = 15 + 8 + (7–x) + x + 8 + x + 4 + 4 + 2
X = 50 – 48 = 2

∴ solo 2 deportes o ninguno de los tres: 5 + 4 + 8 + 2 = 19

RPTA.: C

360. Dado los conjuntos A; B y C contenidos en el universo de 98 elementos, tal que:

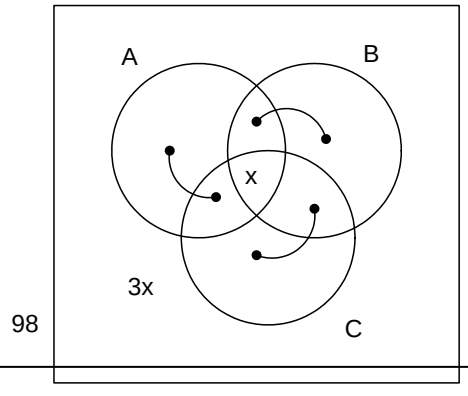
n(A – B) = 21
n(B – C) = 25
n(C – A) = 32
3n (A∩B∩C) = n(A∪B∪C)

Hallar: $(A \cap B \cap C)'$

A) 93 B) 95 C) 87
D) 77 E) 91

RESOLUCIÓN

Diagrama de Ven –Euler para visualizar:



Planteando tenemos:
98 = 4x + 21 + 25 + 32
20 = 4x
5 = x

Piden: $(A \cap B \cap C)'$

$\left[U - (A \cap B \cap C)\right] = 98 - 5 = 93$

RPTA.: A

361. Usando las leyes del álgebra de conjuntos, simplificar:

$$\left\{\left[(A - B) \cap B\right] \cap \left[(A \cup B) \cap C\right]\right\}'$$

A) A^C B) B^C
C) U D) $(A \Delta B)^C$
E) $(A - B)^C$

RESOLUCIÓN

$[(A-B)\cap B] = \phi$

$[(A\cup B)\cap C]^C = (A\cup B)^C \cup^C$

$\{[(A-B)\cap B]\cap[(A\cup B)\cap C]\}^C$

$\{\phi\}^C = U$

RPTA.: C

362. En un condominio de 100 personas, 85 son casados, 70 son abonados de teléfono, 75 tienen bicicleta y 80 son empresarios. ¿Cuál es el mínimo número de personas que al mismo tiempo son casados, poseen teléfono, tienen bicicleta y son empresarios?

A) 15 B) 10 C) 20
D) 24 E) 15

RESOLUCIÓN

Tomando por partes:

CASADOS

70	15	55	TELÉFONO
30		30	
	15	85	

CASADOS Y TELÉFONO

75	45	30	AUTO
25		25	
	45	55	

CASADOS, TELÉFONO Y AUTO

80	70	10	EMPRESARIOS
20		20	
	70	30	

= 10

RPTA.: B

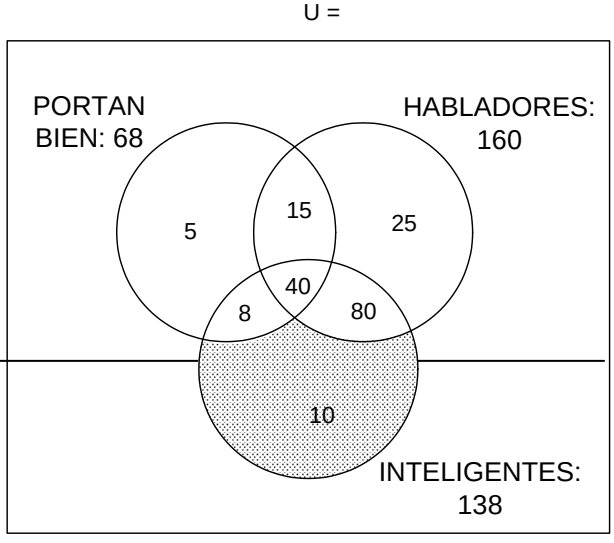
363. En una encuesta a los estudiantes se determinó que:

* 68 se portan bien
* 160 son habladores
* 138 son inteligentes
* 55 son habladores y se portan bien
* 48 se portan bien y son inteligentes
* 120 son habladores e inteligentes
* 40 son habladores, inteligentes y se portan bien.

¿Cuántos estudiantes son inteligentes solamente?

A) 10 B) 20 C) 40
D) 12 E) 8

RESOLUCIÓN



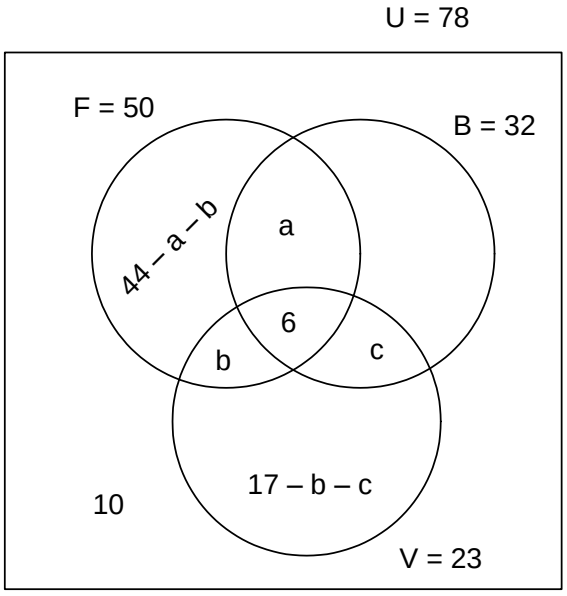
Solo inteligentes = 10

RPTA.: A

364. Un club consta de 78 personas, de ellas 50 juegan fútbol, 32 básquet y 23 voley. Además 6 figuran en los 3 deportes y 10 no practican ningún deporte. Si "x" es el total de personas que practican exactamente un deporte, "y" es el total de personas que practican exactamente 2 deportes, entonces el valor de (x–y) es:

A) 9 B) 10 C) 12
D) 15 E) 16

RESOLUCIÓN



a + b + c = y
x : solo un deporte

Del universo:
44–a–b+b+17–b–c+32+10 = 78
a + b + c = 25 = y

También:
x + y + 6 + 10 = 78 → x = 37
∴ x – y = 12

RPTA.: C

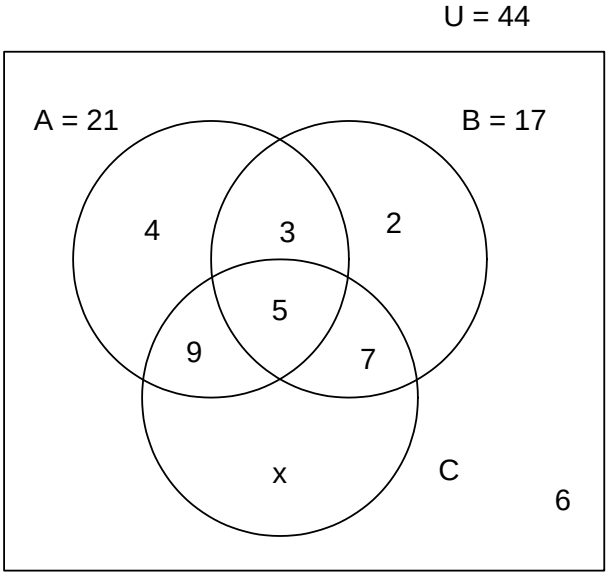
365. Dado el conjunto universal "U" y los subconjuntos A, B y C; se tiene los siguientes datos:

n(U) = 44 n(B∩C) = 12
n(A∩C) = 14 n[(A∪B∪C)′]=6
n(A∩B∩C) = 5 n(B) = 17
n(A) = 21 n(A∩B∩C′) =3

Hallar n(C)

A) 31 B) 27 C) 29
D) 26 E) 28

RESOLUCIÓN
n(A∩B∩ C) =3
n[(A∩B)–C] =3



21 + 2 + 7 + 6 + x = 44 → x = 8
n(C) = 9 + 5 + 7 + 8 = 29

RPTA.: C

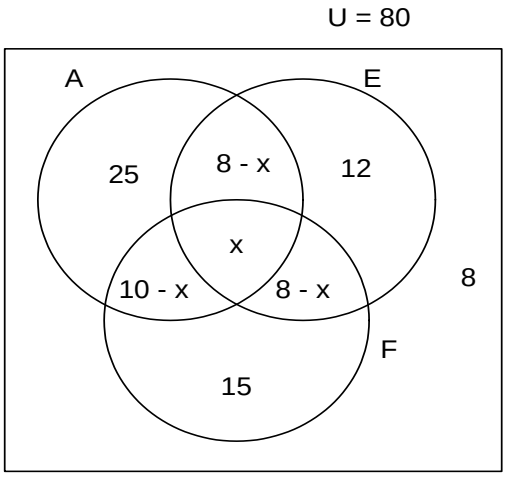
366. En un grupo de 80 estudiantes, se encuentra que las cantidades que estudiaban las diversas lenguas eran en número de 72, distribuidas de la siguiente manera:

* Alemán solamente 25
* Español solamente 12
* Francés pero no alemán ni español, 15
* Alemán y francés 10
* Alemán y español 8

Además los que estudiaban español y francés eran tantos como los que estudiaban alemán y español. Determinar cuántos estudiaban 2 lenguas solamente o estudiaban las 3 lenguas.

A) 14 B) 20 C) 12
D) 8 E) 18

RESOLUCIÓN



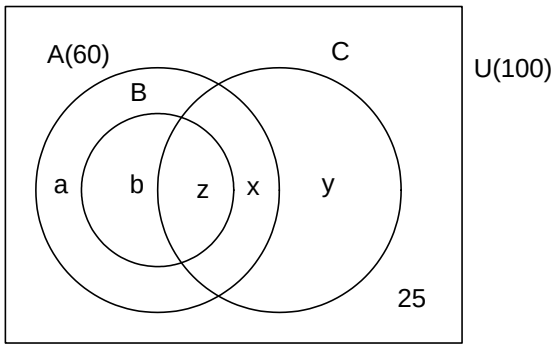
Dos lenguas solamente ó tres lenguas
= (80) – (25 + 15 + 12 + 8)
= 20

RPTA.: B

367. En una encuesta realizada a 100 trabajadores de una fábrica se obtuvo la siguiente información: todos los hombres tenían más de 20 años, 25 de las mujeres eran casadas mientras que 15 de los trabajadores casados tenían más de 20 años y 10 de las mujeres casadas tenían más de 20 años. Si hay 60 que tienen más de 20 años, hallar la diferencia entre el número de trabajadores con menos de 20 años y el número de mujeres solteras con menos de 20 años.

A) 5 B) 10 C) 15
D) 18 E) 8

RESOLUCIÓN



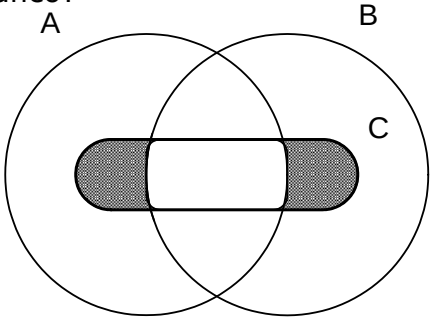
A: personas con más de 20 años
B: hombres
C: casados

Por datos:
x + y = 25
x + z = 15
x = 10
y = 15
z = 5

* Trabajadores con menos de 20 años: 15 + 25 = 40
* Mujeres solteras con menos de 20 años = 25
40 – 25 = 15

RPTA.: C

368. ¿Qué operación representa el gráfico?



A) $[(A \cap C) \cup (B \cap C)] - C$
B) $[(A - B) \cup (B - A)] - C$

C) $C - (A \cap B)$
D) $(C - A) \cup (C - B)$
E) $(A \cap B)' - C$

RESOLUCIÓN

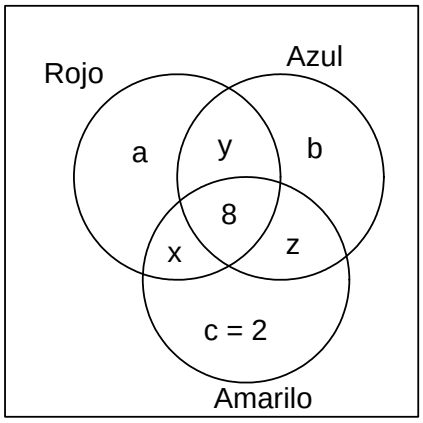
RPTA.: C

369. En un colegio hay 35 niños. Cada uno de ellos tiene una bandera que puede ser monócroma, bicolor o tricolor, habiéndose usado únicamente 3 colores: rojo, amarillo y azul. El número de banderas bicolor es el doble del número de banderas monocromas, mientras que el número de banderas que tienen el color rojo es igual al número de banderas que tienen el color azul e igual al número de banderas que tienen el color amarillo. Si sólo 8 niños tienen banderas tricolor y dos alumnos banderas color amarillo. ¿Cuántas banderas bicolor rojo – azul hay?

A) 2 B) 3 C) 5
D) 7 E) 10

RESOLUCIÓN

U = 35



Datos:
$a + b + x + y + z = 25$ .....(1)
$x + y + z = 2(a + b + c)$ ....(2)
(2) en (1)
$a + b + 2\ (a + b + 2) = 25$
$3(a + b) = 21$
$a + b = 7$

Dato:
$a + x + y = y + z + b = x + z + c$
$a + 18 - z = 18 - x + b = 18 - y + c$
De donde:

$$a = z - y + c$$
$$\underline{b = x - y + c}$$

Sumando: $7 = x + z - 2y + 4$
$7 = 18 - y - 2y + 4$
$3y = 15$
$y = 5$

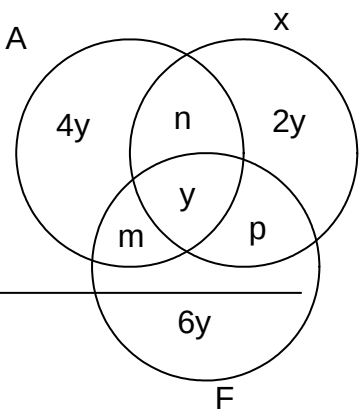
RPTA.: C

370. A cuántas personas le gusta 2 cursos solamente si la cantidad de personas que le gusta aritmética pero no álgebra ni física es el doble de los que les gusta álgebra, pero no aritmética ni física y además a los que les gusta física pero no aritmética ni álgebra es el triple de los que les gusta álgebra pero no aritmética ni física y a los que les gusta los 3 cursos es la cuarta parte de los que les gusta aritmética pero no álgebra ni física, si a 24 personas le gusta solamente un curso y además el total de personas que gusta de al menos un curso es 36.

A) 5 B) 8 C) 12
D) 4 E) 10

RESOLUCIÓN

A: aritmética
X: álgebra
F: física



Datos:

$A - (x \cup F) = 2[x - (A \cup F)]$

$F - (A \cup x) = 3[x - (A \cup F)]$

$$A \cap x \cap F = \frac{1}{4}\left[A - \left(x \cup F\right)\right]$$

$A \cap x \cap F = y$

Por dato:

$4y + 2y + 6y = 24$

$12y = 24$

$y = 2$

$13y + m + n + p = 36$ .... dato

$13 \times 2 + m + n + p = 36$

$m + n + p = 10$

RPTA.: E

371. A, B y C son conjuntos contenidos en un mismo universo, simplifique la siguiente expresión:

$E = \{\{[(A \cap B) \cap (A \cup B')] \cup (A \cap B')\} \cup (C - A)\} \cup \{((A \cup C) - (A \Delta C)\}$

A) $A \cup C$ B) B C) A
D) $A \cap C$ E) C

RESOLUCIÓN

$E = \{\{[(A \cap B) \cap (A \cup B^C)] \cup (A \cap B^C)\} \cup (C - A)\} \cup (A \cap C)$

$A \cap (B \cap (A \cup B^C)) \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

$A \cap (B \cap A)$

$(A \cap B) \cup (A \cap B^C)$

$[(A \cap B) \cup A] \cap [(A \cap B) \cup B^C]$

$A \cap (A \cup B^C)$

$A \cup (C \cap A^C)$

$(A \cup C) \cup (A \cup C)$

$(A \cup C)$

RPTA.: A

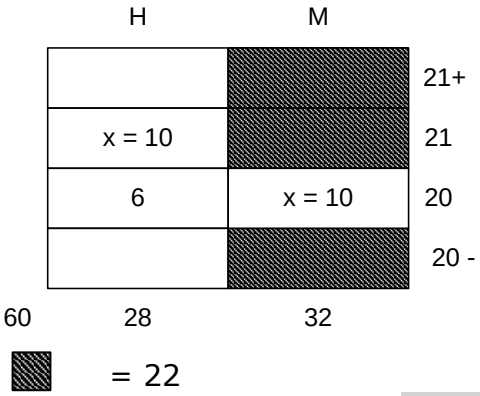
372. De 60 personas se sabe:

* 6 hombres tienen 20 años
* 18 hombres no tienen 21 años
* 22 hombres no tienen 20 años
* Tantas mujeres tienen 20 años como hombres tienen 21 años.

¿Cuántas mujeres no tienen 20 años?

A) 18 B) 20 C) 24
D) 22 E) 28

RESOLUCIÓN



RPTA.: E

373. De un grupo de personas se sabe lo siguiente:

* Algunos provincianos son casados.
* Todos los profesores no son provincianos.
* Ninguno de los que tienen hijos es profesor
* Todos los casados tienen hijos
* 9 personas no son provincianas, ni casadas, pero tienen hijos.
* Hay 12 profesores y son tantos como el número de casados
* De los 25 provincianos, 15 tienen hijos.
* 5 casados no son limeños
* 10 limeños no son profesores ni tienen hijos.

