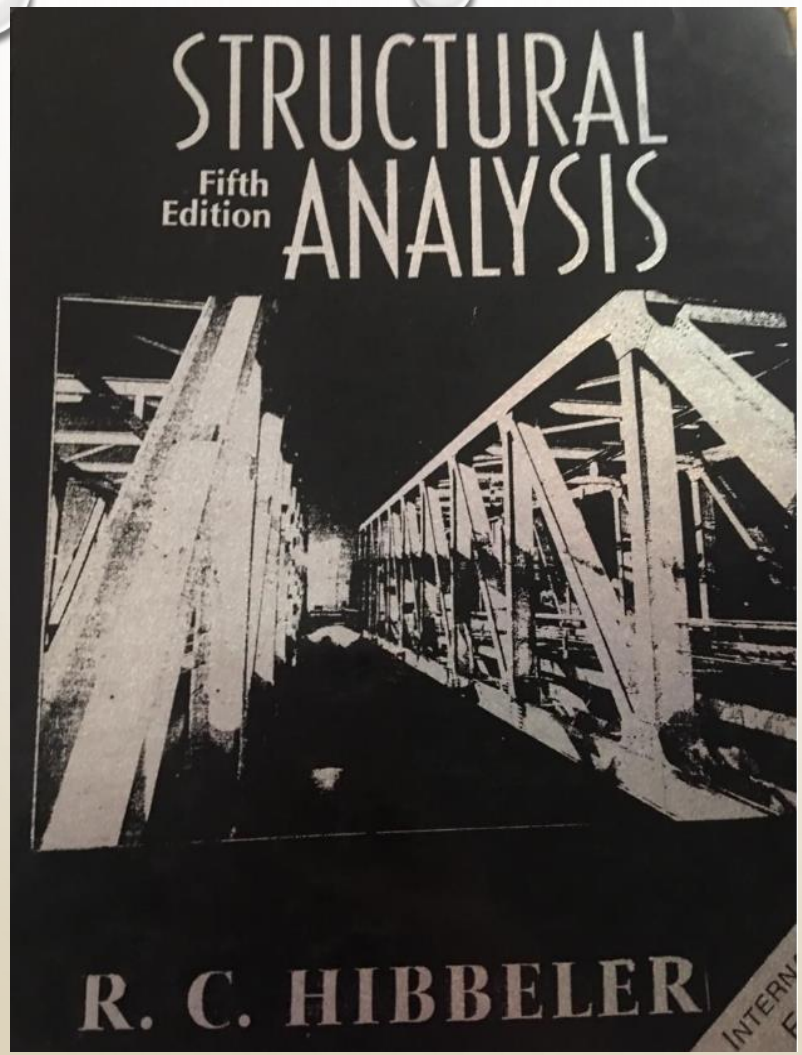


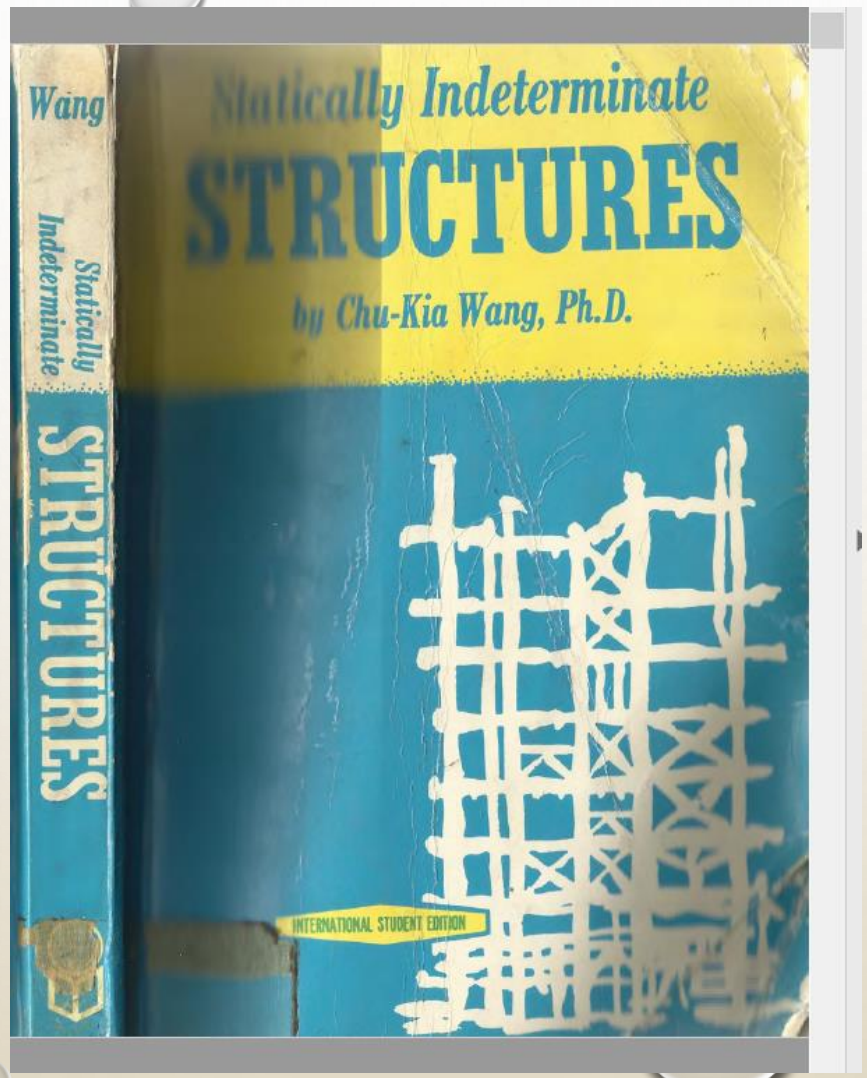
ANALISIS STRUKTUR STATIS TAK TENTU

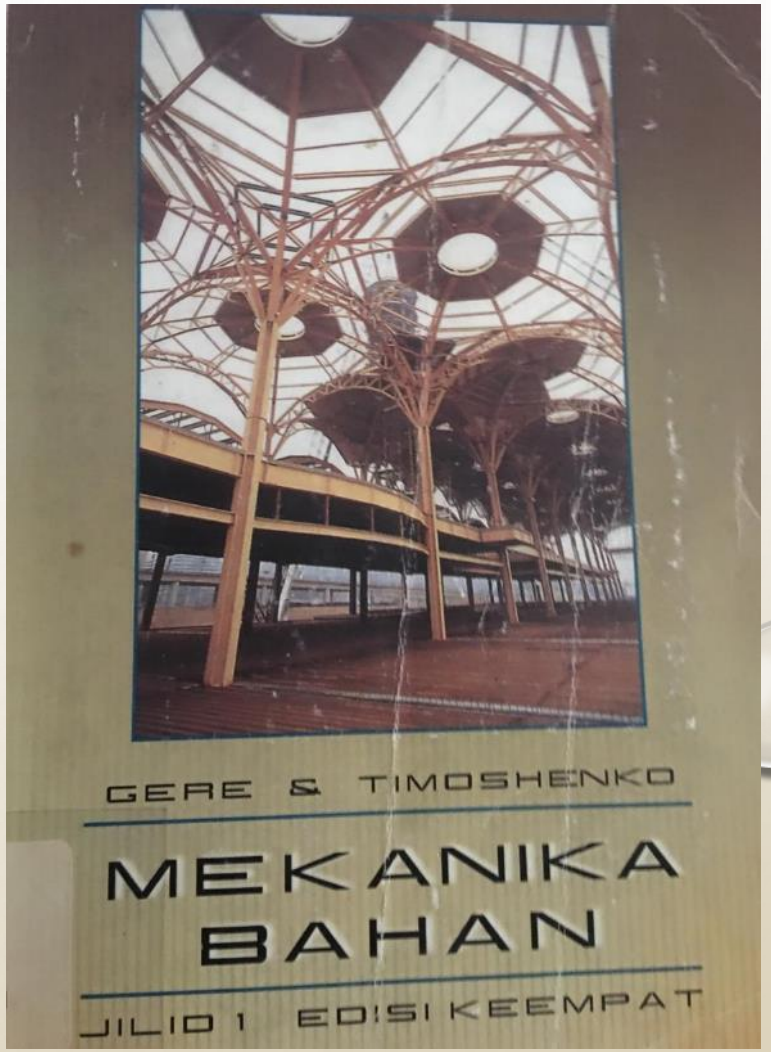
Ade Okvianti Irlan, ST.,M.Eng
Ir. Grace Kurniawati.,M.Eng
Marshelly, ST.,MT

Program Studi S1 Teknik Sipil
Universitas Trisakti

REFERENSI ANALISIS STRUKTUR







JADWAL KULIAH DAN MATERI

Kuliah	Tanggal	Materi Kuliah	Ket
Ke-1	**17 Feb 2020**	Pendahuluan, Penjelasan Tujuan, Rencana Pembelajaran, Bobot Nilai ASSTT	20% Tugas 40% UTS 40% UAS
Ke-2	**24 Feb 2020**	Pengenalan Analiysis Struktur Balok menerus Statis Tak Tentu metode Clapeyron (Persamaan Tiga Momen)	Diskusi, Latihan Soal
Ke-3	**2 Maret 2020**	Analiysis Struktur Portal Tak Bergoyang Statis Tak Tentu metode Clapeyron (Persamaan Tiga Momen	Diskusi, Latihan Soal
Ke-4	**2 Maret 2020**	Analiysis Struktur Portal Bergoyang Statis Tak Tentu metode Clapeyron (Persamaan Tiga Momen	Diskusi, Latihan Soal
Ke-5	**9 Maret 2020**	Analiysis Struktur Balok menerus dan Portal Tak Bergoyang Statis Tak Tentu metode Slope Deflection (Putaran Sudut)	Diskusi, Latihan Soal
Ke-6	**16 Maret 2020**	Analiysis Struktur Portal Bergoyang Statis Tak Tentu metode Slope Deflection (Putaran Sudut)	Diskusi, Latihan Soal
Ke-7	**23 Maret 2020**	**UJIAN 1**	

Kuliah	Tanggal	Materi Kuliah	Ket
Ke-8	**30 Maret 2020**	**UJIAN TENGAH SEMESTER**	
Ke-9	**13 April 2020**	Analiysis Struktur Portal Bergoyang Statis Tak Tentu metode Slope Deflection (Putaran Sudut)	Diskusi, Latihan Soal
Ke-10	**20 April 2020**	Analiysis Struktur Balok menerus Statis Tak Tentu metode cross	Diskusi, Latihan Soal
Ke-11	**27 April 2020**	Analiysis Struktur Portal Tak Bergoyang Statis Tak Tentu metode cross	Diskusi, Latihan Soal
Ke-12	**4 Mei 2020**	Analiysis Struktur Portal Tak Bergoyang Statis Tak Tentu metode cross (Lanjutan)	Diskusi, Latihan Soal
Ke-13	**11 Mei 2020**	Analiysis Struktur Portal Bergoyang Statis Tak Tentu metode cross	Diskusi, Latihan Soal
Ke-14	**18 Mei 2020**	Analiysis Struktur Portal Bergoyang Statis Tak Tentu metode cross (Lanjutan)	Diskusi, Latihan Soal
Ke-15	**25 Mei 2020**	Analiysis Struktur Portal Bergoyang Statis Tak Tentu metode cross (Lanjutan)	Diskusi, Latihan Soal
Ke-16		**UJIAN AKHIR SEMESTER**	