¿Cuántas personas conforman el grupo y cuántos no tienen hijos, ni son profesores?

A) 63 y 20 B) 57 y 10
C) 59 y 23 D) 64 y 9
E) 63 y 22

RESOLUCIÓN



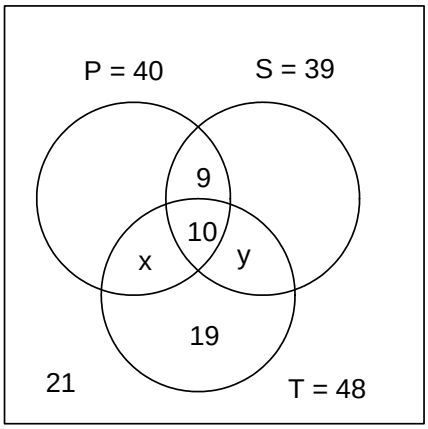
Total = 63
No tienen hijos ni son profesores = 20

RPTA.: A

374. En una academia de 100 alumnos, se rindieron 3 simulacros con los siguientes resultados: 40 aprobaron el primero; 39 el segundo; y 48 el tercero. 10 aprobaron 3 simulacros. 21 ninguno; 9 los dos primeros, pero no el tercero; 19 el tercero, pero no los dos primeros.
¿Cuántos aprobaron por los menos dos exámenes?

A) 19 B) 38 C) 24
D) 27 E) 29

RESOLUCIÓN



U = 100

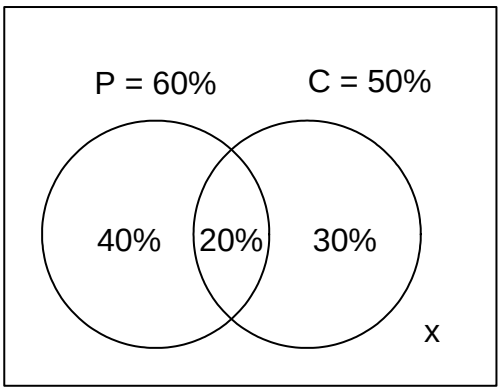
x + y + 10 + 19 = 48
x + y + 19 = 38

RPTA.: B

375. En una ciudad el 60% de los habitantes comen pescado; el 50% come carne; el 40% de los que comen carne también comen pescado. ¿Qué porcentaje de los habitantes no comen pescado ni comen carne?

A) 15% B) 23% C) 20%
D) 10% E) 30%

RESOLUCIÓN



U = 100%

$$\frac{40}{100} \times 50\% = 20\%$$

60% + 30% + x = 100%
X = 10%

RPTA.: D

SEMANA 3:
NUMERACIÓN I

376. Calcule "a" si:

$$\overline{a\left(\frac{p}{3}\right)n}_{(9)} = \overline{(2c+1)aa}_{(7).}$$

Además $\overline{5p7}_{(n)} = \overline{\left(\frac{c}{2}\right)4c3}_{(p)}$

A) 2 B) 3 C) 4
D) 5 E) 6

RESOLUCIÓN

$$\underbrace{\overline{5p7}_{(n)}}_{n>7} = \underbrace{\overline{\left(\frac{c}{2}\right)4c3}_{(p)}}_{p>4}; \underbrace{\overline{a\left(\frac{p}{3}\right)n}_{(9)}}_{n<9} = \underbrace{\overline{(2c+1)aa}_{(7)}}_{c<3}$$

C= par $p = 3$ ó 6

$\rightarrow n = 8 \;;\; p = 6 \;;\; c = 2$

Luego:

$\overline{a28}_{(9)} = \overline{5aa}_{(7)}$

$81a + 2\times 9 + 8 = 245 + 7a + a$

$81a + 26 = 245 + 8a$

$73.a = 219 \rightarrow a = 3$

RPTA.: B

377. ¿Cuántos valores puede tomar "k" en $\frac{k_n}{kk_{(n)}} = 0,125$?

A) 4 B) 5 C) 6
D) 7 E) 8

RESOLUCIÓN

$$\frac{k_{(n)}}{kk_{(n)}} = 0,125 = \frac{1}{8}$$

Descomponiendo

$$= \frac{k}{kn+k} = \frac{1}{8} \Rightarrow \frac{\cancel{k}}{\cancel{k}(1+n)} = \frac{1}{8}$$

$$= \frac{1}{n+1} = \frac{1}{8} \Rightarrow n+1 = 8$$

$$n = 7$$

Pero $k < n = 7$

$k = 1;2;3;4;5;6$

K puede tomar 6 valores

RPTA.: C

378. Si:

$\overline{n(n+1)(n+2)(n+3)(n+4)}_{(n+5)} = \overline{abcd}_{(7)}$

Halle: $(a+b+c+d)$

A) 10 B) 12 C) 13
D) 11 E) 14

RESOLUCIÓN

$\overline{n(n+1)(n+2)(n+3)(n+4)}_{(n+5)} = \overline{abcd}_{(7)}$

$(n+5) < 7$

$n = 1$

$\overline{12345}_{(6)} = \overline{abcd}_{(7)}$

	1	2	3	4	5
6	↓	6	48	306	1860
	1	8	51	310	1865

$\therefore 1865 = 5303_{(7)} = \overline{abcd}_{(7)}$ a=5, b=3, C=0, D=3

a + b + c + d = 11

RPTA.: B

379. Halle $(m+n+p)$, si $110_{(n)}, 81_{(n+1)}$ y $\overline{1mp}_{(n-1)}$ son números consecutivos.

A) 15 B) 14 C) 13
D) 12 E) 11

RESOLUCIÓN

$110_{(n)}; 81_{(n+1)}; \overline{1mp}_{(n-1)}$

Por dato: $110_{(n)} + 1 = 81_{(n+1)}$

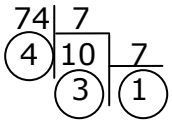
$$n^2 + n + 1 = 8(n+1) + 1$$

$n^2 - 7n - 8 = 0 \Rightarrow (n-8)(n+1) = 0$

n - 8 ; n + 1 $\quad n=8$

$110_{(8)}\ ;81_{(9)}\ ;\overline{1mp}_{(7)}$

$72\ \ ;73\ \ ;74$



$\overline{1mp}_{(7)} = 134_{(7)} \Rightarrow m = 3; p = 4; n = 8$

$m + n + p = 15$

RPTA.: A

380. Sabiendo que : $\overline{a7b}_{(n)} = \overline{aoc}_{(9)}$; además $\overline{6d6}_{(n)} = \overline{mbmb}_{(5)}$. Halle el valor de (m + b + d).

A) 2 B) 4 C) 3
D) 6 E) 8

RESOLUCIÓN

$$\overset{+}{\overline{a7b}_{(n)}} = \overset{-}{\overline{aoc}_{(9)}}$$

$$7 < n < 9 \rightarrow n = 8$$

También por dato:

$\overline{6d6}_{(8)} = \overline{mbmb}_{(5)}$

$6 \times 8^2 + d \times 8 + 6 = \overline{mb}_{(5)}.5^2 + \overline{mb}_{(5)}$

$390 + 8d = 26\,\overline{mb}_{(5)}$

$195 + 4d = 13.\underbrace{\overline{mb}_{(5)}}$

$0 \leftarrow 15$

$d = 0 \rightarrow \overline{mb}_{(5)} = 15 = 30_{(5)}$

$\rightarrow$ m = 3; b = 0

$\therefore m + b + d = 3$

RPTA.: C

381. Calcule el valor de "n" si "m" es máximo en:

$$\underbrace{18_{18.\overset{18_{18(n)}}{\cdots}}}_{\text{"m" veces}} = 123$$

A) 8 B) 9 C) 11
D) 14 E) 10

RESOLUCIÓN

Propiedad tenemos:

$$\underbrace{18_{18.\overset{18_{18(n)}}{\cdots}}}_{\text{"m" veces}} = n + 8 \times m = 123$$

"m" es máximo
n > 8

Pensando:

$m = 14$ (mayor valor)

$n + 8 \times 14 = 123$

$n = 123 - 112$

$n = 11$

RPTA.: C

382. Si:

$$\overline{a(b+1)(c+2)c}_{(9)} = \overline{(b-1)10\ xy\ 12}_{(3)}$$

Calcule: $(a + b + c + x + y)$

A) 9 B) 10 C) 11
D) 12 E) 13

RESOLUCIÓN

Caso Especial: $b \rightarrow b^2$

$$\overline{a(b+1)(c+2)c}_{(9)} = \overline{(b-1)/10/xy/12}_{(3)}$$

$$\overline{a(b+1)(c+2)c}_{(9)} = \overline{(b-1)3(3x+y)(5)}_{(9)}$$

Igualando:

* c = 5
* $b + 1 = 3; b = 2$
* $a = b - 1; a = 1$
* $c + 2 = 3x + y$

$5 + 2 = 3x + y$

$7 = 3x + y$; x = 2 y = 1

Pide: $a + b + c + x + y = 11$

RPTA.: C

383. En la siguiente expresión:

$$M = \overline{4n6}_{(m)} + 54_{(n)} - \overline{3mn}_{(8)}$$

Halle M.

A) 42 B) 532 C) 24
D) 220 E) 44

RESOLUCIÓN

Analizando:

$\overline{54_{(n)}} \longrightarrow n > 5$

$\overline{4n6_{(m)}} \longrightarrow m > 6$

$m > n$

$\overline{3mn_{(8)}} \longrightarrow 5 < n < m < 8$

$\therefore \quad m = 7$ y $n = 6$

$M = 466_{(7)} + 54_{(6)} - 376_{(8)}$

$M = 244 + 34 - 254$

$\therefore$ M = 24

RPTA.: C

384. Si se cumple que:

$$\overline{abca}_{\overline{aa}_{\overline{ab}(n)}} = \overline{17a}_{29}$$

Calcule el valor de "n"

A)3 B)4 C)6
D)9 E)5

RESOLUCIÓN

$\overline{abca}_{\underbrace{\overline{aa}_{\overline{ab}(n)}}_{x}} = \overline{17a}_{(29)}$ $x < 29$

$x \rightarrow$ cambio de variable

$\overline{abca}_{(x)} = \overline{17a}_{(29)} \rightarrow \overline{abc}_{(x)}.x + a = 17_{(29)}.29 + a$

$\overline{abc}_{(x)}.x = 36.29$

Si

$x = 9 \rightarrow \underbrace{\overline{abc}_{(9)}}_{} = \underbrace{116}_{} = \underbrace{138}_{(9)}$

a=1 ; b=3; c=8

Luego:

$x = \underbrace{11}_{n+1}{}_{13(n)} = 9$

$n + 1 + 3 = 9 \rightarrow n = 5$

RPTA.: E

385. Halle $(a + b + c - m - n)$, sabiendo que: $\overline{aba}_{(n)} = \overline{bcn}_{(m)}$

Sabiendo que: m < 9 y b > 4

A) 27 B)3 C)-5
D) -3 E)5

RESOLUCIÓN

$4 < b < a < n < m$ (Ordenando)

$4 < 5 < 6 < 7 < 8$

Luego: $656_{(7)} = 517_{(8)}$

$\therefore \; a + b + c - m - n = 6 + 5 + 1 - 7 = -3$

$\therefore -3$

RPTA.: D

386. Calcule la suma de las dos últimas cifras del numeral: $\overline{16(12)(13)8}_{(n)}$, al expresarlo en el sistema de base $(n + 1)$.

A) 6 B) 7 C) 5
D) 4 E) 3

RESOLUCIÓN

$N = \overline{16(12)(13)(8)}_{(n)} \Rightarrow \text{Base } (n + 1)$

$\overline{16(12)(13)(8)}_{(n)}$ $n+1=11_{(n)}$

11

$5(12)_{(n)}$

$5\ (5)_{(n)}$

$7(13)_{(n)}$

$7\quad 7_{(n)}$

$68_{(n)}$

$66_{(n)}$

2

$1576_{(n)}$ $11_{(n)}$

$11_{(n)}$ $143_{(n)}$ $11_{(n)}$

$47_{(n)}$

$44_{(n)}$

$36_{(n)}$

$33_{(n)}$

3

$\rightarrow N=\overline{...32}_{(n+1)}$

$\sum$ de las 2 últimas cifras = 5

RPTA.: C

387. Si se cumple:

$$\overline{\left(\frac{9}{m}\right)\left(\frac{6}{m}\right)\left(\frac{12}{m}\right)}_{(2m-1)}=\overline{abcd}_{(x)}$$

Calcule $a+b+c+d+m+x$

A) 8 B) 10 C) 12
D) 13 E) 15

RESOLUCIÓN

$$\overline{\left(\frac{9}{m}\right)\left(\frac{6}{m}\right)\left(\frac{12}{m}\right)}_{(2m-1)}=\overline{abcd}_{(x)}$$

"m" divide a 9; 6 y 12 por tanto m = 3

Reemplazando.

$324_5=\overline{abcd}_x$ a mayor valor aparente menor base $\therefore x<5$

Se verifica para: $\boxed{x=4}$

Por descomposición:

$324_5=3\times5^5+2\times5+4=89$

Por división a base 4:

89 | 4
1 | 22 | 4
2 | 5 | 4
1 | 1

Números equivalentes

$$324_{(5)}=1121_{(4)}=\overline{abcd}_x$$

$a=1;b=1;c=2;d=1;x=4$

$m=3$

$a+b+c+d+x+m=12$

RPTA.: C

388. Calcule : $a+n+m$

Si: $\overline{120a}_{(n)}=\overline{64a}=2553_{(m)}$

A) 12 B) 14 C) 16
D) 18 E) 19

RESOLUCIÓN

$\overline{120a}_{(n)}=\overline{64a}=2553_{(m)}$

$1200_{(n)}=640$

$n^3+2n^2=n^2(n+2)=8^2(8+2)$

$n^3+2n^2(n+2)=8^2(8+2)$

$n=8$

$\overline{64a}=\overline{120a}_{(8)}=2553_{(m)}$; $m>5$

$m<8$

$m=6$

$2553_{(6)}=2\times6^3+5\times6^2+5\times6+3=645=\overline{64a}$

$a=5$

$a+m+n=5+6+8=19$

RPTA.: E

389. Halle "x" en:

$\overline{abx}_{(n)} = \overline{ccn}_{(7)}$, si: $c > 2$ y $b > a$

A)0 B) 2 C) 3
D)5 E) 6

RESOLUCIÓN

$\overline{abx}_{(n)} = \overline{ccn}_{(7)}$...(I) ; $C > 2$; $b > a$

$n < 7$

$\rightarrow 2 < c < a < b < n < 7 \rightarrow c = 3$

$a = 4$

$b = 5$

$n = 6$

Luego en I

$\overline{45x}_{(6)} = 336_{(7)} = 174$

$\Rightarrow \quad \overline{45x}_{(6)} = 450_{(6)} \rightarrow x = 0$

RPTA.:A

390. Si se cumple que:

(2n) numerales

14 = 10 + 1
15 11
14 12
15 13
$\overline{1(n-1)}_n$

¿Cuántas cifras tendrá el menor numeral de la base "n", cuya suma de cifras sea 210, cuando se exprese en la base n^2 ?

A) 6 B) 7 C) 8
D) 9 E) 5

RESOLUCIÓN

Aplicando propiedad.

$15 + n(4) + (n-1).5 = n + 0 + 1 + 2 + 3 + ... + (n-1) + 1$

$9 + 9n = \frac{n(n+1)}{2}$

$9(1+n) = \frac{n(n+1)}{2} \Rightarrow n = 18$

En base $n^2 = 18^2 = 324$

Número $(210)_{(324)} = 02\ 01\ 00_{18}$

Número de cifras =5

RPTA.:E

391. Halle $(a+b+n+k)$ en la siguiente expresión:

$\overline{9ab}_{(k)} = 213312_{(n)}$; donde $k = n^2$

A) 18 B) 24 C) 28
D) 41 E) 37

RESOLUCIÓN

Luego: $n = \sqrt{k} \Rightarrow n^2 = k$

$\overline{9ab}_{(n^2)} = 213312_{(n)}$

Transformando de base (n) a base (n^2)

21	33	$12_{(n)}$
9	a	$b_{(n^2)}$

$21_{(n)} = 9 \quad \Rightarrow n = 4$; $k = 16$

$33_{(4)} = a \quad \Rightarrow a = 15$

$12_{(4)} = b \quad \Rightarrow b = 6$

$a + b + n + k = 41$

RPTA.: D

392. El mayor número de 3 cifras diferentes de la base n, se escribe en base 8 como 4205. Halle n.

A) 10 B) 11 C) 12
D) 13 E) 14

RESOLUCIÓN

Sea: $\overline{abc}_{(n)}$ el mayor $(a \neq b \neq c)$

$\overline{abc}_{(n)} = \overline{(n-1)(n-2)(n-3)}_{(n)} = \overline{4205}_8$

pasando a base 10.

$(n-1)n^2 + (n-2).n + n - 3 = 4\times 8^3 + 2\times 8^2 + 0\times 8 + 5 = 2181$

$n^3 - n = 2184$

$n(n^2-1) = 2184$

$n(n+1)(n-1) = 2184$

$(n-1)(n)(n+1) = 12\times 13\times 14$

$n = 13$

RPTA.: D

393. Se desea repartir S/. 1000000 entre un cierto número de personas, de tal modo que lo que les corresponda sea:

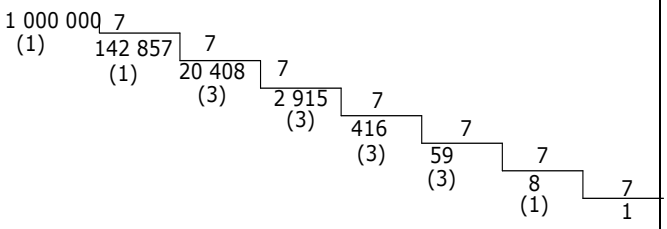
S/. 1 ; S/. 7 ; S/. 49 ; S/. 343;…

y que no más de 6 personas reciban la misma suma. ¿Cuántas personas se beneficiaron?

A) 16 B) 15 C) 14
D) 13 E) 12

RESOLUCIÓN

Transformando a base 7:



$1\ 000\ 000 = 11\ 333\ 311_{(7)}$

Número de personas:

$1+1+3+3+3+3+1+1 = 16$

$\therefore N = 16$

RPTA.: A

394. Si se cumple:

$\overline{a10b11b}_{(2)} = \overline{15c}_{(8)}$

Halle: $(a+b+c)$

A)6 B) 7 C)5
D)9 E) 10

RESOLUCIÓN

$\overline{a\,|10b|\,11b}_{(2)} = \overline{15c}_{(8)}$

$\overline{a(4+b)(6+b)}_{(8)} = \overline{15c}_{(8)}$

$*\ a = 1$
$*\ 4+b = 5; b = 1$
$*\ 6+b = c\ ; c = 7$
$*\ a+b+c = 9$

RPTA.: D

395. Si se cumple: $\overline{ab}_{(n)} = \overline{ba}_{(7)}$

Halle la suma de cifras de n ; si es el máximo valor posible.

A) 37 B) 13 C) 11
D) 21 E) 10

RESOLUCIÓN

Descomponiendo:

$na + b = 7b + a$

$n = \dfrac{6b}{a} + 1$

$a < 7 \ \text{ y } \ b < 7$

$a = 1; b = 6$

$n = 37 \quad \Rightarrow \quad 3+7 = 10$

RPTA.: D

SEMANA 4

NUMERACIÓN II

396. Si el término $\overline{ab}$ avo de la siguiente serie aritmética es $\overline{ba}$.

Calcule "a +b" si: 30;…;48;51…

A) 6 B) 7 C) 8
D) 9 E) 10

RESOLUCIÓN

30;…;48;51…

Razón: 3.

Término 1: 30

Término n: $t_n = t_1 + (n-1)\times$ razón

$$t_{\overline{ab}} = 30 + (\overline{ab} - 1)\times 3 = \overline{ba}$$

Descomponiendo:

$30+3x\overline{ab}-3=\overline{ba}$

$30+3(10a+b)-3=10b+a$

$27+29 \times a = 7 \times b$

$\downarrow \qquad \downarrow$

1 8

a=1; b=8

a+b=9

RPTA.: D

397. Dada la siguiente progresión aritmética:

$$\underbrace{\overline{aa0};\overline{ab(a+2)};\overline{a(b+1)(3b)};.....\overline{(3a)05}}_{\text{"n" términos}}$$

Halle: a+b+n

A) 15 B) 16 C) 17
D) 18 E) 19

RESOLUCIÓN

$$\overbrace{\overline{aa0};\overline{ab(a+2)};\overline{a(b+1)(3b)};.....\overline{(3a)05}}^{\text{"n" términos}}$$

$$r = \overline{ab(a+2)} - \overline{aa0} = \overline{a(b+1)(3b)} - \overline{ab(a+2)}$$

r = 10b+a+2-10a=10(b-1)+3b-10b-a-2

r =10b-9a+2=3b-a+8

$7b = 8a+6 \rightarrow r = 13$

$\downarrow \quad \downarrow$

2 1

$n= \frac{305-110}{13}+1=16$

a + b + n=19

RPTA.: E

398. ¿Cuántos términos tiene la siguiente progresión aritmética:

$233_{(x)};242_{(x)};301_{(x)};.....;1034_{(x)}$

A) 26 B) 17 C) 20
D) 19 E) 22

RESOLUCIÓN

Cálculo de la razón R:

$242_{(x)} - 233_{(x)} = 301_{(x)} - 242_{(x)}$

Descomponiendo polinómicamente

$(2x^2+4x+2)-(2x^2+3x+3)=$

$(3x^2+1)-(2x^2+4x+2)$

$x = 5 \rightarrow R = x - 1 \rightarrow R = 4$

$233_{(5)};242_{(5)};301_{(5)};.....;1034_{(5)}$

$+4 \quad +4$

$n = \frac{1034_5 - 233_5}{4} + 1$

n = 20

RPTA.: C

399. En la numeración de las páginas impares de un libro se han empleado 440 tipos de imprenta. ¿Cuántas páginas puede tener el libro?

A) 165 B) 330 C) 320
D) 145 E) 325

RESOLUCIÓN

Suponiendo la última página con numeración PAR.

Cantidad de cifras de las páginas impares:

$$\underbrace{1, 3, 5, 7, 9,}$$

5#s

5 x 1 = 5 cifras

$\underbrace{11, 13, 15, 17, \ldots\ldots, 97, 99}$

45#s

45x2=90cifras

$\underbrace{101, 103, 105, 107, \ldots\ldots}$

440-(5+90) = 345 cifras

Se han utilizado 345 cifras para escribir números de3 cifras:

3 cifras = $\frac{345}{3} = 115$

números de 3 cifras

Total de páginas impares
= 5+45+115=165 páginas.

Total de páginas =330

RPTA.: B

400. Al escribir la secuencia adjunta que tiene 113 términos. ¿cuantas cifras en total se han utilizado?

$66^{67}, 69^{70}; 72^{73}; 75^{76}; \ldots\ldots\ldots$

A) 664 B) 665 C) 620
D) 653 E) 655

RESOLUCIÓN

$\underbrace{66^{67}, 69^{70}; \ldots 96^{97}}_{11\#s}; \underbrace{99^{100}}_{1\#}; \underbrace{102^{103} \ldots \overline{abc}^{\overline{abc}+1}}_{101\#s}$

$\underbrace{\quad}_{11 \times 4}$ $\underbrace{\quad}_{1 \times 5}$ $\underbrace{\quad}_{101.6}$

RPTA.: E

401. Las 72 primeras páginas de un libro utilizan 69 tipos de imprenta menos en su numeración que las utilizadas por las 72 últimas ¿Cuántas páginas tiene el libro?

A) 159 B) 157 C) 148
D) 195 E) 185

RESOLUCIÓN

La numeración de las páginas será:

$\underbrace{1, 2, 3, 4, \ldots\ldots, 71, 72,}$ ……..,

"x" Cifras utilizadas

$(n-72), \underbrace{(n-71), (n-70)\ldots\ldots, N}$

"(x+69)" cifras utilizadas

(La cantidad de cifras del 1 al 72) = (72+1)2-11=135

La cantidad de cifras utilizadas en las 72 últimas páginas será:

135+69=204

Entonces si al total de cifras desde 1ª "N", le quitamos el total de cifras utilizadas desde 1 hasta (N-72) es igual a 204.

Asumiendo para N=3

$(N+1)3 - 111 - \left[(N-72+1)2 - 11\right] = 204$

N=159

RPTA.: A

402. En la siguiente serie, halle el término que ocupa el lugar ante penúltimo.

3, 9, 17, 27,……., 699

A) 559 B) 597 C) 647
D) 649 E) 585

RESOLUCIÓN

$t_n = t_1 + (n-1).r_1 + \frac{(n-1)(n-2)}{2}.r^2$

En el problema

$t_n = 699 = 3 + (n-1).6 + \frac{(n^2 - 3n + 2)}{2}.2$

$700 = n^2 + 3n \rightarrow n = 25$

$$t_{23} = 3 + 22.6 + \frac{22.21}{2\not}.2\not = 597$$

RPTA.:B

403. ¿Cuántos números de la forma:

$\overline{a(a+1)b(b-2)c(c/2)\left(\sqrt{d}\right)}$

existen?

A) 960 B) 2160 C) 3200
D) 3600 E) 2400

RESOLUCIÓN

$N = \overline{a(a+1)b(b+2)c(c/2)\left(\sqrt{d}\right)}$

1	2	0	0
2	3	2	1
3	4	4	2
.	.	6	.
.	.	8	.
.	.		.
.	.		.
7	.		.
8	9		9

C#s= 8 x 8 x 5 x 10 =3200

d= 0; 1; 4; 9; 16;…..; 8^2 ; 9^2

RPTA.: C

404. En que sistema de numeración existen 136 números de las formas: $\overline{a(a+b)b}_{(K)}$

A) 16 B) 17 C) 18
D) 19 E) 20

RESOLUCIÓN

a+b= k-1 (máximo)
a=1; b=0; 1; 2; 3…;k-2 →k-1
a=2; b=0; 1; 2; ….;k-3 →k-2
a=3; b=0; 1; 2; ….;k-4 →k-3
. .
. .
. .
a=k-2; b=0,1→2
a=k-1; b=0 →1

$$\therefore \#s = \frac{(k-1)(k)}{2} = 136$$

$$(k-1)k = 8 \times 17 \times 2$$

k=17

RPTA.: B

405. ¿Cuántos números de tres cifras existen, que tengan por lo menos una cifra par y por lo menos una cifra impar?

A) 500 B) 625 C) 675
D) 635 E) 600

RESOLUCIÓN

Sabemos:

$\overline{a\ b\ c}$

↓ ↓ ↓

9x10x10=900 números de 3 cifras

Para hallar los números de3 cifras que tengan al menos 1 cifra impar y 1 cifra par, al total de números de 3 cifras se le debe restar los números de 3 cifras pares e impares luego:

de 3 cifras pares

a	b	c
2	0	0
4	2	2
6	4	4
8	6	6
	8	8

4 x 5 x 5 = 100#s

de 3 cifras impares

a	b	c
1	1	1
3	3	3
5	5	7
7	7	5
9	9	9

5 x 5 x 5 = 125 #s

Entonces: 900-(100+125)675 #s

RPTA.: C

406. ¿Cuántos números capicúas existe entre 800 y 80000?

A) 900 B) 800 C) 700
D) 750 E) 810

RESOLUCIÓN

800 < "capicúas"< 80000
Capicúas

$\overline{aba}$; $\overline{abba}$;

$\overline{aba}$	$\overline{abba}$
8 0	1 0
9 1	2 1
2	3 2
.	. .
.	. .
.	. .
9	9 9
2x10 = 20	9x10=90

$\overline{abcba}$

1 0 0
2 1 1
1 2 2
. . .
. . .
. . .
7 9 9

7x10x10=700

C#s Capicúas= 20+90+700=810

RPTA.: B

407. ¿Cuántos números de 10 cifras hay en base 16 tal que el producto de sus cifras sea 30?

A) 990 B) 800 C) 720
D) 500 E) 600

RESOLUCIÓN

Casos: I II

Producto de =30= 2x3x5 = 5x6 cifras

III IV

=15 x 2 =10 x 3

Caso I : 10x9x8 = 720#s
Caso II : 10x9 = 90#s
Caso III: 10x9 = 90#s
Caso IV : 10x9 = 90#s
Total = 990#s

RPTA.: A

408. ¿En que sistema de numeración hay 66 números capicúas de 5 cifras, que exactamente tenga 2 veces la cifra 2 en su escritura?

A) 5 B) 6 C) 7
D) 8 E) 9

RESOLUCIÓN

Nro capicúa: $\overline{abcba}$

Tenga 2 cifras "2"

En su escritura:

$\overline{2\,b\,c\,b\,2}_{(x)}$	$\overline{a\,2\,c\,2\,a}_{(x)}$
0 0	1 0
1 1	3 1
3 3	. 3
. .	. .
. .	. .
. .	. .
$(x-1)\,(x-1)\,(x-1)\,(x-1)$	$(x-1)\,(x-1)\,(x-1)\,(x-2)$

$$(x-1)^2+(x-2)(x-1)=66$$
$$(x-1)[x-1+x-2]=66=6\times 11$$
$$(x-1)[2x-3]=(7-1)[2\times 7-3]$$
$$x=7$$

RPTA.: C

409. Se escriben en forma consecutiva los números enteros positivo uno a continuación del otro hasta emplear 2226 cifras. ¿Cuál es la cifra que ocupa el último lugar?

A) 5 B) 6 C) 7
D) 8 E) 9

RESOLUCIÓN

2226 cifras

1,2,…9; 10,11,….99,100,……U

9 #s 90 #s

Cifras: 9x1 90x2 2037 cifras

$$2037 \mid 3$$
$$679 \quad \#\text{ s de 3 cifras}$$

$\rightarrow 679=(U-100)+1 \rightarrow U=778$

Última cifra =8

RPTA.: D

410. Un libro se empieza a enumerar desde una primera página y se observa que 58 números comienzan

con la cifra 7. ¿Cuántos números escritos terminan con la cifra 7?

A) 76 B) 67 C) 70
D) 74 E) 73

RESOLUCIÓN

La numeración de las páginas que comienzan con la cifra 7 será:

$\underbrace{1,2,3,\ldots,7}_{1\#s},\ldots\ldots,\underbrace{70,71,\ldots,78,79}_{10\#s}\ldots,$

$\underbrace{700,701,702,..,746}_{47\#s}$

El libro tiene 746 páginas
La secuencia de las páginas que terminan con la cifra 7 será:

7,17,27,37,47,…….,717,727,737

Total de números que terminan en la cifra 7:

$$\text{Total}=\frac{737-7}{10}+1=74$$

Total= 74 números

RPTA.: D

411. Se han arrancado las 50 últimas hojas de un libro, notándose que el número de tipos de imprenta que se han utilizado en su numeración, ha disminuido en 361. ¿Cuántos tipos de imprenta se han utilizado en la numeración de las hojas que quedaron.

A) 2 661 B) 2 771 C) 2 769
D) 2 772 E) 2 774

RESOLUCIÓN

En total de páginas =100
Si las 100 páginas arrancadas fueran todas de 4 cifras, faltarían en total 400 tipos de imprenta, pero sólo faltan 361, esto indica que algunas páginas son de 3 cifras.

Si cada página de 4 cifras reemplazamos por una de 3 cifras, la cantidad de tipos disminuye en 1.

Cantidad de páginas de 3 cifras = 400 -361 =39

La última página de 3 cifras es la 999
La última página de 3 cifras que quedaron es =999-39=960
Cantidad de tipos=3(960+1)-111=2 772

Total de tipos = 2 772

RPTA.: D

412. Si de los números del 1 a 1000, no se marca ni un solo número que contenga la cifra 4 ó la cifra 7 ¿Cuántos números se marcan?

A) 506 B) 510 C) 511
D) 512 E) 515

RESOLUCIÓN

Sin 4 ó 7 del 1 al 1000, por análisis combinatorio tenemos:

* De 1 cifra:(1,2,3,5,6,8,9)=7#s

* De 2 cifras: $\overline{a\ b}$
$7 \times 8 = 56$ #s

* De 3 cifras: $\overline{a\ b\ c}$
$7 \times 8 \times 8 = 448$ #s

* De 4 cifras: $(1000) \rightarrow 1\#$

Luego : 7 +56 +448+1 =512#s

RPTA.: D

413. Un libro tiene entre 100 y 1500 páginas, si en las 40 últimas páginas utiliza 155 cifras ¿Cuántas

cifras tendría si se enumerara en el sistema octal?

A) 3555 B) 4005 C) 3750
D) 4125 E) 4325

RESOLUCIÓN

x números de 3 cifras

$x+y=40 \quad x=5$

y números de 4 cifras

$3x+4y=155 \quad y=35$

Última página $=1034 = 2012_8$

cifras $= 4(2013)_8 - 1111_8 = 3555$

RPTA.: A

414. Sea la P.A.:

$$\overline{4a6};.....;\overline{68b};\overline{6c(b-2)};\overline{70d}$$

donde el término del trigésimo lugar de la P.A. es $\overline{68b}$.
Halle (a + b + c + d).

A) 26 B) 24 C) 30
D) 25 E) 13

RESOLUCIÓN

$$\overline{4ab};.....;\overbrace{\overline{68b};\overline{6c(b-a)}};\overline{70d}$$

$r=8;\ c=9$

$$t_{30} = \overline{68b} = \overline{4a6} + 29.(8)$$

$$680 = \overline{406} + 10a + 232$$

$$42 + b = 10.a \rightarrow d = 4$$

$8 \quad 5$

$\therefore$ a+b+c+d+=26

RPTA.: A

415. Halle la diferencia de las bases de 2 sistemas de numeración; si uno tiene 56 números capicúas de 3 cifras más que el otro, y que la suma de dichas bases es 15.

A) 5 B) 4 C) 3
D) 6 E) 7

RESOLUCIÓN

Nros capicúas: $\overline{aba}_{(w)}$; $\overline{xyx}_{(z)}$

Además: w+z=15

Método combinatorio:

$\overline{a \quad b \ a}_{(w)}$
1 0
2 1
3 2
. 3
. .
. .
. .
$(w-1) \quad (w-1)$

$(w-1). \quad w$

$\overline{x \quad y \quad x}_{(z)}$
1 0
2 1
3 2
.
. .
. .
. .
$(z-1) \quad (z-1)$

$(z-1). \quad z$

Por dato:

$$(w^2 - w) - (z^2 - z) = 56$$
$$(w^2 - z^2) + (z - w) = 56$$
$$(w - z)\underbrace{(w + z - 1)}_{14} = 56$$

$$w - z = \frac{56}{14} = 4$$

RPTA.: B

416. Una persona empieza a numerar las páginas de un libro desde el número 4000, se detiene en el número que representa la cantidad de cifras utilizadas. Dar la suma de las cifras del último número.