Definisi :

*Suatu struktur bersifat **Statis Tak Tentu** luar apabila jumlah komponen reaksi perletakan melebihi persamaan keseimbangan statika*

Persamaan keseimbangan statis :

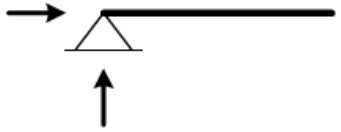
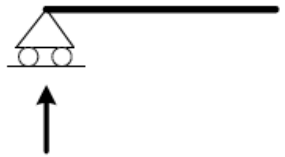
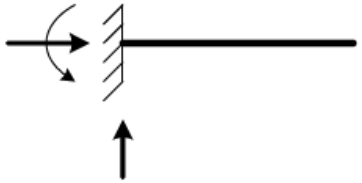
1. **Struktur 2-dimensi** = *3 Persamaan keseimbangan*

Keseimbangan Gaya	: $\Sigma Fx = 0$; $\Sigma Fy = 0$
Keseimbangan Momen	: $\Sigma M = 0$

2. **Struktur 3-dimensi** = *6 Persamaan keseimbangan*

Keseimbangan Gaya	: $\Sigma Fx = 0$; $\Sigma Fy = 0$; $\Sigma Fz = 0$
Keseimbangan Momen	: $\Sigma Mx = 0$; $\Sigma My = 0$; $\Sigma Mz = 0$

Tabel 1. Jenis kondisi tumpuan (model-model idealisasi)

JENIS TUMPUAN	SIMBOL / GAMBAR	JENIS GAYA DAN ROTASI YANG TIMBUL
Tumpuan Sendi		Mampu menahan gaya vetikal dan horisontal tetapi mengalami rotasi
Tumpuan Roll		Mampu menahan gaya vetikal dan mengalami rotasi
Tumpuan Jepit		Mampu menahan gaya vetikal, horisontal dan momen serta tidak mengalami rotasi tumpuan
Tumpuan Link (sendi)		*Link* (sendi) mampu menahan gaya searah *Link*

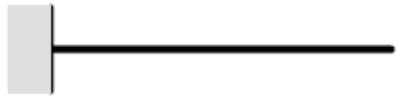
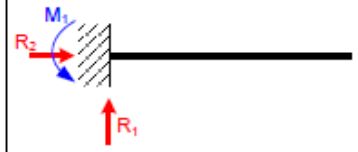
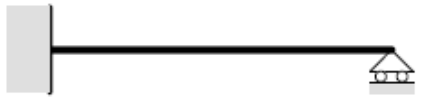
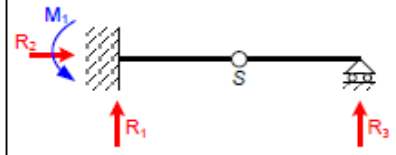
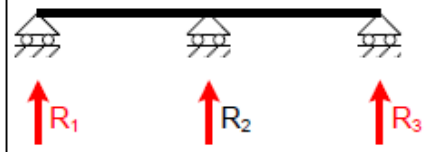
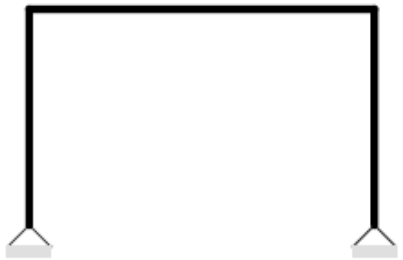
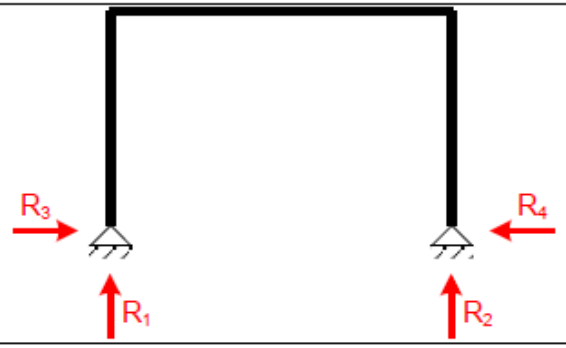
Sehingga :

ra > 3 ; struktur statis tak tentu eksternal

ra = 3 ; struktur statis tertentu eksternal

ra < 3 ; struktur tidak stabil eksternal

Tabel 2. Contoh Klasifikasi struktur

GAMBAR STRUKTUR	KOMPONEN REAKSI TUMPUAN	KLASIFIKASI STRUKTUR
	 $r_a = 3$	Statis Tertentu ; Stabil
	 $r_a = 3$	Statis Tertentu ; Stabil
	 $r_a = 4$	Statis Tak Tentu ; Stabil
	 $r_a = 5$	Statis Tak Tentu ; Stabil
	 $r_a = 3$	Tidak Stabil Geometri
	 $r_a = 4$	Statis Tak Tentu ; Stabil

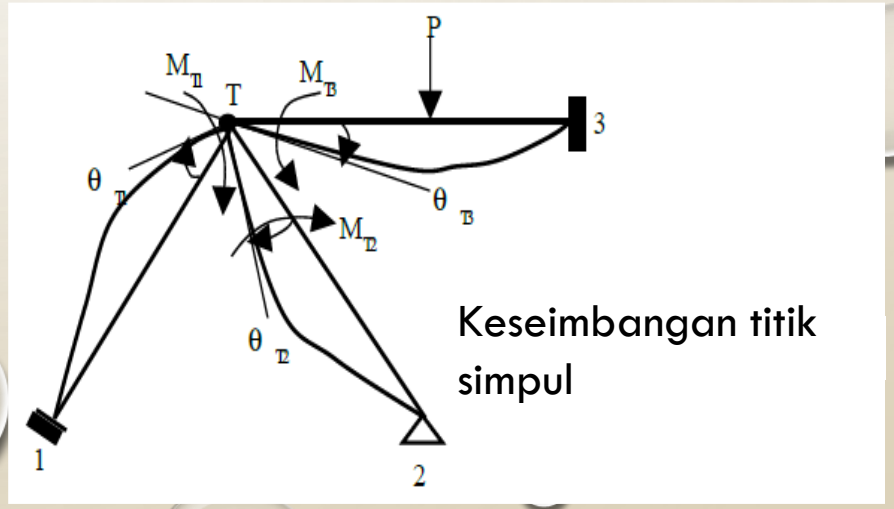
Pada pembahasan ASTT, ada 3 (tiga) metode yang digunakan pada perhitungan statis tak tentu yaitu:

1. Clapeyron Method (Persamaan 3 Momen)
2. Slope Deflection Method (Persamaan Putaran Sudut)
3. Cross Method

Fungsinya untuk menentukan gaya luar berupa reaksi perletakan dan gaya dalam (Momen, Lintang dan Normal)

Struktur Balok dam portal sambungan antar batang-batang struktur diasumsikan sebagai sambungan kaku, dan sambungan kaku harus memenuhi 2 persyaratan yaitu:

1. Keseimbangan, jumlah momen batang yang ketemu pada sebuah titik simpul yang disambung secara kaku dan sama dengan Nol.
2. Kestabilan: rotasi batang-batang yang bertemu pada sebuah titik simpul yang disambung secara kaku sama besar dan arahnya



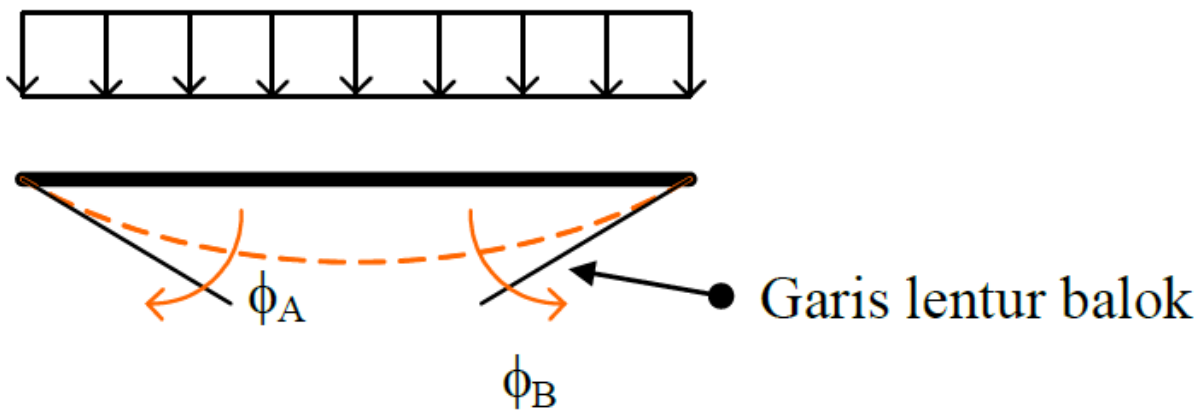
Keseimbangan titik simpul

ANALISIS STRUKTUR DENGAN METODE *CLAPEYRON*

Persamaan Metode ini dengan mengasumsukan **Garis Elastis** dan Arah Tanda Momen Batang terlebih dahulu. Tanda arah momen batang ⟲ (+)

Deformasi (rotasi) balok disebabkan oleh beberapa faktor yaitu :

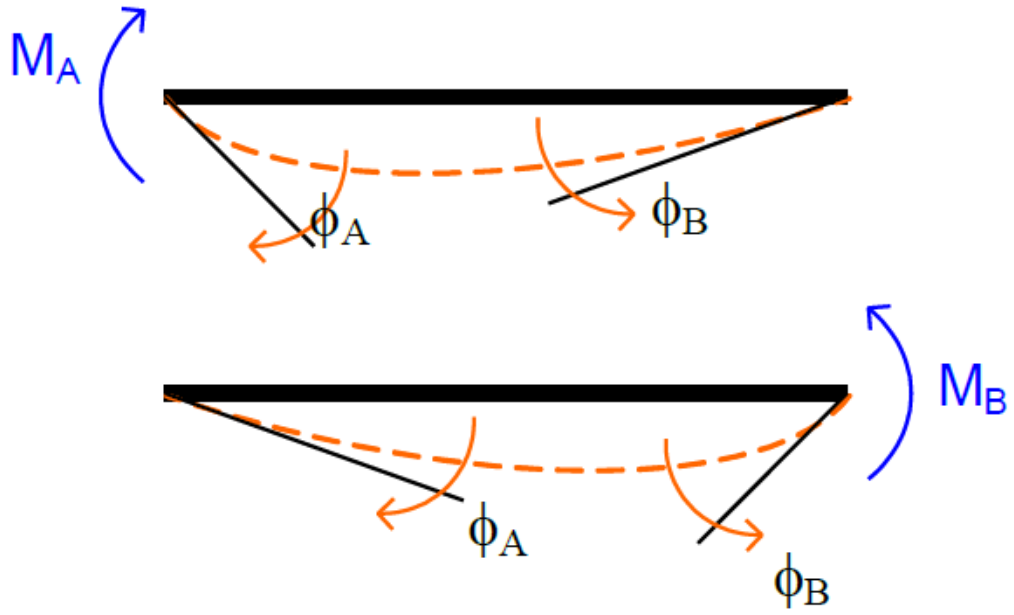
1. Akibat beban luar yang bekerja



$$\phi_A = -\phi_B = \frac{q.L^3}{24EI}$$

Tanda (+) dan (-) disesuaikan arah garis elastis.
Jika beban luar searah garis elastis maka tandanya (+) dan sebaliknya (-)

2. Akibat momen pada salah satu ujung balok



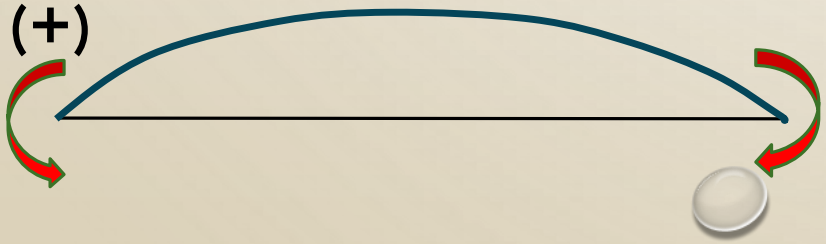
$$\phi_A = \frac{M_A.L}{3EI};\ \phi_B = -\frac{M_A.L}{6EI}$$

(-) Berlawanan arah jarum jam

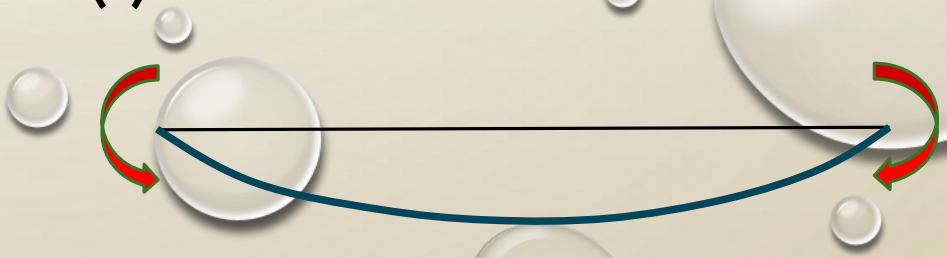
$$\phi_A = \frac{M_B.L}{6EI};\ \phi_B = -\frac{M_B.L}{3EI}$$

Arah tanda Momen Batang (+) dan (-) jika momen batang searah atau berlawanan dengan arah garis elastis:

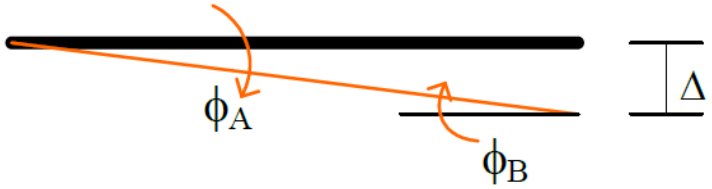
(+)



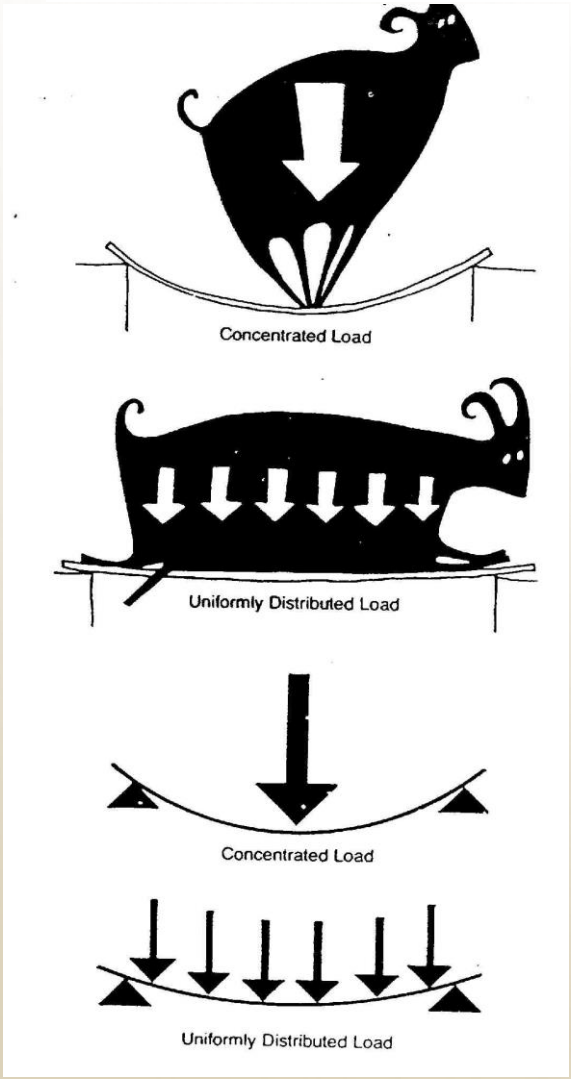
(-)



3. Akibat perpindahan (translasi) relatif ujung balok terhadap ujung balok yang lain



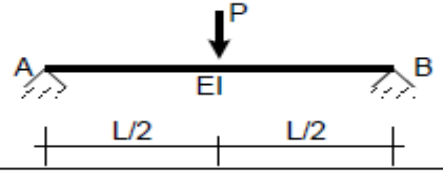
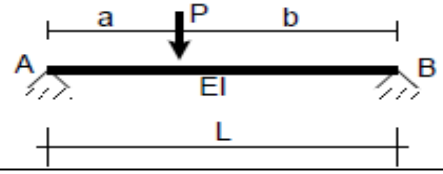
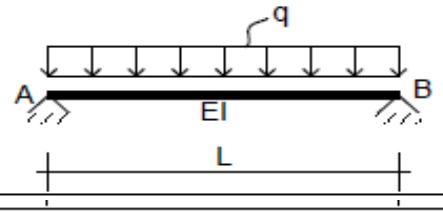
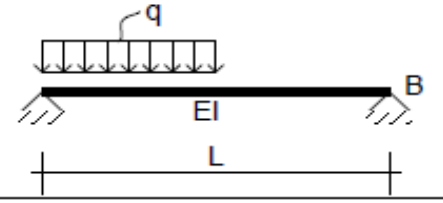
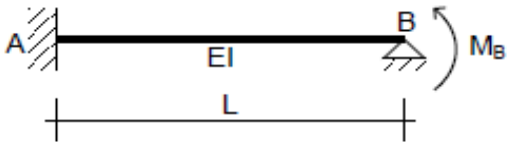
$$\phi_A = \phi_B = \frac{\Delta}{L}$$



Beban terpusat

Beban merata

Tabel 3. Rumus-rumus deformasi balok akibat beban luar

Gambar Pembebanan Struktur	Deformasi di Ujung A	Deformasi di Ujung B
	$\phi_A = \frac{P.L^2}{16EI}$	$\phi_B = -\frac{P.L^2}{16EI}$
	$\phi_A = \frac{P.b.(L^2-b^2)}{6EI.L}$	$\phi_B = -\frac{P.a.(L^2-a^2)}{6EI.L}$
	$\phi_A = \frac{q.L^3}{24EI}$	$\phi_B = -\frac{q.L^3}{24EI}$
	$\phi_A = \frac{9}{384}\frac{q.L^3}{EI}$	$\phi_B = -\frac{7}{384}\frac{q.L^3}{EI}$
	$\phi_A = 0$	$\phi_B = -\frac{M.L}{4EI}$

Prosedur Analisis struktur statis tak tentu dengan metode *Clapeyron* :

I. Analisis stuktur

1. Asumsikan Garis Elastis
2. Asumsikan arah Tanda Momen Batang yang bekerja pada titik kumpul
3. Tentukan Bilangan tidak diketahui dan butuh berapa persamaan dengan melihat kondisi konstruksi balok dan portal.
4. kemudian hitung persamaan dengan menggunakan deformasi akibat BEBAN LUAR dan deformasi akibat MOMEN dan jika ada pergoyangan maka gunakan persamaan deformasi akibat PERPINDAHAN
5. Selesaikan Persamaan untuk mendapatkan Momen Ujung.

II. Analisis *Free body*

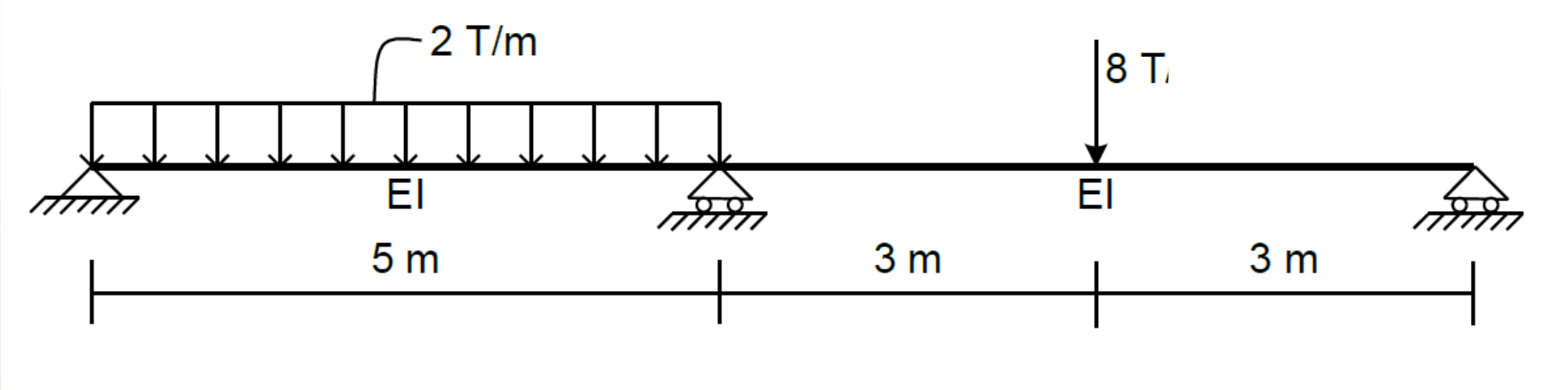
1. Nyatakan struktur dalam bentuk batang-batang yang bebas (free body) dengan beban dan momen yang bekerja pada batang tersebut
2. Hitung besarya reaksi perletakan setiap ujung balok akibat beban luar dan momen ujung yang telah diperoleh.

III. Gambar Bidang M, D, dan N

1. Dengan menggunakan data-data yang telah diperoleh, hitung momen maksimum dan gaya lintang yang terjadi pada setiap balok.
2. Gambar bidang momen (M), bidang lintang (D) dan gaya Normal (N).