A) 12 B) 13 C) 11
D) 14 E) 15

RESOLUCIÓN

Sucesión será:

4000;4001;4002……;N

"N" tipos de imprenta

Planteando el enunciado:
(Cantidad de números) x 4 =N

$4(N - 3999) = N$

3N= 4x 3999
N= 4(1333) =5332
N=5332

Suma de cifras: 5+3+3+2=13

RPTA.: B

417. Al enumerar las páginas de un libro en base siete se emplean 996 cifras. Indicar la suma de las cifras del numeral correspondiente a la última página.

A) 4 B) 5 C) 6
D) 7 E) 8

RESOLUCIÓN

$\underbrace{1;2;...6;}\ \underbrace{10_7;...;\ 66_7;}$

6 números $6 0_7$ números

$\underbrace{100_7 ... 666_7}\ \underbrace{1000_7 .. \overline{abcd}_{(7)}}$

600_7 números x números

6cifras+ 42x2 cifras +294x3 cifras +x.4 =996

4x=996-972
4x=24
x=6 números

$\overline{abcd}_{(7)} = 1005_{(7)}$

1 + 0+ 0+ 5=6

RPTA.: C

SEMANA 5
ADICIÓN - SUSTRACCIÓN

418. Si :

$\overline{a0ca} + \overline{8abc} + \overline{b7c8} + \overline{ccab} = 24022$

Halle: $(a \square b^2 \square c)$

A) 270 B) 256 C) 320
D) 245 E) 325

RESOLUCIÓN

Si:

$\overline{a0ca} + \overline{abc} + \overline{b0c0} + \overline{ccab} =$

24022 - 8000 -708=15314.

Entonces: a + b + c =14
(único valor que cumple)

* 1+(a+ b+ c)+c =.....1
15 + c=.....1 $\Rightarrow$c = 6

* 2 + a + c = ...3
8 + a = ...3 $\Rightarrow$ a = 5

* 1+ a + b + c = 15
1 + 5 + b +6 = 15 $\Rightarrow$ b=3

$\therefore \quad a \times b^2 \times c = 5 \times 3^2 \times 6 = 270$

RPTA.: A

419. Halle : $(a+b+c)$; si n + x =16 y

$\overline{x1x} + \overline{x2x} + \overline{x3x} + ... + \overline{x(n-1)x} = \overline{abc4}$

A) 13 B) 14 C) 15
D) 16 E) 19

RESOLUCIÓN

n + x = 16 ; (n – 1) . x = ... 4
n = 10
x = 6

SEMANA 6
MULTIPLICACIÓN-DIVISIÓN

420. Si al multiplicando y multiplicador se le disminuye en 2 y 4 respectivamente, el producto disminuye en 198. Halle la suma de los factores de dicha multiplicación si su diferencia es 8.

A) 63 B) 65 C) 67
D) 66 E) 69

RESOLUCIÓN

M x m = P
↓ ↓

(M-2)(m-4) =P-198
M×m-4M-2m+8= P-198
206 =4M + m x 2

$$+\left\{\begin{array}{l}103=2M+m\\ 8=M-m\end{array}\right\}+$$
111 = 3M; M = 37
m = 29
M + m = 66

RPTA.: D

421. Si $\overline{abcd}_7 \times 2222_7 = ...3125_7$

Halle el número de divisiones de dividendo $\overline{\left(\frac{d}{b}\right)ca}$ y residuo $\overline{ab}$

A) 1 B) 2 C) 4
D) 5 E) 6

RESOLUCIÓN

$\overline{abcd}_7.2222_7 = ...3125_7$

Multiplicando por 3.
$\overline{abcd}_7.2222_7 = ...3125_7$;

Expresando:

$6666_{(7)} = \left[10000_{(7)} - 1\right]$

$\overline{abcd}_7\,(10000_7 - 1) = \overline{abcd0000}_7 - \overline{abcd}_7 = ...2411_7$

entonces a=4 b=2 c=5 d=6

luego $\overline{\left(\frac{d}{b}\right)ca}$ | Divisor
$\overline{ab}$ | Cociente

→ 354 = divisor. cociente + 42
312= divisor. Cociente
además divisor >42
→ divisor =52,104,78,156,312
→ hay 5 divisiones (tabla de divisores)

RPTA.: D

422. Calcular la cantidad total de números enteros los cuales al ser divididos entre 31, producen un resto triple que el cociente corresponde.

A) 13 B) 4 C) 10
D) 11 E) 12

RESOLUCIÓN

Sea "N" uno de dichos números:
N= 31q + 3q
N= 34q
Además, sabemos: resto < divisor
$\Rightarrow 3q < 31$
$q < 31/3 \Rightarrow q = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\}$
Cantidad de valores =10

RPTA.: C

423. Si multiplicamos al número $\overline{abc}$ por $\overline{n0n}$ (0 = cero) observamos que el producto total es **435 (cada asterisco representa una cifra). Dar como respuesta a + b + c; si además; a<9.

A) 17 B) 16 C) 15
D) 14 E) 13

RESOLUCIÓN

$$\begin{array}{r} \overline{abc} \\ \overline{non} \\ \hline .935 \\ 935 \\ \hline .. 435 \end{array} \quad \left.\begin{array}{l} n = 5 \\ c = 7 \\ b = 8 \\ a = 1 \end{array}\right.$$

$a + b + c = 16$

RPTA.: B

424. Si en una división, el residuo por exceso, residuo por defecto, divisor y cociente son números pares consecutivos. ¿Cuál es el valor del dividendo?

A) 25 B) 52 C) 48
D) 60 E) 56

RESOLUCIÓN

Al ser pares consecutivos, entonces cada uno es igual al anterior incrementado en 2 unidades.

$R_E = N$; $R_D = N + 2$: $d = N + 4$ N; $q = N + 6$

Sabemos que:

$$R_E + R_D = d$$
$$(N+2) + N = (N+4) \rightarrow N=2$$

$R_E = 2$; $R_D = 4$; $d = 6$; q=8

$D = 6 \times 8 + 4 = 52$

RPTA.: B

425. Si: $\overline{abc} \times 47 = ...576$ y $CA(\overline{aa}) \times CA(\overline{ab}) = CA(\overline{xyzw})$. Calcule lo que le falta a $\overline{xyz}$ para que sea un número cuadrado (el menor posible).

A) 36 B) 134 C) 34
D) 68 E) 45

RESOLUCIÓN

$$\begin{array}{r} \overline{abc} \times \\ 47 \\ \hline ...256 \\ ...32 \\ \hline ...576 \end{array}$$

$7 \times c = \overset{o}{10} + 6 \Rightarrow c = 8$

$7 \times b + 5 = \overset{o}{10} + 5 \Rightarrow b = 0$

$7 \times a = \overset{o}{10} + 2 \Rightarrow a = 6$

$$CA(\overline{aa}) \times CA(\overline{ab}) = CA(\overline{xyzw})$$
$$CA(66) \times CA(60) = CA(\overline{xyzw})$$
$$34 \times 40 = CA(\overline{xyzw})$$
$$1360 = CA(\overline{xyzw})$$

$1 + x = 9 \Rightarrow x = 8$
$3 + x = 9 \Rightarrow y = 6$
$6 + z = 10 \Rightarrow z = 4$
$\omega = 0$

$\overline{xyz} = 864$

Falta = 900-864 = 36

RPTA.: A

426. Calcule el producto total de la siguiente multiplicación:
$\overline{a(a+1)}_{(6)} \times \overline{(a+2)(a+3)}_6$

Si la diferencia de sus productos parciales es 29.

A) $1033_{(6)}$ B) $1003_{(6)}$ C) $2002_{(6)}$
D) $2003_{(6)}$ E) $2100_{(6)}$

RESOLUCIÓN

$\overline{(a+2)(a+3)}_{(6)}$ × $\overline{a(a+1)}_{(6)}$ $\quad a < 3$

Productos parciales:

$(a+1)_{(6)} \square \overline{(a+2)(a+3)}_{(6)}$

$a_{(6)} \square \overline{(a+2)(a+3)}_{(6)}$

$\overline{(a+2)(a+3)}_{(6)} = 29 = 45_{(6)}$

$\boxed{a=2}$

Reemplazando:

$$\begin{array}{r} 45_{(6)} \times \\ 23_{(6)} \\ \hline 223_{(6)} \\ 134_{(6)} \\ \hline 2003_{(6)} \end{array}$$

Producto: $2003_{(6)}$

RPTA.: D

427. Si:

$\underbrace{1245124512....}_{38 \text{ cifras}}{}_{(n)} \times \overline{(n-1)(n-1)...(n-1)}_{(n)} = \overline{...abcde5}_{(n)}$

Calcule el producto de cifras del numeral $\overline{abcn}_{(n+1)}$ expresado en base 12.

A) 72 B) 148 C) 321
D) 254 E) 392

RESOLUCIÓN

Como tiene 38 cifras termina en 12.

$...124512_{(n)} \times \overline{...(n-1)(n-1)}_{(n)}$

$= \overline{...abcde5}_{(n)}$; $n > 5$

$2 \times \overline{(n-1)} = \overset{\circ}{n} + 5$

$\Rightarrow$ $2n-2 = n+5$

$\Rightarrow$ $n = 7$

Reemplazando:

$$\begin{array}{r} ...124512_{(7)} \times \\ .....6666_{(7)} \\ \hline ...120305_{(7)} \\ ...120305_{(7)} \\ ...120305 \\ ...120305 \\ ...120305 \\ ...120305 \\ \hline .....542155 \end{array}$$

$\overline{abcde5}_{(7)} = 542155_{(7)}$

$\overline{abcn}_{(8)} = 5427_{(8)} = 2839$

$2839 = 1787_{(12)}$

$1 \times 7 \times 8 \times 7 = 392$

RPTA.: E

428. Se obtienen 4 residuos máximos al dividir $\overline{abcde}$ por 43. Halle: (a+b+c+d+e)

A) 51 B) 45 C) 40
D) 39 E) 42

RESOLUCIÓN

$$\begin{array}{r|l} \overline{abcde} & 43 \\ \hline \overline{42c} & \overline{rpqz} \\ \overline{42d} & \\ \overline{42e} & \\ 42 & \end{array}$$

$\overline{ab} = 43(r) + 42; r = 1$

$\overline{ab} = 85$ $\begin{cases} a=8 \\ b=5 \end{cases}$

$\overline{42c} = 43(p) + 42; p = 9$

$\overline{42c} = 429 \rightarrow c = 9$

$\overline{42d} = 43(q) + 42, \rightarrow q = 9$

$\overline{42d} = 429 \rightarrow d = 9$

$\overline{42e} = 43(z) + 42 \rightarrow z = 9$

$\overline{42e} = 429; \rightarrow e = 9$

a + b + c + d + e =40

RPTA.: C

429. Es una división el residuo por exceso es $\frac{1}{3}$ del divisor. El menor número que se debe sumar al dividendo para aumentar en 2 al cociente es 52. Al triplicar al dividendo, el cociente aumenta en 36. Halle la suma de las cifras del dividendo.

A) 15 B) 17 C) 20
D) 23 E) 24

RESOLUCIÓN

$r_e = \frac{1}{3}d \rightarrow r = \frac{2}{3}d$

Luego:

$$\begin{array}{r|l} D & d \\ \hline \frac{2}{3}d & q \end{array} \rightarrow D = dq + \frac{2}{3}d$$

* $$\begin{array}{r|l} D + 52 & d \\ \hline 0 & q+2 \end{array} \rightarrow D + 52 = d(q+2)$$

$52 + \cancel{dq} + \frac{2}{3}d = \cancel{dq} + 2d$

$52 = \frac{4}{3}d \rightarrow d = 39 \rightarrow r = 26$

*

$$\begin{array}{r|l} 3D & 39 \\ \hline 3x26 & 3q+2 \\ 0 & \end{array}$$

$\rightarrow \quad 3q + 2 - q = 36$

$\rightarrow \quad q = 17$

D= 39 x 17 + 26 = 689

$\sum$ cifras de D = 23 (6 + 8 + 9)

RPTA.: D

430. En una división inexacta por defecto, el divisor y el residuo son 34 y 14 respectivamente, si al divisor se le agrega 5 unidades entonces el cociente disminuye en 2 unidades. Halle el nuevo residuo sabiendo que es el menor posible.

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

RESOLUCIÓN

$$\begin{array}{r|l} D & 34 \\ \hline 14 & q \end{array} \Rightarrow D = 34q + 14$$

$$\begin{array}{r|l} D & 39 \\ \hline r & q-2 \end{array} \Rightarrow D = 39(q-2) + r$$

34q + 14 = 39q – 78 + r

92 =5q + r

$q=18 \rightarrow r=2$; Residuo = 2

RPTA.: B

431. En una división entera inexacta la suma de los 4 términos es 744, el mínimo valor que se debe quitar al dividendo para que el cociente disminuye en 1 es 49, y el máximo valor que se debe agregar al dividendo para el

cociente aumente en 1 es 67. Halle el dividendo.

A) 608 B) 622 C) 618
D) 628 E) 632

RESOLUCIÓN

$$\begin{array}{l|l} D & d \\ r & q \end{array} \Rightarrow D + d + q + r = 744 \ldots (I)$$

$$\begin{array}{l|l} D - 49 & d \\ d - 1 & q-1 \end{array} \quad D - 49 = d(q-1) + (d-1)$$

$$\begin{array}{l|l} D+67 & d \\ d - 1 & q+1 \end{array} \quad D + 67 = d(q+1) + (d-1)$$

$$116 = 2d \rightarrow d = 58$$

En (1)

$58q + r + 58 + q + r = 744$

$59q + 2r = 686$

10 48

$\rightarrow$ D=58 x 10 +48 = 628

RPTA.: D

432. Sea "N" un número que tiene entre 49 y 57 cifras que multiplicando por 91 se obtiene un número formado por un 1, un 3, etc. Halle la suma de cifras de dicho número

A) 168 B) 156 C) 96
D) 108 E) 86

RESOLUCIÓN

N.91 = 1313…

131313… | 91
91 | 1443
403 | 001443…001443
364 | 4 cifs 6 cifs 6 cifs
391
364
273
273

Luego deben ser: 4 +6 .8 =52 cifras.

$\sum$ cifras = 9x12 =108

RPTA.: D

433. Halle la suma de cifras del menor número que multiplicando con 14 de un número formado por puras cifras 3 y en las unidades un 0.

A) 17 B) 19 C) 26
D) 27 E) 31

RESOLUCIÓN

N. 14 =33…30

333……. | 14
28 | N=238095
53
42 | $\sum$ Cifras =27
113
112
133
126
70
70
--

RPTA.: D

434. Se tiene 943 número consecutivos, si se divide el menor de ellos entre 78 se obtiene 29 de residuo ¿que residuo se obtiene al dividir el mayor entre este divisor?

A) 49 B) 25 C) 38
D) 29 E) 35

RESOLUCIÓN

943 números consecutivos: n+1, n+2…, n+943

$$\begin{array}{l|l} n+1 & 78 \\ 29 & k \end{array} \Rightarrow n + 1 = 78k + 29 \ldots (1)$$

$$\begin{array}{l|l} n+943 & 78 \\ R & h \end{array} \Rightarrow n + 943 = 78h + R \ldots (2)$$

$$\begin{array}{l|l} 942 & 78 \\ 6 & 12 \end{array} \Rightarrow 942 = 78 \times 12 + 6 \ldots (3)$$

$①+③\Rightarrow n+943=78(k+12)+35$ ④

Comparando

② y ④ ; h=k+12 R =35

RPTA.: E

435. Si se divide $\overline{m(a^2-2)n}$ entre $\overline{(a-2)(a^2-1)}$; tanto por defecto como por exceso se obtiene; que la suma del residuo por defecto más el residuo por exceso y más el cociente por exceso es 34. Halle (m + n + a), si el residuo por defecto excede al residuo por exceso en 16.

A) 16 B) 8 C) 10
D) 12 E) 20

RESOLUCIÓN

a = 3

divisor: $\overline{(a-2)(a^2-1)} = d = 18$

Dato:

$\underbrace{r_d + r_e}_{d} + (q+1) = 34$

18 +q +1 =34; q=15

$\left\{\begin{array}{l} r_d + r_e = 18 \\ r_d - r_e = 16 \end{array}\right\}$

r_d=17

r_e=1

$\overline{m8n} = 18(15)+17$

$\overline{m8n} = 287$ → m = 2, n = 7

m + n + a =12

RPTA.: D

436. Al dividir un número de tres cifras diferentes entre su complemento aritmético se obtuvo cociente 3 y como residuo la última cifra de dicho complemento aritmético. Determine la suma de cifras del numeral primitivo.