CONTOH SOAL

Diketahui struktur seperti gambar di bawah ini :

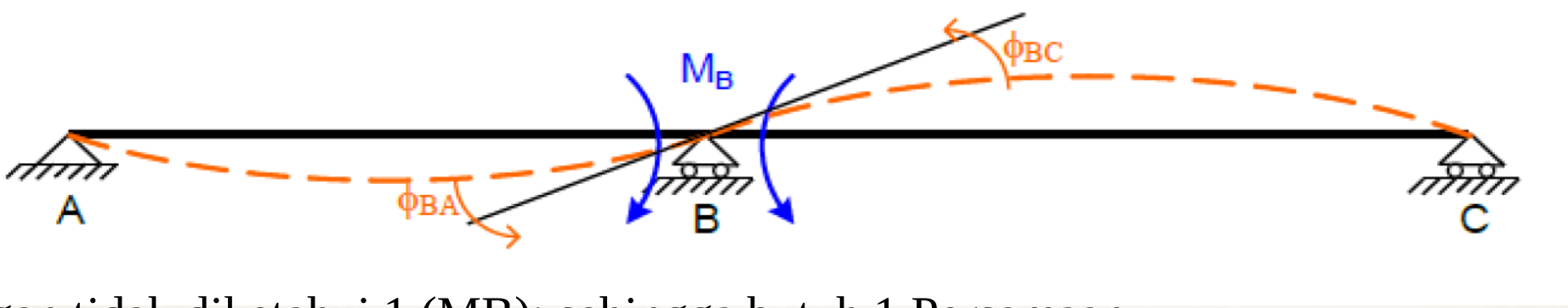


Diminta :

1. Hitung reaksi perletakan struktur tersebut ?
2. Hitung dan gambar bidang M dan D dengan metode *Clapeyron* ?

I. Analisa Struktur

a. Asumsikan Garis Elatis dan Tanda Momen Batang



b. Bilangan tidak diketahui 1 (MB); sehingga butuh 1 Persamaan.

$\phi BA = \phi BC$

c. Syarat kontinyu di titik B adalah :

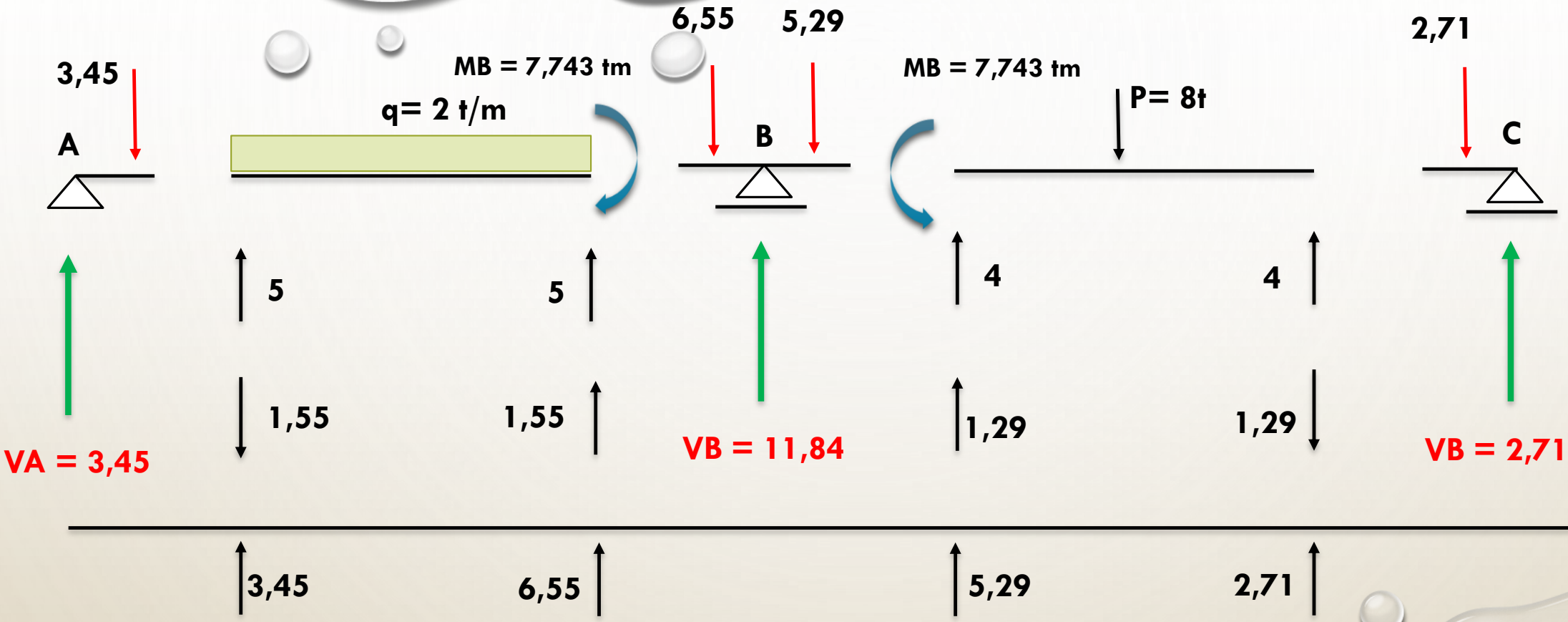
$\phi BA = \phi BC$

$$= + \left(\frac{q.L^3}{24\,EI}\right) - \left(\frac{MB.L}{3\,EI}\right) = - \frac{P.L^2}{16\,EI} + \left(\frac{MB.L}{3\,EI}\right)$$

$$= +10,42 - 1,67\,MB = -18 + 2\,MB$$

$$MB = +7,743\,Tm$$

II. Analisa FreeBody



III. Gambar bidang Momen dan bidang lintang struktur

Bidang Momen (**Balok AB)**

$Mx = V_{AB}. X - ½.q.X^2$

$= 3,45X - ½.2.X^2$

$= 3,45X - X^2$

Momen Max pada saat = $\frac{dMx}{dx} = 0$

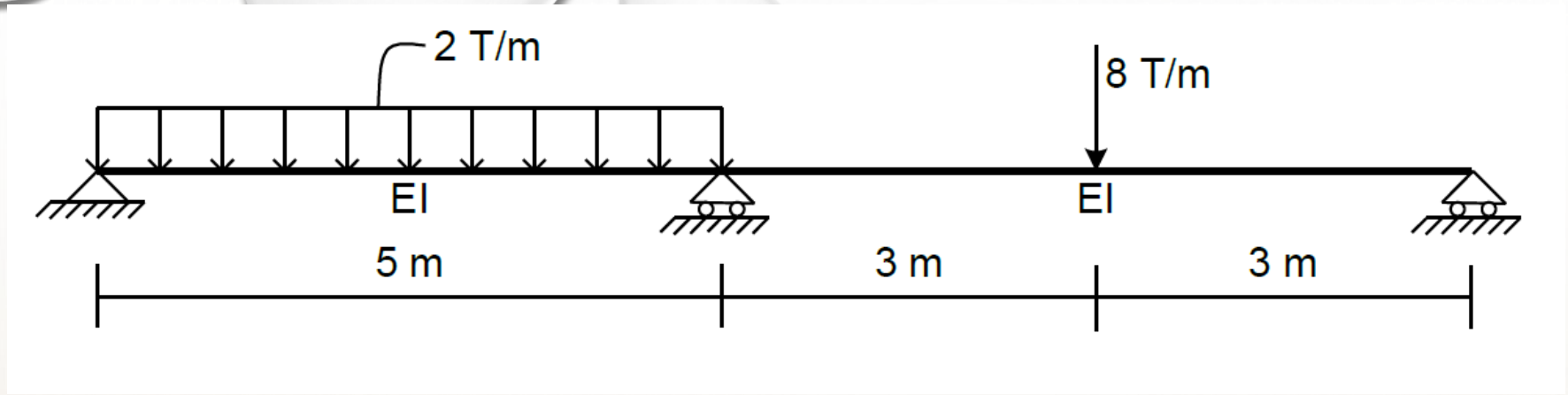
$\frac{dMx}{dx} = 0 \longrightarrow = 3,45 - 2X \longrightarrow 2X = 3,45 \longrightarrow$ **X = 1,725 m**

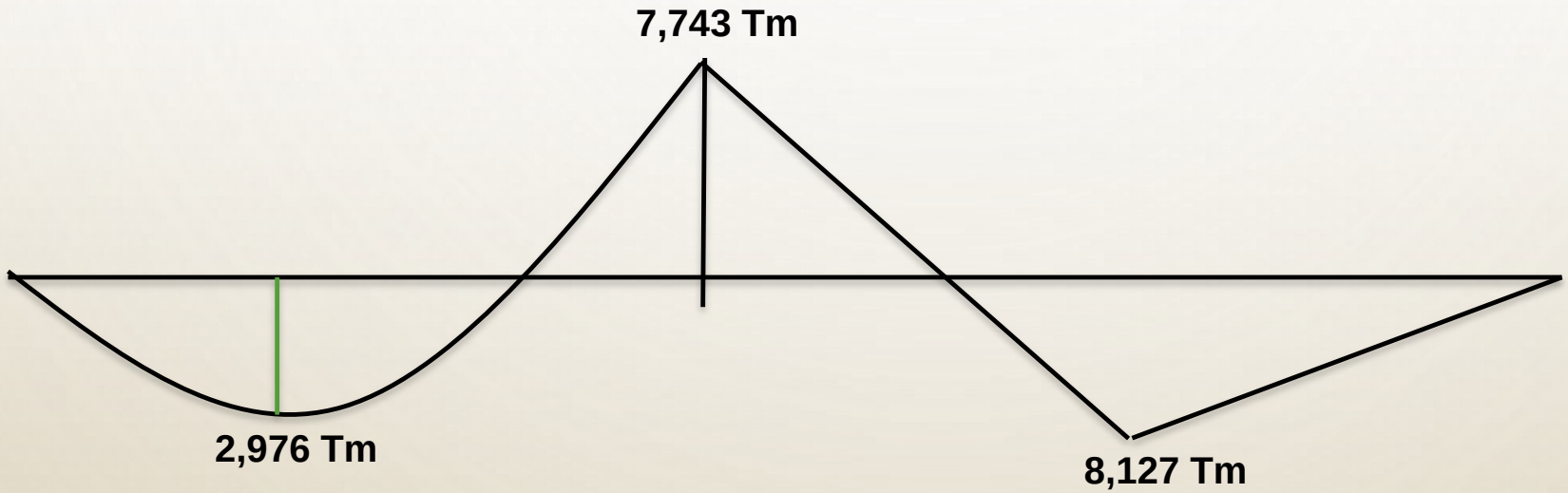
Maka momen Max. balok AB

$Mmax = 3,45\ (1,725) - (1,725)^2 =$ **2,976 Tm**

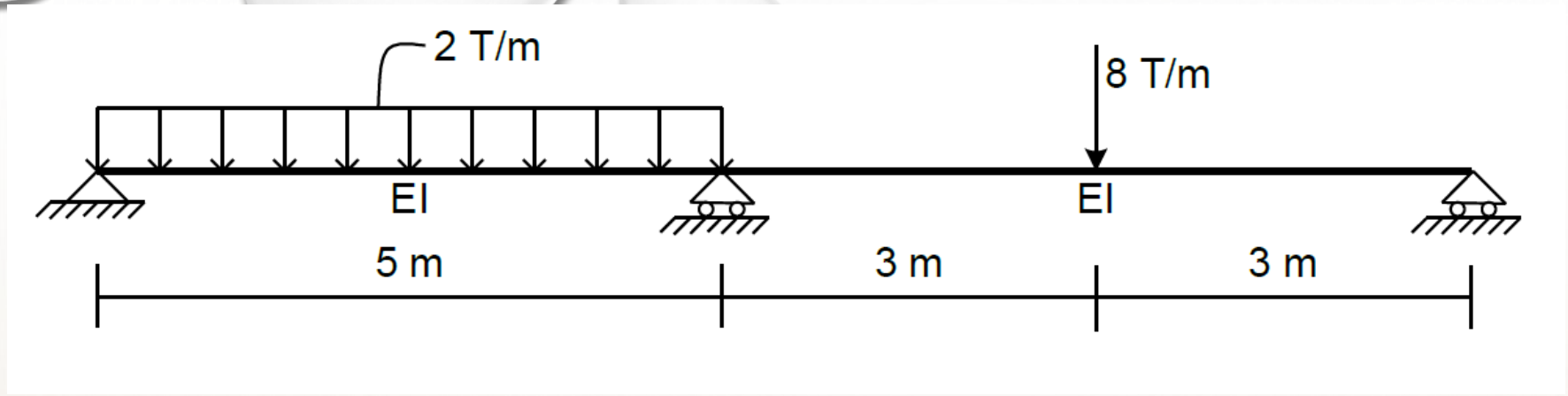
Bidang Momen (**Balok BC)**

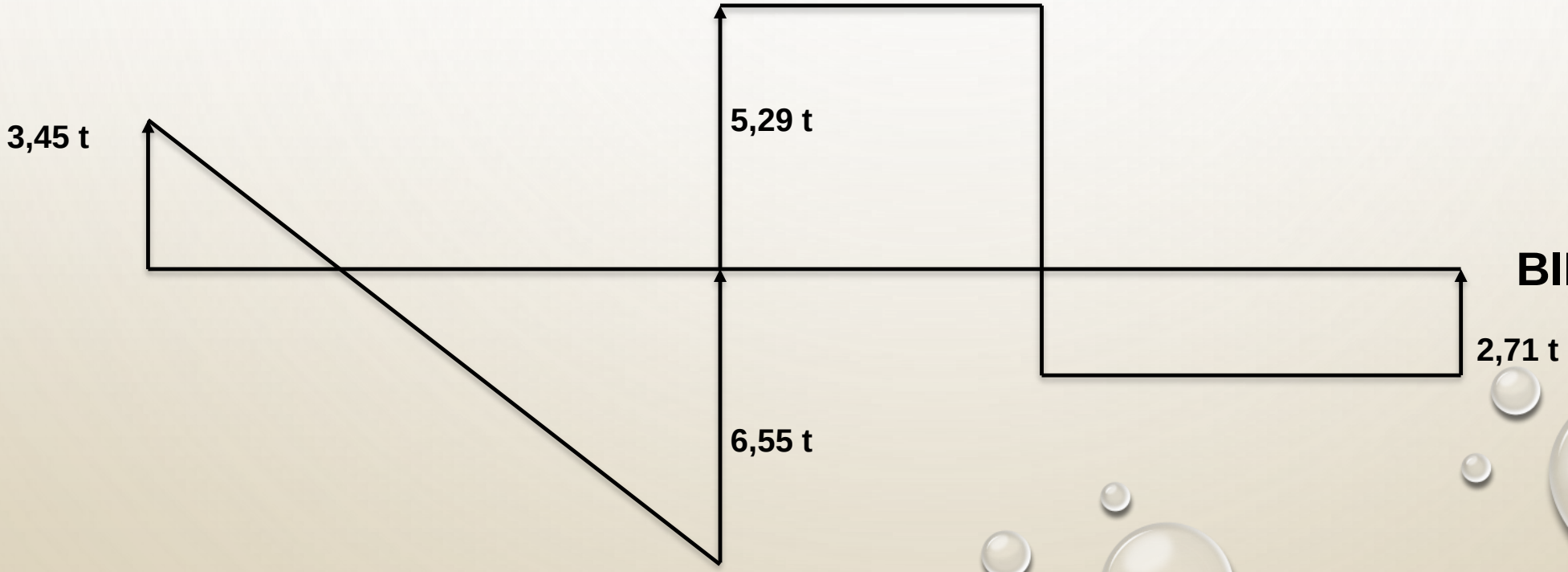
$Mx = V_{BC}.X - M_{BC} = 5,29\ (3).\ (7,743) =$ **8,127 tm**





BIDANG MOMEN



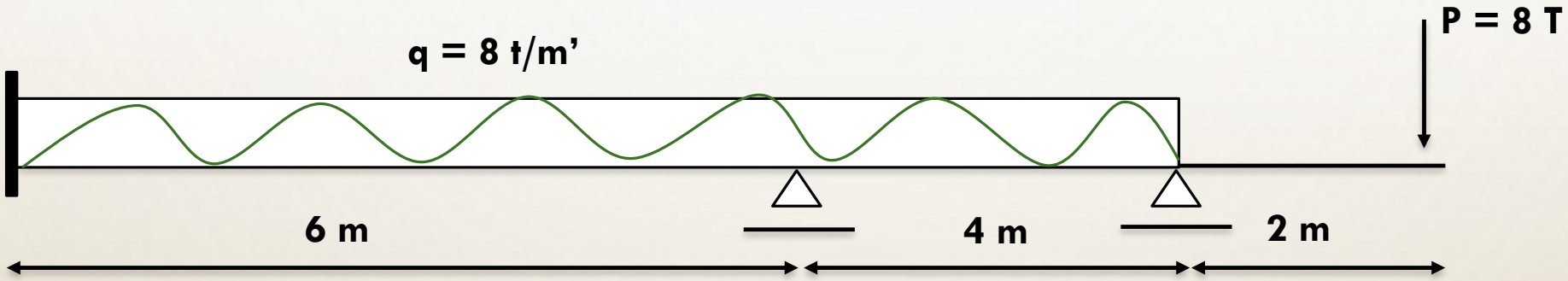


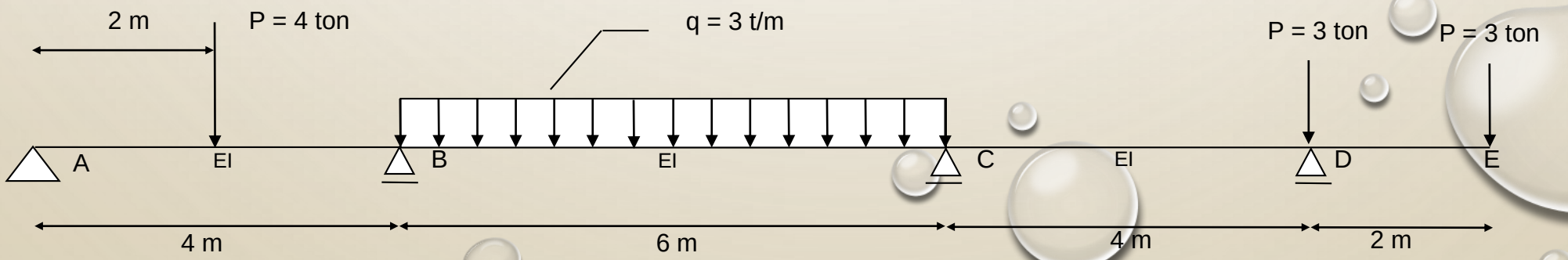
BIDANG LINTANG

SOAL

1. Buatlah Rangkuman Teori Mengenai Clapeyron Method minimal 5 halaman dan kerjakan di word.

2. Hitunglah dengan Clapeyron Method Balok Menerus Statis Tak Tentu. Hitung Reaksi Perletakan dan Gambar Bidang Momen dan Lintang.
   Soal No 2 tulis Tangan Pakai kertas Ujian.





MATERI 2
STRUKTUR STATIS TAK TENTU
PORTAL TAK BERGOYANG DAN PORTAL BERGOYANG

PORTAL BERGOYANG

didefinisikan sebagai portal dimana tekuk goyangan dicegah oleh portal itu sendiri.

Suatu portal dikatakan begoyang, jika :

a. Beban yang tidak simetris yang bekerja pada portal yang simetris atau tidak simetris.
b. Beban simetris yang bekerja pada portal yang simetris atau tidak simetris

PORTAL TAK BERGOYANG

didefinisikan sebagai portal dimana tekuk goyangan dicegah oleh elemen-elemen topangan struktur tersebut dan bukan oleh portal itu sendiri.

Portal tak bergoyang mempunyai sifat :

a. Portal tersebut simetris dan bekerja beban simetris.
b. Portal yang mempunyai kaitan dengan kontruksi lain yang tidak dapat bergoyang

Metoda “**Clapeyron**”, memakai momen-momen batang sebagai variabel (bilangan yang tidak diketahui) dan pergoyangan (defleksi D) pada struktur-struktur yang dapat bergoyang. Untuk menentukan apakah sebuah struktur dapat bergoyang atau tidak, dapat dilihat dari teori sebagai berikut (Rachmayani, 2013):

a) suatu titik simpul mempunyai dua kemungkinan arah pergerakan, yaitu vertikal dan horizontal.
b) Perletakan jepit dan perletakan sendi tidak dapat bergerak vertical maupun horizontal, sedangkan perletakan rol dapat bergerak hanya pada satu arah yaitu searah bidang perletakan.
c) Batang dibatasi oleh dua titik simpul, sehingga pergerakan titik simpul searah batang sama.

CEK STRUKTUR BERGOYANG DAN TAK BERGOYANG

Dari konsep tersebut dapat dirumuskan : **n = 2 j – (m + 2f + 2 h + r)**

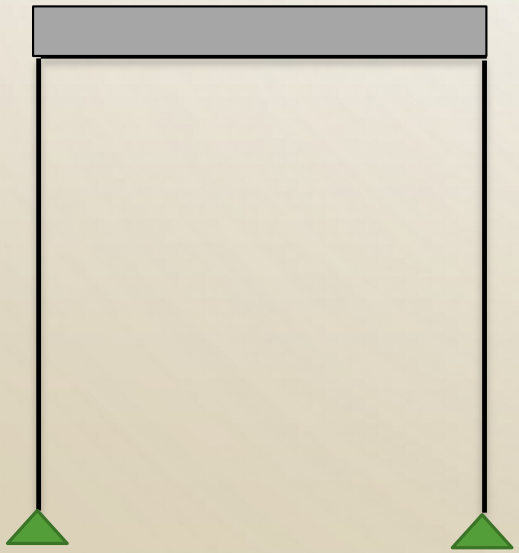
Di mana:

$$n = 2j - (m + 2f + 2h + r)$$

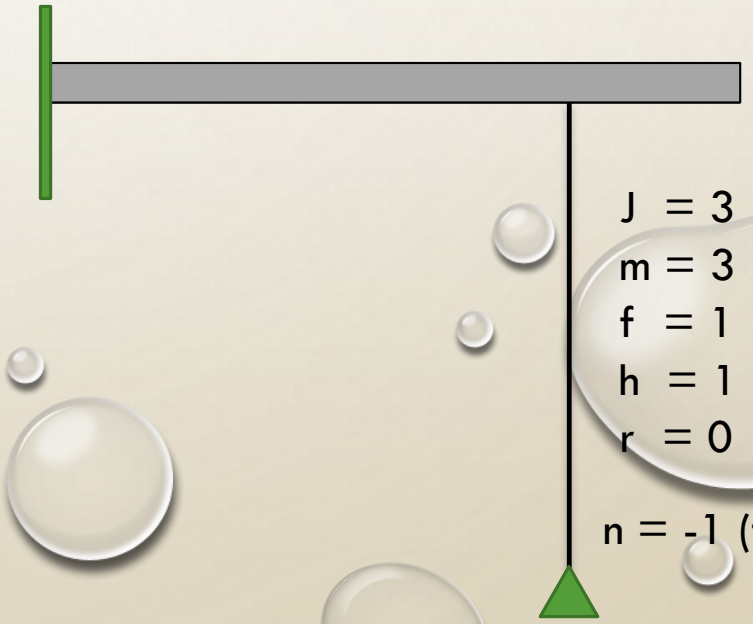
n = jumlah derajat kebebasan dalam pergoyangan.
j = “joint”, titik simpul termasuk perletakan
m =“member”, jumlah batang yang dibatasi oleh dua joint.
f =“fixed”, jumlah perletakan jepit.
h =“hinge”, jumlah perletakan sendi.
r =“rol”, jumlah perletakan rol.