A) 13 B) 14 C) 15
D) 16 E) 17

RESOLUCIÓN

$$\begin{array}{r|l} \overline{abc} & CA(\overline{abc}) \\ r=(10-c) & 3 \end{array}$$

$\overline{abc} = 3\left[CA(\overline{abc})\right] + 10 - c$

$\overline{abc} = 3\left[1000 - \overline{abc}\right] + 10 - c$

$4\times\overline{abc} = 3000 + 10 - c$

$4\times c \overset{o}{=} 10 - c$

$5\times c \overset{o}{=} 10$

$c = \left\{\begin{array}{l} 0 \\ 2 \\ 4 \\ 6 \\ 8 \end{array}\right.$ cumple sólo para c = 2

$$\begin{array}{r} \overline{abc}\times \\ 4 \\ \hline 3008 \end{array}$$

c = 2; b = 5; a = 7

a+b+c+=14

RPTA.:B

437. En una división el dividendo es par, el divisor es $\overline{(2n-1)(n+2)}$, el cociente es $\overline{(a-1)(3a)}$ y el residuo $\overline{(b^3)(b^4-9)}$. Calcule la suma de los términos de la división si se realiza por exceso.

A) 2 870 B) 2 900 C) 3 000
D) 3 037 E) 3 039

RESOLUCIÓN

$$r=\overline{(b^3)(b^4-9)}\ \Big|\ \frac{\overline{(2n-1)(n+2)}}{\overline{(a-1)(3a)}}$$

$2N$

$3a<10\Rightarrow a<3,3$

$1<a<4\Rightarrow a=2;3$

$b=2$

Por algoritmo de la división

$$\underbrace{2N}_{\text{Par}}=\underbrace{\overline{(2n-1)(n+2)}}_{\text{impar}}\times\underbrace{\overline{(a-1)(3a)}}_{\text{impar}}+87$$

$\therefore a = 3$

residuo < divisor

$87<\overline{(2n-1)(n+2)}\ldots(\alpha)$

$2n-1<10\Rightarrow n<5,5.$

Impar

n= 1; 3;5

en α : sólo cumple si n=5

divisor =97 cociente =29

residuo=87 dividendo =2900

$r_e=10$ $\quad q_e=30$

Piden: 97+30+10+2900

Piden: 3037

RPTA.: D

438. Calcular la cantidad total de números enteros los cuales al ser divididos entre 31, producen un resto triple que el cociente correspondiente.

A) 13 B) 4 C) 10
D) 11 E) 12

RESOLUCIÓN

Sea "N" uno de dichos números:

N = 31 q + 3 q

N = 34 q

Además, sabemos:

resto < divisor $\Rightarrow$ 3q < 31

q < 31/3

$\Rightarrow$ q = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10}

Cantidad de valores: 10

RPTA.: C

439. En una división le faltan 15 unidades al residuo para ser máximo y sería mínimo al restarle 18 unidades. Determinar el dividendo, si el cociente es el doble del residuo por exceso.

A) 1139 B) 1123 C) 1107
D) 1193 E) 1137

RESOLUCIÓN

D = d . q + R

$R_{MÍNIMO}$ = R – 18 = 1 $\Rightarrow$ R= 19

$R_{MÁXIMO}$ = R + 15 = d – 1 $\Rightarrow$ d = 35

Además:

$R_D + R_E = d$

19 + R_E = 35 $\Rightarrow R_E = 16$

$q = 2R_E$ $\Rightarrow$ q = 32

D = 35 × 32 + 19

D = 1139

RPTA.: A

440. Sabiendo:
$E=A^n\times B^7$; E tiene (9n+1) cifras como mínimo y que "A" y "B" tiene 8 y 5 cifras respectivamente. Halle "n".

A) 12 B) 14 C) 8
D) 10 E) 16

RESOLUCIÓN

$10^7\le A<10^8\ \Big|\ 10^4\le B<10^5$

$10^{7n}\le A^n<10^{8n}\ \Big|\ 10^{28}\le B^7<10^{35}$

$10^{7n+28}\le A^n\times B^7<10^{3n+35}$

Cifras mínimas:

$(7n+28)+1=9n+1$

n = 14

RPTA.: B

441. Si $M_1, M_2, M_3, \ldots\ldots, M_n$ son números de 1,3,5,……., 45 cifras respectivamente ¿Cuántas cifras puede tener como mínimo el producto de dichos números?

A) 529 B) 526 C) 527
D) 507 E) 506

RESOLUCIÓN

Observamos que la cantidad de cifras de los numerales respectivos forman una serie aritmética de razón 2, entonces:

$$\#\text{de términos} = \frac{45-(-1)}{2} = 23\ ;\ n = 23$$

La cantidad de cifras de:
M_1, M_2, M_3

Máx. = 1 + 3 + 5 + ... + 45 =

$$(1 + 45)\frac{23}{2} = 529$$

Min.= 529 – 23 + 1 = 507

RPTA.: D

442. Si: $E = \dfrac{A.B^2}{C^2}$ Tiene $\overline{6x}$ cifras enteras; además: "A" tiene $\overline{x8}$ cifras; "B" tiene $\overline{x4}$ cifras y "C" tiene $\overline{x0}$ cifras. Halle "x"

A) 4 B) 5 C) 6
D) 7 E) 8

RESOLUCIÓN

$$E = \frac{A.B^2}{C^2} \begin{cases} \overline{Max} = \overline{x8} + 2.\overline{x4} \\ Min = \overline{x8} + 2.\overline{x4} - 3 + 1 \\ Max = 2.\overline{x0} \\ Min = 2.\overline{x0} - 2 + 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow E \begin{cases} Max = \overline{x8} + 2\left(\overline{x4}\right) - \left[2\left(\overline{x0}\right) - 1\right] + 1 = 10x + 18 \\ Min = \overline{x8} + 2.\overline{x4} - 2 - 2\left(\overline{x0}\right) = 10x + 14 \end{cases}$$

Por dato: E tiene "$\overline{6x}$" cifras

$\Rightarrow \quad 10x + 14 \le \overline{6x} \le 10x + 18$

$\Rightarrow \quad x = 5$

RPTA.: B

443. Halle el valor de "n" si E tiene 15 cifras, A tiene 18 cifras y B tiene 13 cifras, siendo: $E = \sqrt[n]{A^2 \cdot B^3}$

A) 4 B) 5 C) 7
D) 12 E) 15

RESOLUCIÓN

$E^n = A^2 \cdot B^3$

# cifras de E^n =
Min = 15n – n + 1
Máx = 15n

# cifras de $A^2 \cdot B^3$ =
Min= 2(18) +3(13)–5+1
Máx= 2(18) + 3(13)

$\Rightarrow$ 36 + 39 = 15n
n = 5

RPTA.: B

* $x\,(n\text{-}1) = \overline{\bullet 4} \rightarrow$ x=6
6 9 n=10

$\rightarrow$ a + b + c = 14

RPTA.:B

444. Halle en base 10 el valor de "S" si sus 15 términos forman una progresión aritmética:

$S = 12_{(n)} + 21_{(n)} + 30_{(n)} + \ldots + 210_{(n)}$

A) 637 B) 625 C) 5481
D) 675 E) 645

RESOLUCIÓN

$S = 12_{(n)} + 21_{(n)} + 30_{(n)} + ... + 210_{(n)}$

Razón: $21_{(n)} - 12_{(n)} = n - 1$

Último término:
$12_{(n)} + 14 \square (n-1) = 210_{(n)}$

Resolviendo:
$n^2 - 7n + 6 = 0 \Rightarrow n = 6$

$S = 12_{(6)} + 21_{(6)} + 30_{(6)} + ... + 210_{(6)}$

S= 8 + 13 + 18 + … + 78

$S = \frac{15 \times 86}{2} = 645$

RPTA.:E

445. Halle la suma de todos los números de la forma: $\overline{a(a/2)b(2b)}$

A) 84440 B) 84480 C) 84840
D) 104480 E) 105480

RESOLUCIÓN

	5	4	8	
N=	a	$\left(\frac{a}{2}\right)$	b	(2b)
	2	1	0	0
	4	2	1	2
	6	3	2	4
	8	4	3	6
			4	8
S=	105	4	8	0

:20#s

$\sum 1°$ columna = $(0+2+4+6+8)\times 4 = 80$
$\sum 2°$ columna = $(0+1+2+3+4)\times 4 = 40$
$\sum 3°$ columna = $(1+2+3+4)\times 5 = 50$
$\sum 4°$ columna = $(2+4+6+8)\times 5 = 100$

RPTA.:E

446. Si: $S_n = \underbrace{102+104+106+..... .....}$
"n" sumandos

Halle la siguiente suma:

$S = S_1 + S_2 + S_3 + S_4 + ... + S_{49}$

A) 26 615 B) 16 415
C) 161 450 D) 164 150
E) 146 150

RESOLUCIÓN

$S_1 = 102$
$S_2 = 102 + 104$
$S_3 = 102 + 104 + 106$
. . . .
. . . .
. . . .
. . . .
. . . .
. . . .
. . . .
$S_{49} = 102 + 104 + 106 +$ .....+198

S = 49(102)+48(104)+47(106)+...1(198)
S = 2[49(51) + 48(52)+47(53)+...1(99)]
S = 2[49(100–49)+48(100–48)+...
+47(100–47)+...+1(100–1)]
S = 2[100(49+48+47+....+1)–....
–(49²+48²+47²+...+1²]

$S = 2\left(100\frac{49(49+1)}{2} - \frac{49(49+1)(2\times 49+1)}{6}\right)$

$= 164150$

S = 164150

RPTA.: D

447. Efectuar:

$S = 6 + 66 + 666 + 6666 + ...\underbrace{+\ 66...66}_{\text{"n" cifras}}$

A) $\dfrac{10^{n+1} - 9n}{9}$

B) $\dfrac{10^{n+1} - 9n + 10}{27}$

C) $\dfrac{10^{n} - 9n + 10}{27}$

D) $2\left(\dfrac{10^{n+1} - 9n - 10}{27}\right)$

E) $2\left(\dfrac{10^{n} - 9n + 10}{27}\right)$

RESOLUCIÓN

Factorizando el 6:

$S = 6\,(1+11+111+1111+...\underbrace{+\ 11111\ .....\ 1111}_{\text{"n" cifras}}$

Multiplicando por : 9:

$9S = 6\,(9+99+999+9999+...\underbrace{+\ 99999\ .....\ 9999}_{\text{"n" cifras}}$

$$\frac{3S}{2} = \left(10^1 - 1\right) + \left(10^2 - 1\right) + \left(10^3 - 1\right) + ... + \left(10^n - 1\right)$$

$$\frac{3S}{2} = \frac{10^1\left(10^n - 1\right)}{(10-1)} + n(-1)$$

$$S = \frac{2\left(10^{n+1} - 9n - 10\right)}{27}$$

RPTA.: D

448. Halle: $(a+b)$ si:

$$C.A.\left(\overline{1ab}\right) + C.A\left(\overline{2ab}\right) + C.A.\left(\overline{3ab}\right) + ...$$
$$+C.A.\left(\overline{9ab}\right) = \overline{41ab}$$

A) 1 B) 6 C) 8
D) 10 E) 4

RESOLUCIÓN

$$CA\left(\overline{1ab}\right) + CA\left(\overline{2ab}\right) + ... + CA\left(\overline{9ab}\right) = \overline{41ab}$$

$$\left(10^3 - \overline{1ab}\right) + \left(10^3 - \overline{2ab}\right) + ... + \left(10^3 - \overline{9ab}\right) = \overline{41ab}$$

$$9 \times 10^3 - \left(\overline{1ab} + \overline{2ab} + ... + \overline{9ab}\right) = 4100 + \overline{ab}$$

$$9 \times 10^3 - \frac{\overline{1ab} + \overline{9ab}}{2} \times 9 = 4100 + \overline{ab}$$

$$9000 - \left(500 + \overline{ab}\right) \times 9 = 4100 + \overline{ab}$$

$$400 = 10 \times \overline{ab} \rightarrow \overline{ab} = 40$$

$a + b = 4$

RPTA.: E

449. Calcule: $k - m \square n$ si se cumple que:

$$CA\left[\overline{mn\left(\frac{k}{5}\right)}\right]_{(13)} = \overline{\left(\frac{m}{3}\right)(2n)\left(\frac{k}{8}\right)}_{(13)}$$

A) 27 B) 13 C) 53
D) 4 E) 25

RESOLUCIÓN

$$CA\left[\overline{mn\left(\frac{k}{5}\right)_{(13)}}\right] = \overline{\left(\frac{m}{3}\right)(2n)\left(\frac{k}{8}\right)}_{(13)}$$

Método Práctico:

$$12 - m = \frac{m}{3} \rightarrow m = 9$$

$$12 - n = (2n) \rightarrow n = 4$$

$$13 - \frac{k}{5} = \frac{k}{8} \rightarrow k = 40$$

$$k - m \times n = 40 - 9 \times 4 = 4$$

RPTA.: D

450. Si:

$\overline{abc}_m - \overline{cba}_m = \overline{xyz}_m, \overline{xyz}_m + \overline{zyx}_m = \overline{defg}_m$ y $d + e + f + g = 16$;

Halle el valor de m.

A) 5 B) 6 C) 7
D) 8 E) 9

RESOLUCIÓN

$\overline{abc}_m - \overline{cba}_m = \overline{xyz}_m$

$\Rightarrow x + z = m - 1$

$y = m - 1$

$\overline{xyz}_{(m)} +$

$\overline{zyx}_{(m)}$

$\overline{defg}_{(m)}$

$z+x=m-1=g$

$2y = 2m-2=\overline{1(m-2)}_m$

$f = m - 2$

$1 + x + z = m = \overline{10}_{(m)} = \overline{de}_{(m)}$

$D = 1 ; e = 0$

Luego:

$d + e + f + g = 16$ (por dato)

$1 + 0 + m - 2 + m - 1 = 16$

$2m=18 \qquad \boxed{m = 9}$

RPTA.: E

451. Calcule el complemento aritmético del número $M = 9 \times 10^{n+1} + 10^{n-1}$
Dar como respuesta la suma de sus cifras.

A) 10n+2 B) 15 C) 18
D) 9n-1 E) 10n-9

RESOLUCIÓN

$M = 9 \times 10^{n+1} + 10^{n-1}$

Se puede expresar:

$M = 9 \times 10^2 \times 10^{n-1} + 10^{n-1}$

Factor común:

$M = 10^{n-1}\left[900 + 1\right] = 901 \times 10^{n-1}$

$C.A\left[901000...000\right] = 99000...000$

(n+2)cifs. (n+1)cifs.

Suma de cifras: 9+9 =18

RPTA.: C

452. Si N y M son números de 200 y 150 cifras respectivamente, y $CA(N - M) = CA(N).$

Halle la suma de cifras del complemento aritmético de M.

A) 151 B) 1 C) 50
D) 9 E) 450

RESOLUCIÓN

$C.A.(N\text{-}M) = C.A.(N)$

$10^k - (N - M) = 10^n - N$

$M = 10^n - 10^K = 10^K(99...9)$

$CA(M) = 10^k.1 = 100...0$

$\sum$ Cifras = 1

RPTA.: B

453. ¿Cuál es el mayor sistema de numeración en el cual se puede escribir con tres cifras un número entero que en el sistema decimal tiene por complemento aritmético a otro numeral de 3 cifras iguales?

A) 26 B) 29 C) 20
D) 19 E) 22

RESOLUCIÓN

Sea "n" el valor máximo de la base, que representa al número dado como: $\overline{abc}_{(n)} = N_{(10)}$

Además: $CA\left(N_{(10)}\right) = \overline{XXX}$

Cómo $N_{(10)}$ debe ser máximo, por lo tanto su CA deberá ser el más pequeño posible, luego x=1

Luego: $CA\left(N_{(10)}\right)=111; N=889$

Entonces:

$\overline{abc}_{(n)}=889 \rightarrow n^2 \leq 889;\ n \leq 29,7$

Luego el mayor valor de la base será: n = 29

RPTA.: B

454. Si:

$\overline{21ab}+\overline{24ab}+\overline{27ab}+....+\overline{69ab}$

es $\overline{xyz63}$

Calcule: (a+b+x+y+z)

A) 28 B) 27 C) 24
D) 26 E) 32

RESOLUCIÓN

$\overline{21ab}+\overline{24ab}+\overline{27ab}+....+\overline{69ab}$

es $\overline{xyz63}$

$$\underbrace{(2100+2400+2700+....+6900)}_{17\#s.}+17\times\overline{ab}$$

$$\left(\frac{\cancel{9000}}{\cancel{2}}\right)17+17\times\overline{ab}=\overline{xyz63}$$

Observando: (otras cifras son ceros)

$$\begin{array}{r}\overline{ab}\ \times\\ 17\\ \hline 73\\ 9\\ \hline 63\end{array}\Rightarrow\begin{cases}*7\times b=.3; b=9\\ *7\times a+6=.7; a=3\end{cases}\Rightarrow\overline{ab}=39$$

$4500\times17+17\times39=\overline{xyz63}$ X=7

$17(4539)=77163=\overline{xyz63}$ Y=7

$a+b+x+y+z=27$ Z=1

RPTA.: B

455. ¿En que sistema de numeración "n" la suma de todos los números capicúas de 2 cifras es 330 en base "n"?

A) 6 B) 4 C) 7
D) 9 E) 8

RESOLUCIÓN

Planteando el enunciado.

$11_{(n)}+22_{(n)}+33_{(n)}+...+\overline{(n-1)(n-1)}_{(n)}=330_{(n)}$

$1\cancel{(n+1)}+2\cancel{(n+1)}+3\cancel{(n+1)}+...(n-1)\cancel{(n+1)}=3n\cancel{(n+1)}$

Simplificando tendremos:

$$\underbrace{1+2+3+4+....+(n-1)}_{\text{Suma de naturales}}=3n$$

$$\left(\frac{\cancel{n}}{2}\right)(n-1)=3\cancel{n}$$

$n-1=6;\ n=7$ Heptanal

RPTA.: C

456. Halle la suma mínima de los siguientes números que se encuentran en P.A.:

$S=\overline{ab};\overline{ac};\overline{(a+1)3};\overline{(a+1)c};....;\overline{(a+7)c}$

De como respuesta la suma de cifras de S.