Apabila n < 0, struktur tidak dapat bergoyang dan n > 0 Portal Bergoyang

Contoh Portal

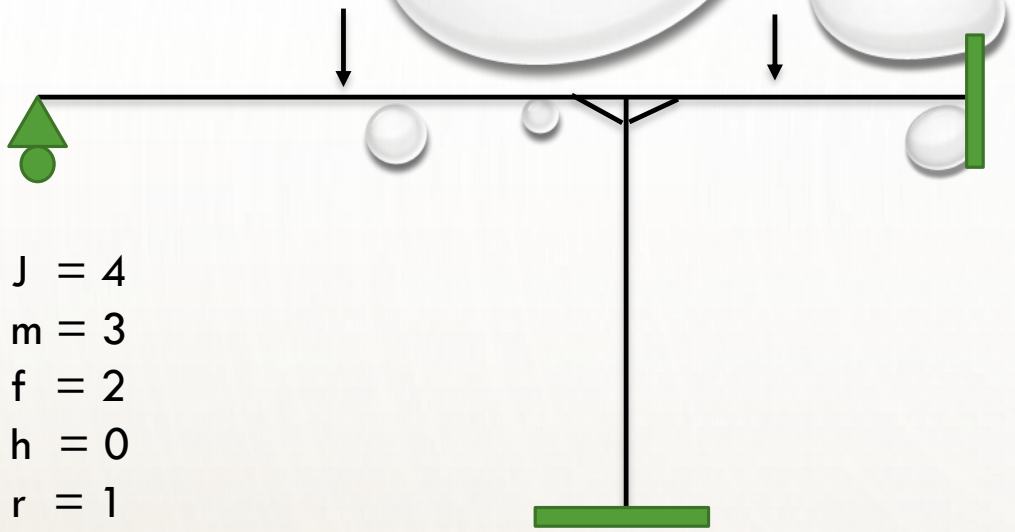


J = 4
m = 3
f = 0
h = 2
r = 0
n = 1 (bergoyang)



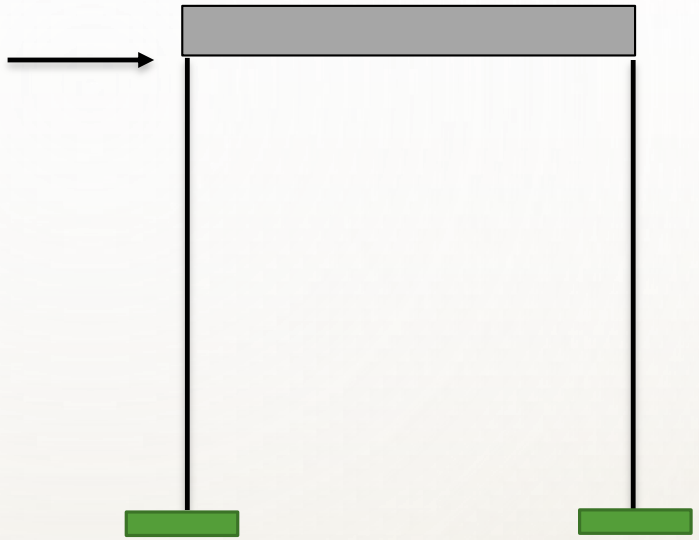
J = 3
m = 3
f = 1
h = 1
r = 0
n = -1 (tak bergoyang)

$$n = 2j - (m + 2f + 2h + r)$$



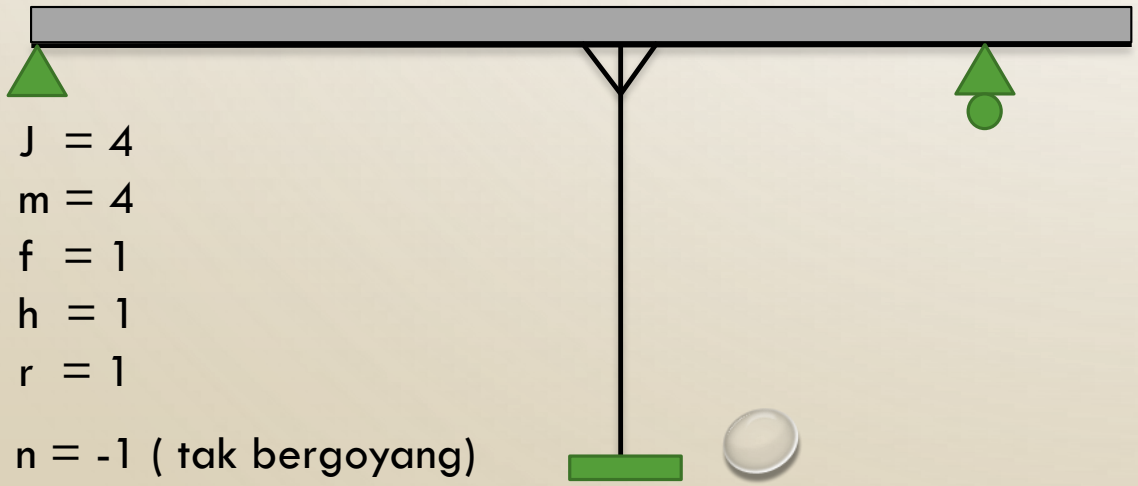
J = 4
m = 3
f = 2
h = 0
r = 1

n = 0 (tak bergoyang)



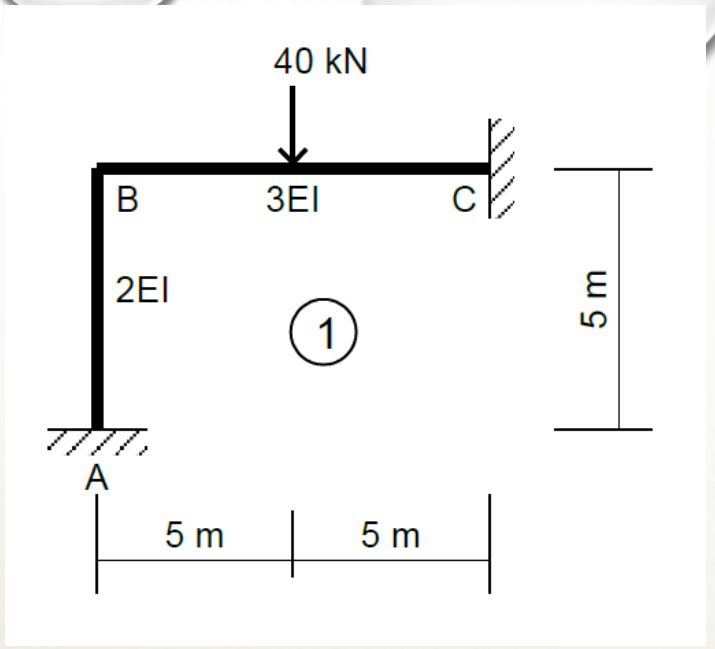
J = 4
m = 3
f = 2
h = 0
r = 0

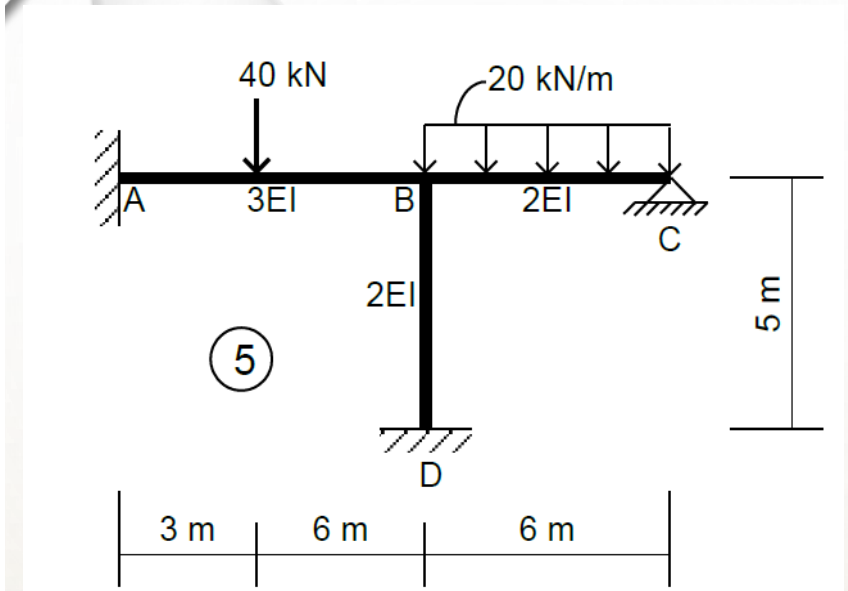
n = 1 (bergoyang)

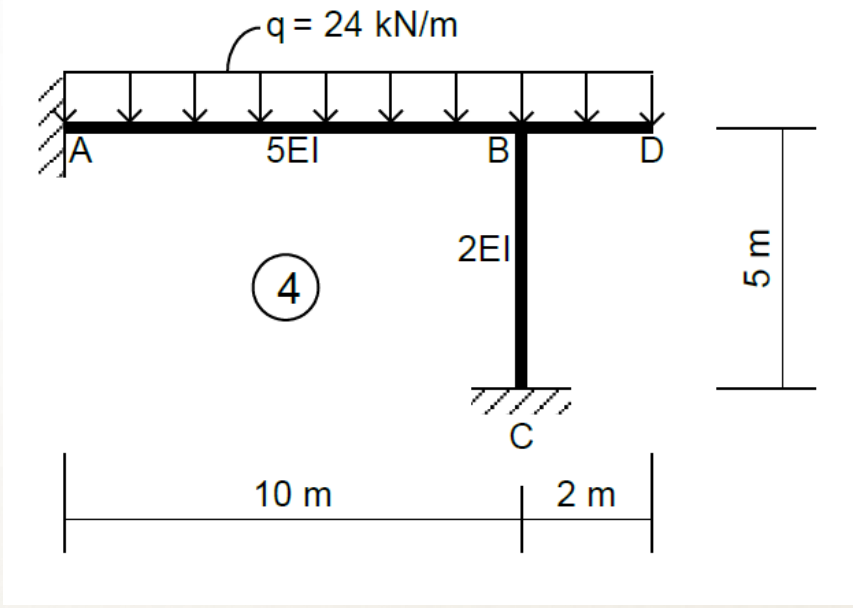


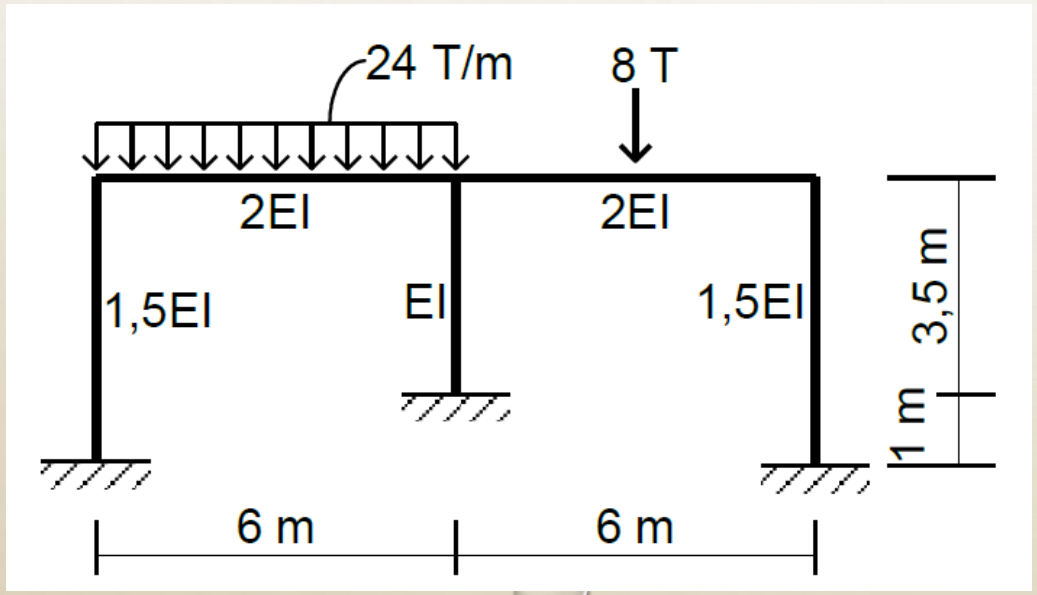
J = 4
m = 4
f = 1
h = 1
r = 1

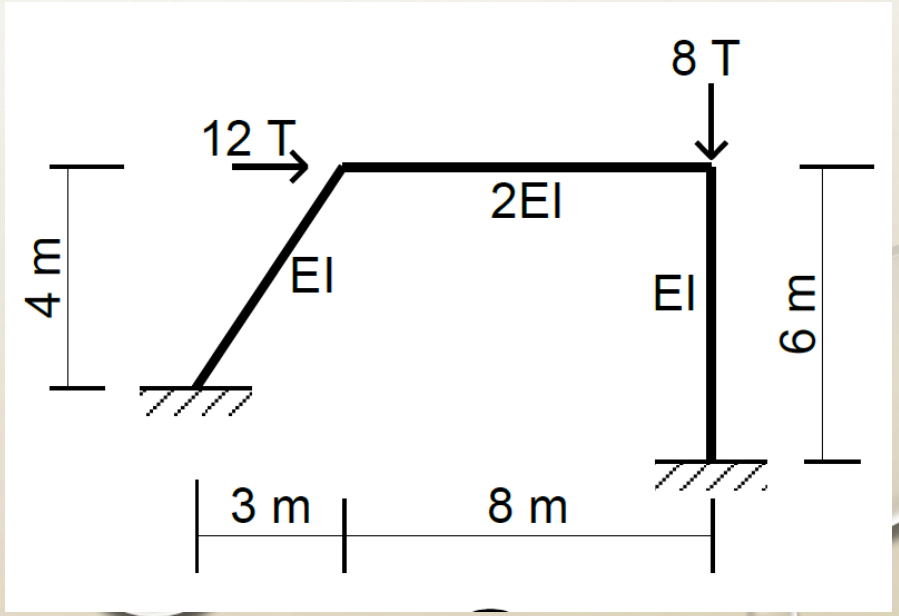
n = -1 (tak bergoyang)


40 kN
B
3EI
C
2EI
1
5 m
A
5 m
5 m

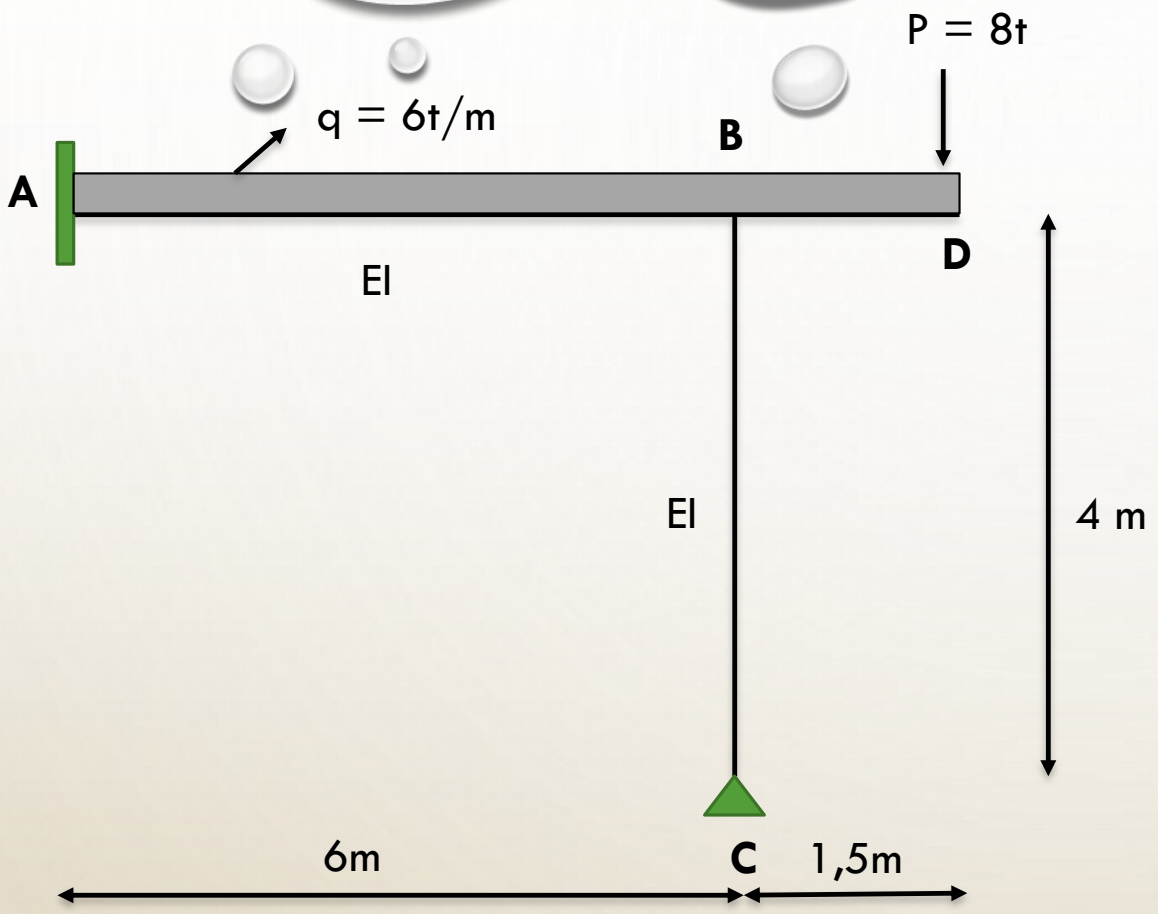

40 kN
20 kN/m
A
3EI
B
2EI
C
2EI
5
5 m
D
3 m
6 m
6 m


q = 24 kN/m
A
5EI
B
D
2EI
4
5 m
C
10 m
2 m


24 T/m
8 T
2EI
2EI
1,5EI
EI
1,5EI
3,5 m
1 m
6 m
6 m


8 T
12 T
2EI
EI
EI
4 m
6 m
3 m
8 m

SOAL



Diminta :

1. Hitung reaksi perletakan struktur tersebut ?
2. Hitung dan gambar bidang M,D,N dengan metode *Clapeyron* ?

Bilangan tidak diketahui ada 3 yaitu M_A, M_{BA}, M_{BC} sehingga butuh 3 Pers.

$$\boldsymbol{\varphi\, AB = 0}$$

$$\boldsymbol{\varphi\, BA = \varphi\, BC}$$

$$\boldsymbol{\sum MB = 0}$$

Menentukan Bilangan Tidak di ketahui dan butuh berapa Persamaan.

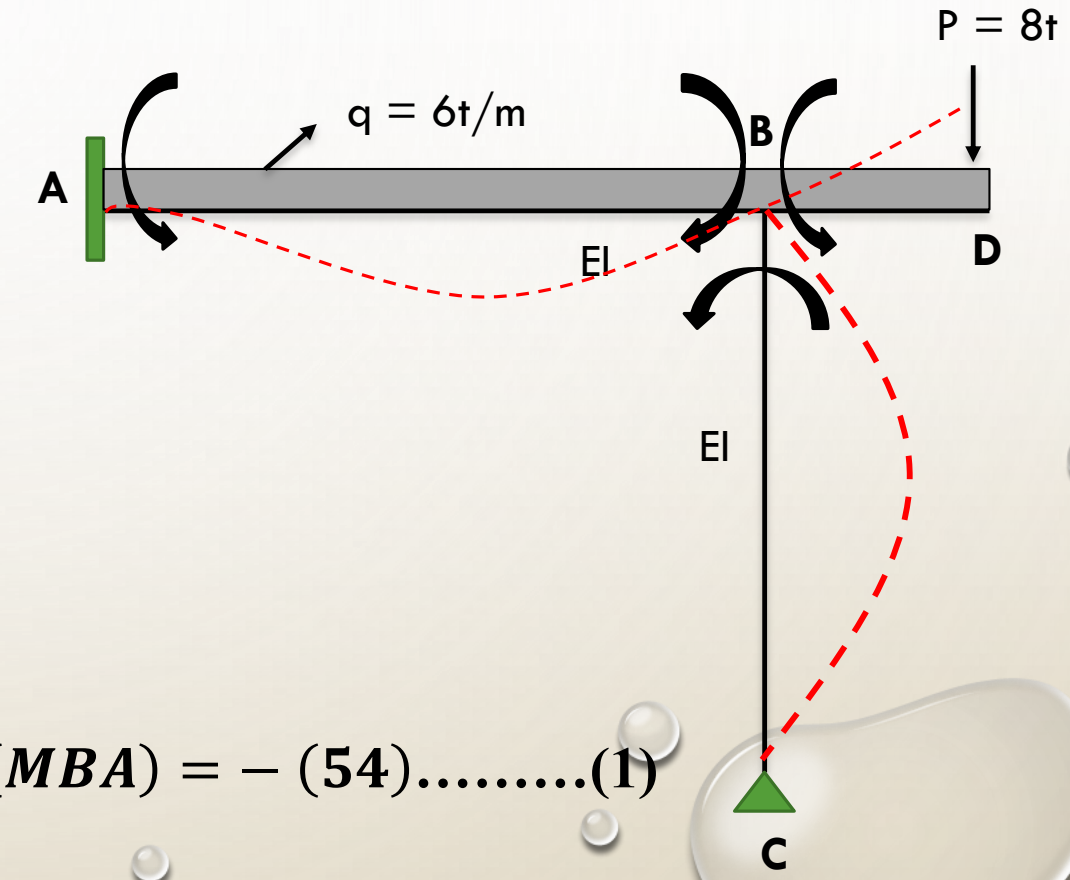
Bilangan tidak diketahui ada 3 yaitu M_A, M_{BA}, M_{BC} sehingga butuh 3 Pers.