A) 16 B) 18 C) 20
D) 21 E) 22

RESOLUCIÓN

$\overline{ab};\overline{ac};\overline{(a+1)3};\overline{(a+1)C}...+\overline{(a+7)c}$

5 5 5

b=3 c=8

$a_{min}=1$

$$S = \frac{13+88}{2} \times \left(\frac{88-13}{5}+1\right)$$

$$S = \frac{101}{\cancel{2}} \times \cancel{16} = 808$$

$\sum$ Cifras de S=16

RPTA.: A

457. Si: $\overline{aba}_{(8)} + \overline{ab}_{(8)} + \overline{ba}_{(8)} = \overline{ccdd}_{(8)}$

Halle el valor de (a+b+c+d).

A) 15 B) 16 C) 17
D) 18 E) 19

RESOLUCIÓN

Ordenando:

$$\begin{array}{r} \overline{aba}_{(8)} + \\ \overline{ab}_{(8)} \\ \overline{ba}_{(8)} \\ \hline \overline{ccdd}_{(8)} \end{array}$$

$a + b + a = \overline{2d}_{(8)} = 16 + d$

b=5

$b + a + b + 2 = \overline{2d}_{(8)} = 16 + d$

d=3

$a + 2 = \overline{CC}_{(8)} = 9C$

c= 1 a=7

a + b + c + d = 16

RPTA.: D

458. Halle la suma:

$$13_{(4)} + 31_{(5)} + 13_{(6)} + 31_{(7)} \ldots + 13_{(100)}$$

A) 2 895 B) 7 536
C) 12 301 D) 10 321
E) 10 231

RESOLUCIÓN

Desdoblando en dos sumas:

$$S_1 = 13_{(4)} + 13_{(6)} + 13_{(8)} + \ldots + 13_{(100)}$$
$$S_1 = 7 + 9 + 11 + \ldots + 103$$

$$S_2 = \left(\frac{103+7}{2}\right) \times \left(\frac{103-7}{2}+1\right) = 2695$$

$$S_2 = 31_{(5)} + 31_{(7)} + 31_{(9)} + \ldots + 31_{(99)}$$
$$S_2 = 16 + 22 + 28 + \ldots + 298$$

$$S_1 = \left(\frac{298+16}{2}\right) \times \left(\frac{298-16}{6}+1\right) = 7536$$

$$S = S_1 + S_2 = 2695 + 7536 = 10231$$

RPTA.: E

459. Halle: " a+b+c" si:

$$\overline{a1b}_{(9)} + \overline{a2b}_{(9)} + \overline{a3b}_{(9)} + \ldots + \overline{a8b}_{(9)} = \overline{48c2}_{(9)}$$

A) 16 B) 17 C) 15
D) 20 E) 18

RESOLUCIÓN

$$\begin{array}{r} \overline{a1b}_{(9)} + \\ \overline{a2b}_{(9)} \\ . \\ . \\ . \\ \overline{a8b}_{(9)} \\ \hline \overline{48c2}_{(9)} \end{array}$$

Unidades:

$8 \times b = \overline{x2}_{(9)} \Rightarrow 8.b = \overset{\circ}{9} + 2 \Rightarrow b = 7$

Decenas:

$\frac{8 \times 9}{2} + 6 = 42 \Rightarrow 4 \times 9 + 6 \Rightarrow c = 6$

Centenas:

$8 \times a + 4 = 48_{(9)}$

$\Rightarrow 8a = 40 \Rightarrow a = 5$

a + b + c = 18

RPTA.: E

460. Halle la diferencia de las cifras de un número de 2 cifras; tal que la suma del número con el que resulta de invertir sus cifras, sea igual a la suma de todos los números de 2 cifras hasta el inclusive.

A) 0 B)4 C) 2
D) 1 E) 3

RESOLUCIÓN

Planteando el enunciado:

Nro. Inicial: $\overline{ab}$

Nro. Invertido: $\overline{ba}$

$$\underbrace{\overline{ab} + \overline{ba}}_{} = 10 + 11 + 12 + 13 + ... + \overline{ab}$$

$$11(a+b) = \left(\frac{10 + \overline{ab}}{2}\right)\left(\overline{ab} - 9\right)$$

$$22(a+b) = \left(10 + \overline{ab}\right)\left(\overline{ab} - 9\right)$$

$22 = 10 + \overline{ab} \rightarrow \overline{ab} = 12$

$3 = 12 - 9$

Pide la diferencia $b - a = 1$

RPTA.: D

461. Halle la suma de los C.A. de todos los números que tienen tres cifras impares.

A) 55 6615 B) 55635
C) 45 625 D) 55 525
E) 55 625

RESOLUCIÓN

$\overline{a}$	b	c
1	1	1
3	3	3
5	5	5
7	7	7
9	9	9

$\overline{5 \times 5 \times 5}$ =125 Números

$\Rightarrow$ C. A. $\left(\overline{abc}\right) = \overline{(9-a)(9-b)(10-c)}$

↓	↓	↓
8	8	9
6	6	7
4	4	5
2	2	3
0	0	1

5 × 5 × 5 = 125 Números

Sumando:

Unidades:

$25 \times (9 + 7 + 5 + 3 + 1) = 625$

Decenas:

$25 \times (8 + 6 + 4 + 2 + 0) = 500$

Centenas:

$25 \times (8 + 6 + 4 + 2 + 0) = \underline{500}$

55625

RPTA.: E

462. Se realiza una reunión de Peruanos y Bolivianos para tratar con respecto a la agricultura, son 12 en total, los peruanos son más que los bolivianos, los peruanos llegan y se dan los buenos días mutuamente; los bolivianos lo mismo, pero los peruanos no saludan a los bolivianos y lo mismo los bolivianos, si en total se efectuaron 31 saludos ¿Cuál es la diferencia entre Peruanos y Bolivianos?

A) 2 B) 3 C) 1
D) 5 E) 4

RESOLUCIÓN

P+B=12

Saludos Peruanos

1 P-1
2 P-2
. .
. .
. .
P-1 1

$\left(\frac{P-1}{2}\right)P$

Saludos Bolivianos

1 B-1
2 B-2
3 B-3
. .
. .
. .
B-1 1

$\left(\frac{B-1}{2}\right)B$

$$\left(\frac{P-1}{2}\right)P+\left(\frac{B-1}{2}\right)B=31$$

$$P^2-P+B^2-B=62$$

$P^2 + B^2 - (P + B) = 62$

$P^2 + B^2 = 74$

$7^2 + 5^2 = 74$

$7 - 5 = 2$

RPTA.: A

463. ¿Cuántos números de la forma $\overline{abcde}$ existe, tales que: $a > b > c > d > e$ y la suma de los cuadrados de las cifras de segundo y quinto orden es igual a la suma de los cuadrados de las demás cifras?
(Las cifras a, b, c, y d forman una progresión aritmética).

A) 1 B) 5 C) 6
D) 9 E) 4

RESOLUCIÓN

$\overline{abcde}; a > b > c > d > e$

$a^2 + d^2 = b^2 + c^2 + e^2.$

$(d+3r)^2 + d^2 = (d+2r)^2 + (d+r)^2 + e^2$

d=d
c= d+r
b=d+2r
a=d+3r

Resolviendo $\Rightarrow$ $\boxed{e = 2\,r}$

$\boxed{r=1} \Rightarrow \boxed{e=2}$

$\overline{a\ b\ c\ d\ e}$

↓ ↓ ↓ ↓ ↓

6 5 4 3 2
7 6 5 4 2
8 7 6 5 2
9 8 7 6 2

Solo hay 4 números

Si $r = 2 \Rightarrow e = 4$

$\overline{a\ b\ c\ d\ e}$

↓ ↓ ↓ ↓ ↓

119 7 5 4

No hay números

RPTA.: E

464. Halle la suma de cifras de la suma de todos los números de la forma $\overline{(a-2)\left(\frac{a+3}{2}\right)\left(\frac{b-1}{3}\right)(2b)5}$

A) 15 B) 14 C) 13
D) 16 E) 17

RESOLUCIÓN

UM	M	C	D	U
$(a-2)$	$\left(\frac{a+3}{2}\right)$	$\left(\frac{b-1}{3}\right)$	$(2b)$	5
1	3	0	2	5
3	4	1	8	
5	5			
7	6			
9	7			

5 x (2) =10

b = {1; 4}
a = {3; 5; 7; 9; 11}

Ordenado los productos parciales

$U \to \frac{10}{1}(5) = 50+$

$D \to \frac{10}{2}(10) = 50$

$C \to \frac{10}{2}(1) = 5$

$M \to \frac{10}{5}(25) = 50$

$UM \to \frac{10}{5}(25) = 50$

$S = 55\ 10\ 5\ 0$

$\sum \text{Cifras} = 16$

RPTA.: D

SEMANA 7
DIVISIBILIDAD I

465. Si:
A = 3k + 1 ; B = 3k + 2
Halle el residuo que deja la expresión:
$E = [2^A + 2^{2B} + 2^3]$ entre 7

A) 1 B) 2 C) 3
D) 5 E) 4

RESOLUCIÓN

$E = (2^A + 2^{2B} + 8) \div 7$

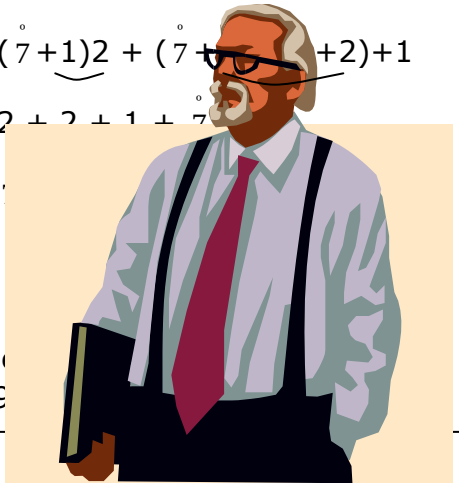
$E = (2^{3k+1} + 2^{6k+4} + \overset{\circ}{7} + 1)$

$E = (2^3)^k \cdot 2^1 + (2^3)^{2k} \times 2^4 + 1$

$E = (\overset{\circ}{7}+1)2 + (\overset{\circ}{7}+2)+1$

$E = 2 + 2 + 1 + \overset{\circ}{7}$

$E =$



466. Una
reloj
S/. 9

Si la factura total fue S/. 2213. Halle el número de relojes.

A) 4 B) 5 C) 6
D) 7 E) 8

RESOLUCIÓN

Planteando el enunciado:
"a" # de relojes

$143 \times a + 91 \times b + 77 \times c = 2213$

1231

$(-1)\ +1$

* Módulo de $\overset{\circ}{7}$:

$[(\overset{\circ}{7}+3)a + \overset{\circ}{7} + \overset{\circ}{7}] = 3 + \cancel{3} + \cancel{4} - 2$

$3a + \overset{\circ}{7} = 7 + 1$

$a = \frac{7m+1}{3}$

m = 2 ; a = 5

RPTA.: B

467. ¿Cuál es el residuo de dividir: $\underbrace{666...666}_{102\text{ cifras}}{}_{(8)}$ entre 13?

A) 2 B) 8 C) 3
D) 5 E) 9

RESOLUCIÓN

Calculando restos potenciales de base 8 respecto al módulo 13.

Base 8: $8^0; 8^1; 8^2; 8^3; 8^4$
$1; 8; 12; 5; 1$
$1; -5; -1; 5; 1$

Cada 4 cifras se anula:
$102 \mid 4$
$(2)25$

$6\ 6\ 6\ .....\ 6\ 6\ 6_{(8)}$
$\downarrow\downarrow$

-5 1 100 cifras = 0

$\Rightarrow \quad -30 + 6 = \overset{\circ}{13} + r$

$\overset{\circ}{13} + 2 = \overset{\circ}{13} + r$

$\therefore \quad r = 2$

RPTA.: A

468. Si: $\overline{43a43}$ es la suma de 83 números consecutivos, halle el valor de "a".

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

RESOLUCIÓN

Sean los 83 números consecutivos: $n-41$; ...; $n-1$; n; $n+1$,...;$n+41$

Luego:

$n-41 + ...+n+41 = \overline{43a43}$

$83n = \overline{43a43}$

$\overset{\circ}{83} = 43043 + 100a$

$\overset{\circ}{83} = 49 + 17a + \overset{\circ}{83}$

$\overset{\circ}{83} = 17a - 34$

$a = 2$

RPTA.: B

469. ¿Cuántos términos son múltiplos de $\overset{\circ}{25}$?

2; 5; 10; 17; .....; 10001

A) 12 B) 9 C) 8
D) 5 E) 6

RESOLUCIÓN

Término n ésimo:

$a_n = n^2 + 1$; n = 1,...., 100

$n^2 + 1 = \overset{\circ}{25}$

$n^2 + 1 - 50 = \overset{\circ}{25}$

$(n + 7)(n - 7) = \overset{\circ}{25}$

$n + 7 = \overset{\circ}{25} \rightarrow n = 18; 43; 68; 93$

$n - 7 = \overset{\circ}{25} \rightarrow n = 7 ; 32 ; 57; 82$

términos = 8

RPTA.: C

470. Si al dividir por exceso: $\overline{2304606902b31}$ con $\overset{\circ}{23}$ no deja residuo, halle el valor de b.

A) 1 B) 2 C) 5
D) 7 E) 8

RESOLUCIÓN

Se tiene:

$$\overline{2304606902b31} = \overset{\circ}{23} + \overline{2b31}$$

$$= \overset{\circ}{23} + 2031 + 100b$$

$$= \overset{\circ}{23} + 7 + 8b$$

Como el residuo es "0"

$\Rightarrow$ $7 + 8b = \overset{\circ}{23}$

$b = 2$

RPTA.: B

471. Halle el residuo de dividir:

$\overline{3abc3}^{\overline{unac2008}}$ por 10

A) 1 B) 2 C) 5
D) 6 E) 7

RESOLUCIÓN

$$\overline{3abc3}^{\overline{unac2008}} = \left(\overline{\ldots 3}\right)^{4k}$$

$$= \left(\overline{\ldots 1}\right)^{k}$$

$$= \ldots 1$$

$$= \overset{\circ}{10} + 1$$

RPTA.: A

472. Halle el residuo de dividir:

$\overline{abba_2}^{\overline{nm}} \times \overline{cde1_4} \times \overline{fgh3_6}$ por 2.

A) 0 B) 1 C) 0.1
D) FD E) N.A.

RESOLUCIÓN

$E = \overline{abba_2}^{\overline{nm}} \times \overline{cde1_4} \times \overline{fgh3_6}$; a = 1 , b=0

$$= \left(\overset{\circ}{2} + 1^{\overline{nm}}\right)\left(\overset{\circ}{4} + 1\right)\left(\overset{\circ}{6} + 3\right)$$

$$= \left(\overset{\circ}{2} + 1\right)\left(\overset{\circ}{2} + 1\right)\left(\overset{\circ}{2} + 3\right)$$

$$= \overset{\circ}{2} + 3$$

$E = \overset{\circ}{2} + 1$

RPTA.: B

473. ¿Cuál es el residuo de dividir la siguiente suma:

$E = [2^{6n+3} + 9^k \cdot 4^k]$ entre 7?

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

RESOLUCIÓN

$E = 2^{6n+3} + 9^k \cdot 4^k$ entre 7

$$E = \underbrace{\left(2^3\right)^{2n}} \cdot \underbrace{2^3} + (\overset{\circ}{7} + 2)^k \cdot 4^k$$

$$E = (\overset{\circ}{7} + 1)(\overset{\circ}{7} + 1) + 2^k \cdot 4^k$$

Ojo: $2^k \cdot 4^k = 8^k = (\overset{\circ}{7} + 1)$

$E = (\overset{\circ}{7} + 1) + (\overset{\circ}{7} + 1) = \overset{\circ}{7} + 2$

RPTA.: B

474. Sea:

$n! = \overset{\circ}{23} + 2$;

$(n+1)! = \overset{\circ}{23} + 6$

¿Cuál es el residuo de (n+3)! entre 23?

A) 3 B) 6 C) 5
D) 12 E) 13

RESOLUCIÓN

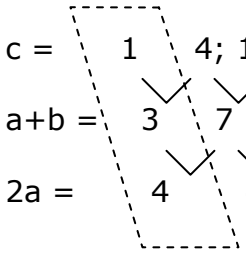
RPTA.: C

475. ¿Cuántos términos de la serie: 4; 11; 22; 37; 56; ....(100 términos) son: $(\overset{\circ}{13} + 1)$?

A) 14 B) 15 C) 9
D) 8 E) 12

RESOLUCIÓN

Sucesión de 2º orden:



a = 2 ; b = 1 ; c = 1

$2n^2 + n + \cancel{1} = \overset{\circ}{13} + \cancel{1}$

$n(2n+1) = \overset{\circ}{13}$; $n = \overset{\circ}{13}k$

#s: {13; 26; 39; 52; 65; 78; 91} (7 nros)

#s: {2n+1= 13; 6; 19; ...97} (8 nros)

Total de números 7 + 8 = 15

RPTA.: B

476. Halle "a" si (a+b) = 6, además:

$1334^{\overline{aabbaabb...ab}_{(5)}} = \overset{\circ}{11}+9$ y el exponente tiene 88 cifras.

A) 3 B) 4 C) 5
D) 6 E) 2

RESOLUCIÓN

−+−+

$1334 = \overset{\circ}{11}+3$; calculando restos potenciales.

$(\overset{\circ}{11}+3)^{5k+b} = (\overset{\circ}{11}+3)^{5k}(\overset{\circ}{11}+3)^{b} = \overset{\circ}{11}+9$

$= (\overset{\circ}{11}+3^{5k})(\overset{\circ}{11}+3^{b}) = \overset{\circ}{11}+9$

$= (\overset{\circ}{11}+3^{b}) = \overset{\circ}{11}+9$

b = 2 ; a = 5

RPTA.: B

477. Si el número $(135)^{\overline{ab1}}$ se convierte en base 11. ¿Cuál será la cifra de unidades del resultado?

A) 7 B) 3 C) F.D.
D) 2 E) 1

RESOLUCIÓN

$135^{\overline{ab1}} \rightarrow$ base 11

$\left(\overset{\circ}{11}+3\right)^{\overline{ab1}} = \overset{\circ}{11}+r$

$\overset{\circ}{11}+3^{\overline{ab1}} = \overset{\circ}{11}+r$

Restos potenciales de impotencia 3 con respecto al módulo 11.

$3^0; 3^1; 3^2; 3^3; 3^4; 3^5$
1; 3; 9; 5; 4; 1

$\overset{\circ}{11}+3^{\overline{ab0}} \times 3^1 = \overset{\circ}{11}+r$

$\overset{\circ}{11}+\left[3^5\right]^k \cdot 3 = \overset{\circ}{11}+r$

$\overset{\circ}{11}+(\overset{\circ}{11}+1).3 = \overset{\circ}{11}+r$

$\overset{\circ}{11}+3 = \overset{\circ}{11}+r$

r = 3

RPTA.: B

478. Halle el resto de dividir E entre 7:

$E = (1426)^{1425^{1424^{1423^{\cdot^{\cdot^{\cdot^{2^1}}}}}}}$

A) 2 B) 6 C) 3
D) 1 E) 5

RESOLUCIÓN

$E = 1426^{\text{Impar}} = \overset{\circ}{7}+r$

$(\overset{\circ}{7}-2)^{\text{Impar}} = \overset{\circ}{7}+r$

$\overset{\circ}{7}-2^k = \overset{\circ}{7}+r$

K = múltiplo de 3 $\Rightarrow$ k = 3n

$\overset{\circ}{7}-2^{3n} = \overset{\circ}{7}-1 = \overset{\circ}{7}+r$

$\overset{\circ}{7}+6 = \overset{\circ}{7}+r$

r = 6

Residuo = 6

RPTA.: B

479. Halle (d+u), si el número de la forma: $\overline{mcdu} = \overset{\circ}{11}$, tal que $\overline{md} = \overset{\circ}{7}$ y $m + c + d + u = u^2$

A) 9 B) 13 C) 12
D) 15 E) 45

RESOLUCIÓN

$\overline{mcdu} = \overset{\circ}{11}; \overline{md} = \overset{\circ}{7}; m + c + d + u = u^2$

$- + - +$ 3 1

$\begin{cases} u^2 = 16 \\ u^2 = 25 \\ u^2 = 36 \end{cases}$

$c + u - (m+d) = \overset{\circ}{11}$;

para u = 4

$c - (m+d) = \overset{\circ}{11} - 4$ ..... (α)

$3m+d = \overset{\circ}{7}$ .....(θ)

Para u = 4
$m + c + d = 12$
$m + d = 12 - c$ .....(β)

si: c = 4
$m + d = 8$ .....(ω)

de (α) y (β)
$c = \overset{\circ}{11} + 4$
$c = 4$

de (θ) y (ω)
m = 3; d = 5
d + u = 9

RPTA.: A

480. ¿Cuántos términos de la siguiente sucesión: 2; 6; 12; 20; 30; ....;14762 al expresarlos en base 5, resultan que su cifra de menor orden es 1?

A) 12 B) 24 C) 36
D) 42 E) 28

RESOLUCIÓN

2 ; 6 ; 12 ; 20 ; 30 ; 14762
↓ ↓ ↓ ↓ ↓
1x2; 2x3;3x4;4x5; 5x6; ....;121x122

$\Rightarrow$ $t_n = n(n+1) = \overset{\circ}{5} + 1$; n= 1,2,...,121

(por dato en base 5 acaba en 1)

$n^2 + n = \overset{\circ}{5} + 1 + 5$

$\rightarrow$ $\underbrace{n^2 + n - 6}_{(n+3)(n-2)} = \overset{\circ}{5}$

Luego:
$n + 3 = \overset{\circ}{5} \rightarrow n = \overset{\circ}{5} - 3 = \overset{\circ}{5} + 2$
$n - 2 = \overset{\circ}{5} \rightarrow n = \overset{\circ}{5} + 2$

$\Rightarrow$ $n = 5k + 2 \rightarrow k = \underbrace{0; 1; 2; ....23}$

$n \leq 121$ 24 valores

RPTA.: B

481. En una fiesta infantil el payaso "POPI" juega con un grupo no más de 150 niños y observa que si los agrupa de 7 en 7 le sobran 5 niños; si los agrupa de 4 en 4 le faltaría un niño para formar un nuevo grupo y si los agrupa de 9 en 9 le sobran 2 niños. Calcule el número de niños que hay en dicha fiesta.

A) 42 B) 130 C) 47
D) 122 E) 56

RESOLUCIÓN

niños (N) $\leq$ 150
$N = \overset{\circ}{7} + 5$
$N = \overset{\circ}{4} + 3 \rightarrow N = \overset{\circ}{4} + 11$
$N = \overset{\circ}{9} + 2 \rightarrow N = \overset{\circ}{9} + 11$

$\Rightarrow$ $N = \overset{\circ}{36} + 11 = 36k + 11$

k = 1 ; 2 ; 3
N = 47; 83; 119

Pero:
$N = \overset{\circ}{7} + 5$
$\Rightarrow$ N = 47

RPTA.: C

482. En una conferencia a la que asistieron 528 personas; se sabe que de los varones: la tercera parte usan corbata; los $\frac{2}{15}$ usan lentes y los $\frac{3}{7}$ llevan saco. De las mujeres se sabe que: la sexta parte usa minifalda; las $\frac{3}{4}$ usan lentes y las $\frac{2}{9}$ tienen ojos azules. Calcule el número de personas que usan lentes.

A) 137 B) 56 C) 81
D) 420 E) 48

RESOLUCIÓN
personas = 528

De los varones (V):

* usan corbata = $\frac{V}{3} \rightarrow V = \overset{\circ}{3}$
* usan lentes = $\frac{2}{15}V \rightarrow V = \overset{\circ}{15}$
* llevan saco = $\frac{3}{7}V \rightarrow V = \overset{\circ}{7}$

$\Rightarrow$ $V = \overset{\circ}{105} = 105x$

De las mujeres (M):

* usan minifalda = $\frac{M}{6} \rightarrow M = \overset{\circ}{6}$
* usan lentes = $3M/4 \rightarrow M = \overset{\circ}{4}$
* tienen ojos azules = $\frac{2}{9}M \rightarrow M = \overset{\circ}{9}$

$\Rightarrow$ $M = \overset{\circ}{36} = 36y$
$\Rightarrow$ $105x + 36y = 528$
$\downarrow \quad \downarrow$
$4 \quad 3$

$$\begin{cases} V_{lentes} = \dfrac{2(420)}{15} = 56 \\ M_{lentes} = \dfrac{3(108)}{4} = 81 \end{cases}$$

Personas con lentes: 137

RPTA.: A

483. Un comerciante va a la "Galería Gamarra" con S/. 3060 para comprar polos, camisas y pantalones de precios unitarios iguales a S/. 15; S/. 24 y S/. 60 respectivamente. Si entre pantalones y camisas debe comprar más de 10 prendas. Calcule cuántas prendas en total compró; si la cantidad de polos fue la mayor posible; además compró al menos uno de cada uno y empleó todo su dinero.

A) 183 B) 172 C) 163
D) 184 E) 195

RESOLUCIÓN
Artículo: camisas; polos, pantalones
Precios Unitarios 24 ; 15 ; 60
Nº artículos x ; y ; z
$\downarrow$
Máximo

$x + z > 10$

Luego:
$24x + \underbrace{60z} + \underbrace{15y} = \underbrace{3060}$.....($\alpha$)
$\overset{\circ}{5}$ $\overset{\circ}{5}$ $\overset{\circ}{5}$

Por $\overset{\circ}{5}$: $24x + \overset{\circ}{5} + \overset{\circ}{5} = \overset{\circ}{5}$

$24x = \overset{\circ}{5} \rightarrow x = \overset{\circ}{5} \rightarrow x_{min} = 5$ en(α)

$24 \times 5 + 60z + 15y = 3060$

$\Rightarrow \quad 20z + 5y = 980 \rightarrow 4z + y = 196$

$Z_{min} = 6 \rightarrow y_{max} = 172$

$\Rightarrow \quad x + y + z = 183$

RPTA.: A

484. El residuo de dividir el número 657^{143} entre 25 es $\overline{ab}$. Calcule el resto de dividir dicho número entre $a \times b$

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

RESOLUCIÓN

$657^{143} = (\overset{\circ}{25}+7)^{143} = \overset{\circ}{25} + 7^{143}$

$= \overset{\circ}{25} + (7^2)^{71} \times 7 = \overset{\circ}{25} + (\overset{\circ}{25} - 1)^{71} \cdot 7$

$= \overset{\circ}{25} + (\overset{\circ}{25} - 1^{71}) \times 7$

$= \overset{\circ}{25} + \overset{\circ}{25} - 1 \times 7 = \overset{\circ}{25} - 7$

$67^{143} = \overset{\circ}{25} + 18 = \overset{\circ}{25} + \overline{ab}$

$\overline{ab} = 18$

$\Rightarrow \quad 657^{143} = (\overset{\circ}{8}+1)^{143} = \overset{\circ}{8} + 1^{143} = \overset{\circ}{8} + 1$

$r = 1$

RPTA.: A

485. Halle el menor valor de $N = \overline{cdu}$, sabiendo que es múltiplo de: $P = \overline{(c-2)(d-1)(u-3)}$

A) 214 B) 316 C) 213
D) 426 E) 441

RESOLUCIÓN

$\overline{cdu} = \overline{(c-2)(d-1)(u-3)} = \overline{(c-2)(d-1)(u-3)}\,\square k$

$\overline{cdu} = \left(\overline{cdu} - 213\right)k \rightarrow 213k = k\square\overline{cdu} - \overline{cdu}$

$3.71.k = \overline{cdu}(k-1)$

Dando valores obtenemos:

$(k-1)$	k	$\overline{cdu}$
1	2	$3 \times 71 \times 2 = 426 \rightarrow c = 4$
3	4	$71 \times 4 = 284 \rightarrow c = 2$
71	72	$72 \times 3 = 216 \rightarrow c = 2$
3.71	214	$214 \rightarrow c = 2$

$\overline{cdu} = 426$

RPTA.: D

486. Halle el mayor número $\overline{abc}$, tal que: $1492^{\overline{abc}}$ al ser dividido entre 40, deje como residuo 24.

A) 996 B) 249 C) 989
D) 995 E) 998

RESOLUCIÓN

Sabemos que:

$1492 = \overset{\circ}{40} + 12$

Aplicando el Binomio de Newton:

$1492^{\overline{abc}} = \left(\overset{\circ}{40}+12\right)^{\overline{abc}}$

$1492^{\overline{abc}} = \overset{\circ}{40} + 12^{\overline{abc}} = \overset{\circ}{40} + 24$

$\rightarrow \quad 12^{\overline{abc}} = \overset{\circ}{40} + 24$

Determinando los restos potenciales de 12 respecto al módulo 40, hallamos como valor del Gaüssiano cuatro, entonces el exponente $\overline{abc}$ deberá ser múltiplo de cuatro, más aquel exponente del grupo periódico que deja resto potencial 24.

$$\begin{cases} 12^{1+\overset{\circ}{4}} = \overset{\circ}{40} + 12 \\ 12^{2+\overset{\circ}{4}} = \overset{\circ}{40} + 24 \\ 12^{3+\overset{\circ}{4}} = \overset{\circ}{40} + 8 \\ 12^{\overset{\circ}{4}} = \overset{\circ}{40} + 16 \end{cases}$$

$\rightarrow \quad \overline{abc} = \overset{\circ}{4} + 2$

además, como debe ser el mayor posible $\overline{abc} < 1000$

$4k + 2 < 1000 \rightarrow k < \dfrac{1000-2}{4} = 249,5$

$k_{máximo} = 249$

$\therefore \overline{abc} = 4(249) + 2 = 998$

RPTA.: E

SEMANA 8
DIVISIBILIDAD II

487. La suma de trece números enteros consecutivos es de la forma $\overline{4a9a}$. Halle el mayor de los números.

A) 363 B) 368 C) 369
D) 375 E) 374

RESOLUCIÓN

De la condición:

$(N-6)+(N-5)+(N-4)+.....+$
$N+.....+(N+5)+(N+6)=\overline{4a9a}$

Efectuando la suma indicada:

$13N = \overline{4a9a}$

$\overline{4a9a} = \overset{0}{13}$

$-1(4)-4(a)-3(9)+1(a) = \overset{0}{13}$

$a = 7 \Rightarrow 13\,N = 4797 \Rightarrow N = 369$

$\therefore$ El mayor número: $(N+6) = 375$

RPTA.: D

488. Si un número de 4 dígitos donde sus 3 últimas cifras son iguales se le ha restado otro que se obtuvo al invertir el orden de las cifras del primero. Si la diferencia es múltiplo de 7. Halle la diferencia.

A) 777 B) 1 554 C) 2 331
D) 4 662 E) 6 993

RESOLUCIÓN

$\overline{abbb} - \overline{bbba} = \overset{0}{7}$

Descomponiendo

$999\,a - 999\,b = \overset{0}{7}$

$999(a-b) = \overset{0}{7}$

$\therefore \quad a-b=7.$

La diferencia: $999(7) = 6993$

RPTA.: E

489. Si:

$\overline{abc} = \overset{0}{11}$

$\overline{bac} = \overset{0}{7}$

$\overline{cab} = \overset{0}{5}$

Calcule el menor valor de:
(a + b + c)

A) 16 B) 10 C) 15
D) 12 E) 14

RESOLUCIÓN

$\overline{abc} = \overset{0}{11} \rightarrow a-b+c = \overset{0}{11}$

$\overline{bac} = \overset{0}{7} \rightarrow 2\,b + 3\,a + c = \overset{0}{7}$

$\overline{cab} = \overset{0}{5} \rightarrow b = 5$

De las ecuaciones: a + c =5

$\Rightarrow \quad 3a+c = \overset{0}{7}-3 \rightarrow 2a = \overset{0}{7}-1$

a = 3

c = 3

$\therefore$ a + b + c = 3 + 5 + 2 = 10.

RPTA.: B

490. Se cumple: $\begin{cases} \overline{mnp} = \overset{0}{22} \\ \overline{pnm} = \overset{0}{7} \\ \overline{mp} = \overset{0}{9} \end{cases}$

Calcule: m x n x p

A) 72 B) 81 C) 90
D) 126 E) 162

RESOLUCIÓN

$\overline{mnp} = \overset{0}{22} \Rightarrow p$: par;

$\overline{m\ \ n\ \ p} = \overset{0}{11}$

(+)(-)(+)

$m - n + p = \overset{0}{11}$ ..... (1)

$\overline{pnm} = \overset{0}{7}$;

2 3 1

$2p + 3n + m = \overset{0}{7}$ ..... (2)

$\overline{mp} = \overset{0}{9}$

$m + p = \overset{0}{9}$; p: par.

$m + p = 9$ ..... (3)

(3) en (1)

9 - n = 11

$\boxed{n = 9}$

(3) en (2)

$9 + p + 27 = \overset{0}{7}$

$p + 36 = \overset{0}{7}$

$\boxed{p = 6}$

$\boxed{m = 3}$

$\therefore\ m \times n \times p =$

$3 \times 9 \times 6 = 162$

RPTA.: E

491. ¿Cuántos números capicúas de 5 cifras no son múltiplos de 495?

A) 872 B) 890 C) 896
D) 898 E) 899

RESOLUCIÓN

$\overline{abcba} = \overset{0}{495} \begin{cases} \overset{0}{5} \\ \overset{0}{99} \end{cases}$

$\overline{5\ \ b\ \ c\ \ b\ \ 5} = \overset{0}{99}$

1 (10) 1 (10) 1

$5 + 10b + c + 10b + 5 = \overset{0}{99}$

$10 + 20b + c = \overset{0}{99}$

4 9

9 8

Hay 2 números $\overset{0}{495}$.

$\overline{a\ b\ c\ b\ a}$

$\therefore$

↓	↓	↓
0	0	1
1	1	2
2	2	3
.	.	.
.	.	.
.	.	.
9	9	9

$\overline{10 \times 10 \times 9} = 900 \#s.$

Números que no son $\overset{0}{495}$

900 - 2 = 898

RPTA.: D

492. Si: $\overline{1185a2476032000} = \overset{0}{19!}$

Halle "a"

A) 4 B) 5 C) 6
D) 7 E) 8

RESOLUCIÓN

El criterio más preciso es $\overset{0}{9}$; porque se analiza todas las cifras. Tendremos

$19! \Rightarrow \overset{0}{9}$

$\overline{1\,1\,8\,5a2\,4\,7\,60\,3\,2000} = \overset{0}{9}$

$a + 3 = \overset{0}{9}$

a = 6

RPTA.: C

493. Halle: $(n + x + p)$ si:

$\overline{x8(n-5)nx} = \overset{0}{25}$ y

$\overline{(n-5)ppxp} = \overset{0}{7}$

A) 15 B) 16 C) 17
D) 18 E) 20

RESOLUCIÓN

$\overline{x8(n-5)nx} = \overset{0}{25}$

$\overline{(n-5)pp\,x\,p} = \overset{0}{7}$

$n - 5 \geq 1$; $n \geq 6$

Criterio: $\overset{0}{25}$

$\overline{nx} = \overset{0}{25}$; $n = 7$

$\overline{7x} = \overset{0}{25}$; x = 5

$\overline{2ppxp} = \overset{0}{7}$

Criterio $\overset{\circ}{7}$

$\overline{2pp5p} = \overset{0}{7}$

$\underset{-}{31}\ \underset{+}{231}$

$(3p + 15) - (p + 6) = \overset{0}{7}$

$\Rightarrow$ $2p + 9 = \overset{0}{7}$

$\Rightarrow$ p + n + x = 18

RPTA.: D

494. Sabiendo que:

$\overline{abcd} = 364(d - a + 2b + 3c)$.

Halle la expresión: $(ab + cd)$

A) 50 B) 52 C) 54
D) 56 E) 58

RESOLUCIÓN

Como $364 = \overset{0}{7}$

$\Rightarrow$ $\overline{abcd} = \overset{\circ}{7}$

$\overleftarrow{abcd} = 364(d - a + 2b + 3c) \ldots (1)$

$\underbrace{1\,2\,3\,1}_{-\ \ +}$

$\overset{0}{7} + (d - a + 2b + 3c) = 364(d - a + 2b + 3c)$

$\overset{0}{7} + 363(d - a + 2b + 3c) \rightarrow (d - a + 2b + 3c) = \overset{0}{7}$

$d - a + 2b + 3c = 21$ en (1)

$\overline{abcd} = 364 \times 21 = 7644 \rightarrow$ a = 7, b = 6, c = 4, d = 4

Verificando:

d-a+2b+3c = 4-7+12+12=21

$\therefore$ ab + cd = 7 x 6 + 4 x 4 = 58

RPTA.: E

495. El número de la forma: $\overline{aa0bbc}$ al ser dividido entre 4; 9 y 25 deja como residuo 2; 4 y 7 respectivamente. Halle "a".

A) 6 B) 4 C) 3
D) 2 E) 0

RESOLUCIÓN

$M = \overline{aa0bbc}$

$M \begin{cases} \overset{0}{4} + 2 \\ \overset{0}{9} + 4 \\ \overset{0}{25} + 7 \end{cases}$

Por lo tanto:

$M \begin{cases} \overset{0}{4} + 2 + 80 = \overset{0}{4} + 82 \\ \overset{\circ}{25} + 7 + 75 = \overset{0}{25} + 82 \end{cases}$

Propiedad:

$M = m.cm.(4;25) + 82$

$M = \overset{0}{100} + 82$

entonces:

$\overline{aa0bbc} = \overset{0}{100} + 82$ $\begin{cases} b = 8 \\ c = 2 \end{cases}$

$\overline{aa0\not{8}\not{8}\not{2}} = \overset{0}{9} + 4$

$2a = \overset{0}{9} + 4$

$a = \overset{0}{9} + 2$; a = 2

RPTA.: D

496. Halle el residuo que se obtiene al dividir: $\overline{ab1ab4}^{\overline{ab5}}$ Entre 11.

A) 2 B) 3 C) 4
D) 1 E) 6

RESOLUCIÓN

$M = \overline{a\,b\,1\,a\,b\,4} = \overset{0}{11}$

$\quad - \; + \; - \; + \; - \; +$

$(4 + \not{a} + \not{b}) - (\not{a} + 1 + \not{b}) = \overset{0}{11}$

$\overset{0}{11} + 3$

$M^{\overline{ab5}} = \left(\overset{\circ}{11} + 3\right)^{\overline{ab5}} = \overset{\circ}{11} + 3^{\overline{ab5}}$

Gaus: modulo: 11

$3^1 = \overset{0}{11} + 3$

$3^2 = \overset{0}{11} + 9$

$3^3 = \overset{0}{11} + 5$

$3^4 = \overset{0}{11} + 4$

$3^5 = \overset{0}{11} + 1$

Cada vez que la potencia de 3 es múltiplo de 5 el residuo es 1.

RPTA.: D

497. ¿Cuántos capicúas de 4 cifras son divisibles por 99 pero no por 15?

A) 8 B) 9 C) 10
D) 7 E) 11

RESOLUCIÓN

Sea: $\overline{abba} = \overset{0}{99} \neq 15 \rightarrow a \neq 5$

* Caso 1 $\overline{ab} + \overline{ba} = 99$

a	+	b = 9
9		0
8		1
7		2
6		3
4		5
3		6
2		7
1		8

$\Rightarrow$ Hay ocho números

* Caso 2 $\overline{ab} + \overline{ba} = 189$

$a = 9$ b = 9

$\Rightarrow$ Hay un número

Rpta. 9 números

RPTA.: B

498. Halle el residuo de dividir el número 5678…979899 con 11.

A) 5 B) 6 C) 7
D) 2 E) 4

RESOLUCIÓN

5 6 7 8 9 10 11 12 … 98 99

$= \overset{0}{11} + 99 + 98 + \ldots + 10 + \overset{+ \; - \; + \; - \; +}{5\,6\,7\,8\,9}$

$= \overset{0}{11} + \left(\frac{99+10}{2}\right)90 + 5 + 7 + 9 - 6 - 8$

$= \overset{0}{11} + 109.45 + 7$

$= \overset{0}{11} + 6$

RPTA.: B

499. Halle el residuo de dividir el número 13579…959799 con 9.

A) 6 B) 7 C) 3

D) 1 E) 0

RESOLUCIÓN

1 3 5 7 .... 95 97 99

$=\overset{0}{9}+1+3+5+\ldots+99$

(Criterio de divisibilidad)

$=\overset{0}{9}+50^2$

(Suma de números impares)

$=\overset{0}{9}+25$

$=\overset{0}{9}+7$

RPTA.: B

500. Halle el resto de dividir el número: $N=\overline{321aaa321aaa}_{(4)}$ Entre 7.

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 0

RESOLUCIÓN

N =	321	aaa	321	aaa$_{(4)}$	③
N =	(57)	(21a)	(57)	(21a)$_{(64)}$	4

$N=57\times64^4+\underbrace{21a}\times64^2+\underbrace{57\times64}+\underbrace{21a}$

$N=57(\overset{0}{7}+1)^4+\overset{0}{7}+57(\overset{0}{7}+1)^4+\overset{0}{7}$

$N=\overset{0}{7}+57+57=\overset{0}{7}+114$

$N=\overset{0}{7}+(\overset{0}{7}+2)=\overset{0}{7}+2$

$\therefore\ N\div7\rightarrow r=2$

RPTA.: B

501. Se tiene el numeral $\overline{a53b72c4}$ es divisible por 8 y que al ser dividido entre 11, el residuo es 10; y al ser dividido entre 9 el residuo es 2. Halle el mayor valor de: (a + b + c).

A) 10 B) 12 C) 14
D) 16 E) 17

RESOLUCIÓN

* $\overline{a53b72c4}=\overset{0}{8}$

$\Rightarrow$ $\overline{2c4}=\overset{0}{8}\rightarrow8+2c+4=\overset{0}{8}$

4 2 1 c = 2; 6

* $\overset{-+-+-+-+}{\overline{a53b72c4}}=\overset{0}{11}+10+55=\overset{0}{11}+65$

* $\overline{a53b72c4}=\overset{0}{9}+2+63=\overset{0}{9}+65$

$\Rightarrow$ $\overline{a\,5\,|3\,b\,|7\,2\,|c\,4}$

$\overline{a5}+\overline{3b}+72+\overline{c4}=9\overset{0}{9}+65$

$\Rightarrow$ $\overline{a5}+\overline{3b}+\overline{c4}+7=\overset{0}{99}=99\times2=198$

Si $c=6\rightarrow b=2$; $a=9$

$\therefore$ $a+b+c=17$

RPTA.: E

502. Se sabe que

$\left(\overline{mnpq}_7\right)^m=\overset{0}{11}+5$

$\left(\overline{mnpq}_7\right)^n=\overset{0}{11}-4$

$\left(\overline{mnpq}_7\right)^p=\overset{0}{11}-2$

Calcule el residuo de dividir N entre 11. Si $N=\left(\overline{mnpq}_{(7)}\right)^{\overline{mnp}_{(4)}}$

A) 5 B) 3 C) 8
D) 2 E) 1

RESOLUCIÓN

$N=\left(\overline{mnpq}_{(7)}\right)^{\overline{mnp}_{(4)}}$

descomponiendo:

$\overline{mnp}_{(4)}=16m+4n+p$

$N=\overline{mnpq}_7^{16m}\times\overline{mnpq}_7^{4n}\times\overline{mnpq}_7^{p}$

$N=\left(\overline{mnpq}_7^{m}\right)^{16}\times\left(\overline{mnpq}_7^{n}\right)^{4}\times\overline{mnpq}_7^{p}$

$N=\left(\overset{0}{11}+5\right)^{16}\times\left(\overset{0}{11}-4\right)^{4}\times\left(\overset{0}{11}-2\right)$

$N=\left(\overset{0}{11}+5^{16}\right)\left(\overset{0}{11}+4^{4}\right)\left(\overset{0}{11}-2\right)$

$N=\left(\overset{0}{11}+5\right)\left(\overset{0}{11}+3\right)\left(\overset{0}{11}-2\right)$

$N = \overset{0}{11} - 30 = \overset{0}{11} - (33-3)$

$N = \overset{0}{11} + 3$

Resto: 3

RPTA.: B

503. Halle el residuo de dividir con 10 el número $\left(\underbrace{66...66_{7}}_{\overline{mnp00}\ \text{cifras}}\right)^{\overline{abc}}$

A) 0 B) 1 C) 3
D) 6 E) 8

RESOLUCIÓN

$\left(\underbrace{66...66_{7}}_{\overline{mnp00}_{\text{cifras}}}\right)^{\overline{abc}} = \left(7^{\overline{mnpoo}} - 1\right)^{\overline{abc}}$

$\left(\underbrace{66...66_{7}}_{\overline{mnp00}_{\text{cifras}}}\right)^{\overline{abc}} = \left(7^{4k} - 1\right)^{\overline{abc}}$; $\overline{mnp00} = \overset{0}{4}$

$\left(\underbrace{66...66_{7}}_{\overline{mnp00}_{\text{cifras}}}\right)^{\overline{abc}} = \left(\left(7^{4}\right)^{k} - 1\right)^{\overline{abc}}$

$\left(\underbrace{66...66_{7}}_{\overline{mnp00}_{\text{cifras}}}\right)^{\overline{abc}} = \left((...1)^{k} - 1\right)^{\overline{abc}}$

$\left(\underbrace{66...66_{7}}_{\overline{mnp00}_{\text{cifras}}}\right)^{\overline{abc}} = ...0$

RPTA.: A

504. ¿Cuántos valores puede tomar "a" si el número $\overline{aaa.....aa}_{(9)}$ de 16 cifras es divisible entre 8?

A) 2 B) 4 C) 6
D) 8 E) 7

RESOLUCIÓN

$N = \underbrace{\overbrace{aaa..aa}^{16\ \text{cifras}}}_{0}{}_{(9)} = \overset{0}{8}$

$\Rightarrow \quad \overset{0}{8} + 16a = \overset{0}{8}$:

se cumple para todo "a"

$\Rightarrow$ a = 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8

$\therefore$ a toma 8 valores

RPTA.: D

505. Calcule "a x b"; si $\overline{4a0567b}_{(9)}$ es divisible entre 10 y al ser dividido entre 8 el resto es 2.

A) 4 B) 15 C) 35
D) 21 E) 5

RESOLUCIÓN

* $\overline{4a0567b}_{(9)} = \overset{0}{10} \rightarrow b - a - 2 = 18$

+-+-+-+

$\Rightarrow \quad \boxed{b - a = 2}$ (I)

* $\overline{4a0567b}_{(9)} = \overset{0}{8} + 2 \rightarrow a + b + 22 = \overset{0}{8} + 2$

$\Rightarrow \quad a + b + 20 = \overset{0}{8} \rightarrow a + b = 4 \ \acute{o}\ 12$

Para $\left.\begin{matrix} a+b=12 \\ b-a=2a \end{matrix}\right\} \exists$ 5 b = 7

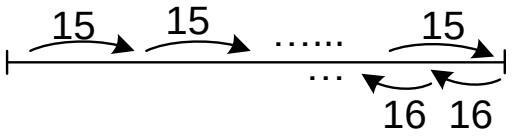
$\therefore \quad a \times b = 35$

RPTA.: C

506. Un animalito va de "A" hacia "B" dando saltos de 15 cm y regresa dando saltos de 16 cm. Después de haber recorrido 1,22 m se detiene. ¿Cuánto le falta para llegar al punto A?

A) 48 cm.
B) 42 cm.
C) 52 cm.
D) 58 cm.
E) menos de 40 cm.

RESOLUCIÓN



$15a + 16b = 122$

Modulo $\overset{0}{3}$

$$\overset{0}{3}+\left(\overset{0}{3}+1\right)b=\overset{0}{3}+2$$

$$b=\overset{0}{3}+2$$

b = 3k + 2 ⟨ k = 0 ; b = 2 (sí) / k = 1 ; b = 5 (No)

Reemplazando:

$$15a+16(2)=122$$

$$a=\frac{122-32}{15}=\frac{90}{15}=6$$

La distancia de A a B es:
16(6) = 90 cm
Falta: 90 − 16(b) = 58

RPTA.: D

507. Si $\underbrace{333...}_{\text{"n" cifras}}=\overset{0}{41}$. Con "n" mínimo. ¿Cuál será el residuo por exceso que se obtiene al dividir entre 26 al menor número de 5 cifras diferentes de la base n?

A) 8 B) 12 C) 14
D) 16 E) 10

RESOLUCIÓN

$$\begin{array}{r|l}\underbrace{33333}_{5\text{ cifras.}} & 41\\ \hline & 813\end{array}$$

Menor número de 5 cifras diferentes en base 5:

$$10234_{(5)}=\overset{0}{26}+r$$

Descomponiendo:

$$1\times5^4+0+2\times5^2+3\times5+4=694$$

$$\begin{array}{r|l}694 & 26\\ \hline 674 & 26\\ \hline 18 & \end{array}$$

Por defecto = 18
Por exceso = 8

RPTA.: A

508. Un niño si cuenta sus canicas agrupándolas de 5 en 5 le faltan 2 canicas; si las cuentan de 6 en 6 le sobran 3; y si las cuentan de 8 en 8 le faltan 5; por lo que decidió agruparlos de 9 en 9, así no le sobra ninguna canica. Si la cantidad de canicas se encuentra entre 400 y 650. ¿Cuántas canicas tiene el niño?

A) 438 B) 480 C) 483
D) 485 E) 603

RESOLUCIÓN

Sea "N" la cantidad de canicas que tiene el niño:

$$N=\begin{cases}\overset{0}{5}+3\\ \overset{0}{6}+3\\ \overset{0}{8}+3\end{cases}$$

$$N=\overset{0}{\overline{MCM(5;6;8)}}+3\Rightarrow\overset{0}{\overline{120}}+3$$

Entonces:
N = 123; 243; 363; 483; 603.....

Pero: $N=\overset{0}{9}\ \Rightarrow\ 400<N<650$

$\therefore$ El niño tiene 603 canicas.

RPTA.: C

509. ¿Cuál es la suma de las cifras del mayor número entero de tres cifras, tal que si se le resta la suma de sus tres cifras el resultado es divisible por 13?

A) 26 B) 20 C) 15
D) 23 E) 24

RESOLUCIÓN

$$\overline{abc} - (a+b+c) = \overset{0}{13}$$

$$\downarrow\downarrow\downarrow$$

$$431$$

$$\vee\vee$$

$$- \quad + \quad 5a + 4b = \overset{0}{13}$$

$$a = 9$$

$$b = 5$$

$$c = 9$$

$\therefore \quad \boxed{a+b+c = 9 = 23}$

RPTA.: D

510. ¿Cuántos números de dos cifras hay, que al elevarse al cuadrado y al ser divididos entre cinco dejan resto cuatro?

A) 18 B) 48 C) 32
D) 45 E) 36

RESOLUCIÓN

$$\overline{ab} = \begin{cases} \overset{0}{5} \\ \overset{0}{5} \pm 1 \\ \overset{0}{5} \pm 2 \end{cases} \Rightarrow (\overline{ab})^2 = \begin{cases} \overset{0}{5} \\ \overset{0}{5} + 1 \\ \overset{0}{5} + 4 \end{cases}$$

$\therefore \quad \overline{ab} = \overset{0}{5} + 2$ ó $\overline{ab} = \overset{0}{5} - 2$

$\overline{ab} =$ 12; 17; 22; 27; ……..; 97 $\longrightarrow$ 18 valores
13; 18; 23; 28; ……..; 98 $\longrightarrow$ 18 valores

$\therefore \quad \boxed{\text{Existen } 36 \text{ números}}$

RPTA.: E