$\varphi\, AB = 0$

$\varphi\, BA = \varphi\, BC$

$\sum MB = 0$

Menentukan Arah Garis Elatis dan Arah Momen Batang



Solusi Persamaan

$$\boldsymbol{\varphi\, AB = 0}$$

$$+\left(\frac{q.L^3}{24\,EI}\right) - \left(\frac{MAB.L}{3\,EI}\right) - \left(\frac{MBA.L}{6\,EI}\right) = 0$$

$$+\left(\frac{6.6^3}{24\,EI}\right) - \left(\frac{MAB.6}{3\,EI}\right) - \left(\frac{MBA.6}{6\,EI}\right) = 0$$

$$+(54) - (2MAB) - (MBA) = 0$$

$$-(2MAB) - (MBA) = -(54).....(1)$$

$$\varphi BA = \varphi BC$$

$$+\left(\frac{q.L^3}{24\,EI}\right) - \left(\frac{MBA.L}{3\,EI}\right) - \left(\frac{MAB.L}{6\,EI}\right) = +\left(\frac{MBC.L}{3\,EI}\right)$$

$$+\left(\frac{6.6^3}{24\,EI}\right) - \left(\frac{MBA.6}{3\,EI}\right) - \left(\frac{MAB.6}{6\,EI}\right) = +\left(\frac{MBC.4}{3\,.EI}\right)$$

$$+(54) - (2MBA) - (MAB) = 1,333MBC$$

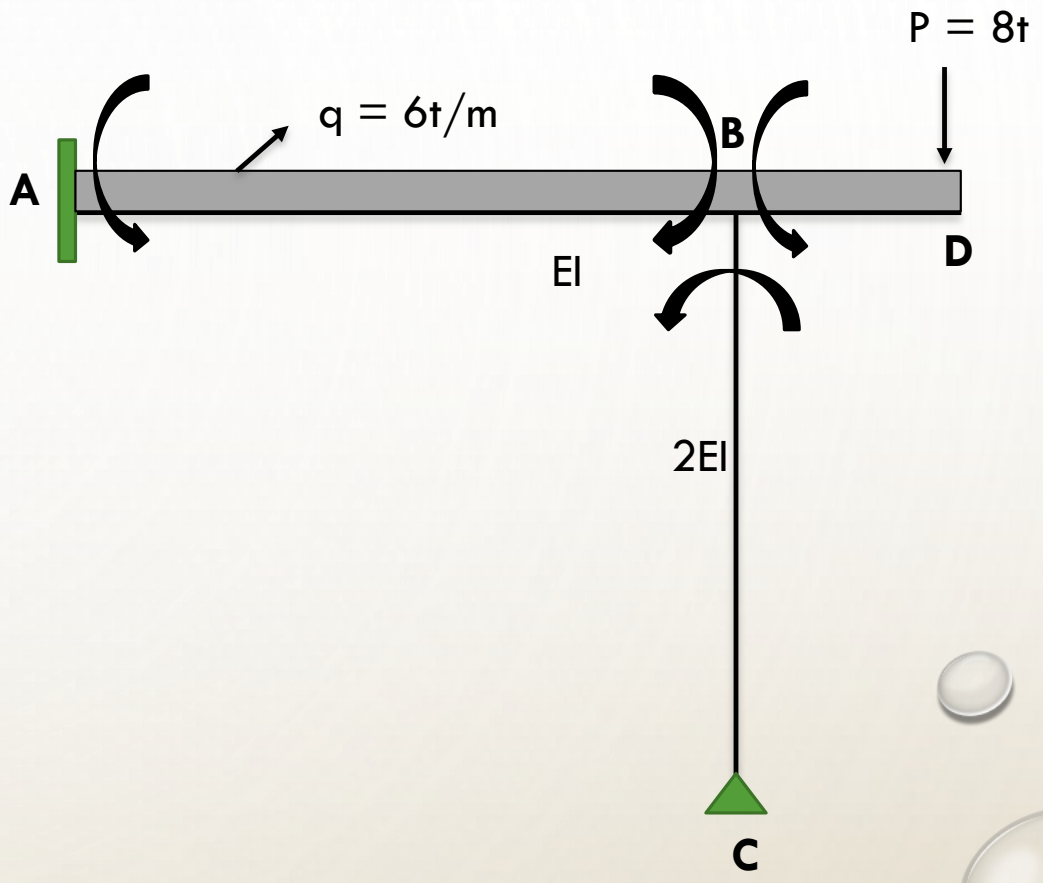
$$(-2MBA) - (MAB) - 1,333\,MBC = -(54).....(2)$$

$$\sum MB = 0$$

$$-MBA + MBC + MBD = 0$$

$$-MBA + MBC + 18,75 = 0$$

$$MBA - MBC = 18,75 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots.(3)$$



Momen Batang counter (+) dan sebaliknya

ELIMINASI PERSAMAAN

Persamaan (1) dan Persamaan (2)

$$(-2MAB) - (MBA) = -(54)$$
$$(-2MBA) - (MAB) - 1,333MBC = -(54)$$

$$\left|\begin{matrix}\text{x1}\\ \text{x2}\end{matrix}\right| \quad \begin{matrix}(-2MAB) - (MBA) = -(54)\\ (-4MBA) - (2MAB) - 2,666MBC = -108 \quad -\end{matrix}$$

$$3MBA + 2,666\,MBC = 54 \ldots\ldots\ldots (4)$$

Persamaan (3) dan Persamaan (4)

$$MBA - MBC = 18,75$$
$$3MBA + 2,666\,MBC = 54$$

$$\left|\begin{matrix}\text{x3}\\ \text{x1}\end{matrix}\right| \quad \begin{matrix}3MBA - 3MBC = 56,25\\ 3MBA + 2,666\,MBC = 54 \quad -\end{matrix}$$

$$-5,666\,MBC = 2,25$$

$$MBC = -0,397\ tm$$

Subtitusi ke Persamaan (3)

$$MBA - MBC - 18,75 = 0$$
$$MBA - (-0,397) - 18,75 = 0$$
$$MBA - 18,353 = 0$$

$$MBA = 18,353\ tm$$

Subtitusi ke Persamaan (1)

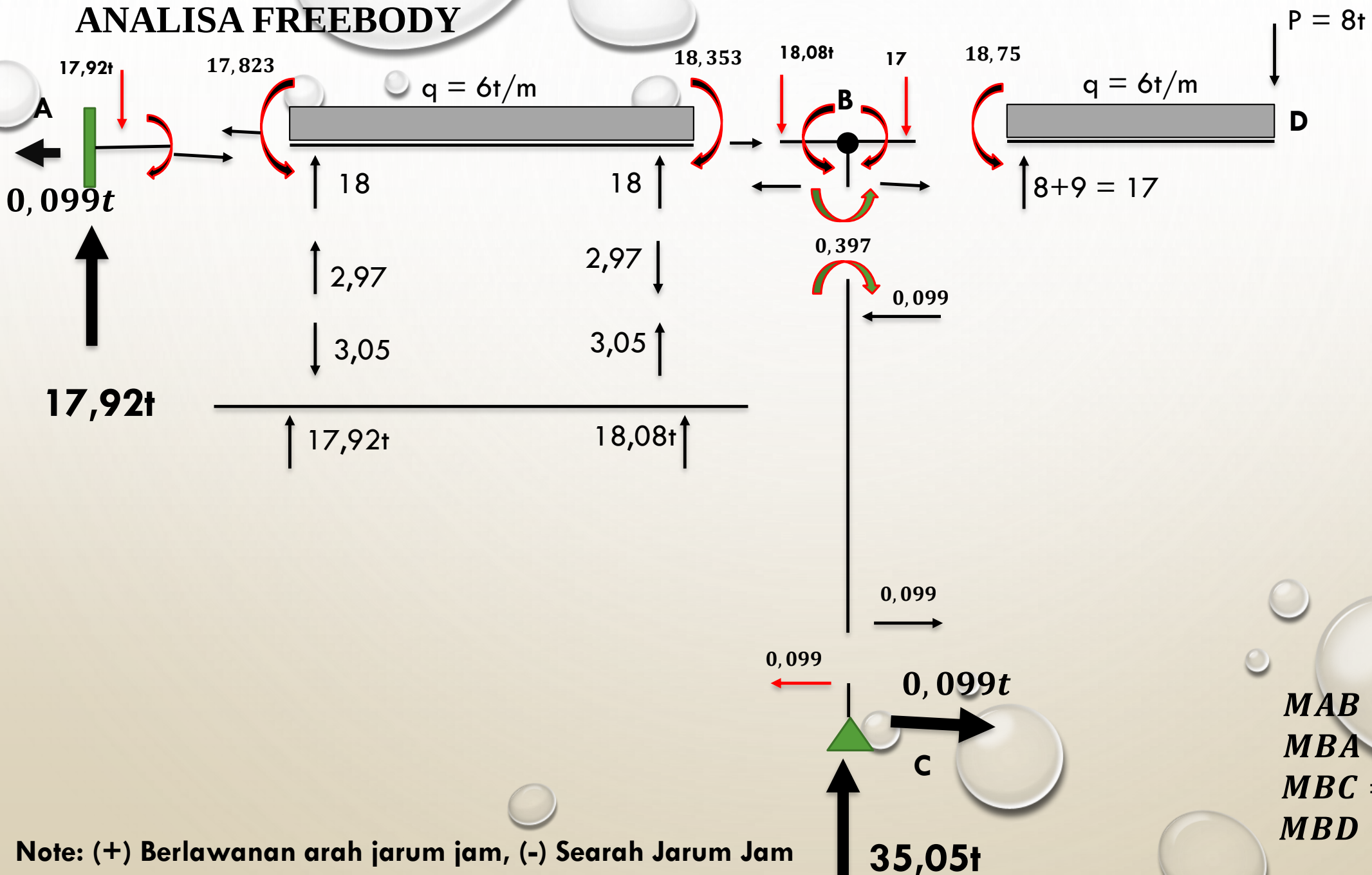
- $(2MAB) - (MBA) = -(54)$.....(1)
- $(2MAB) - (18,353) = -(54)$
- $(2MAB) = -35,646$

$$MAB = 17,823\ tm$$

Kesimpulan :

$$MAB = 17,823\ tm$$
$$MBA = 18,353\ tm$$
$$MBC = -0,397\ tm$$
$$MBD = 18,75\ tm$$

ANALISA FREEBODY

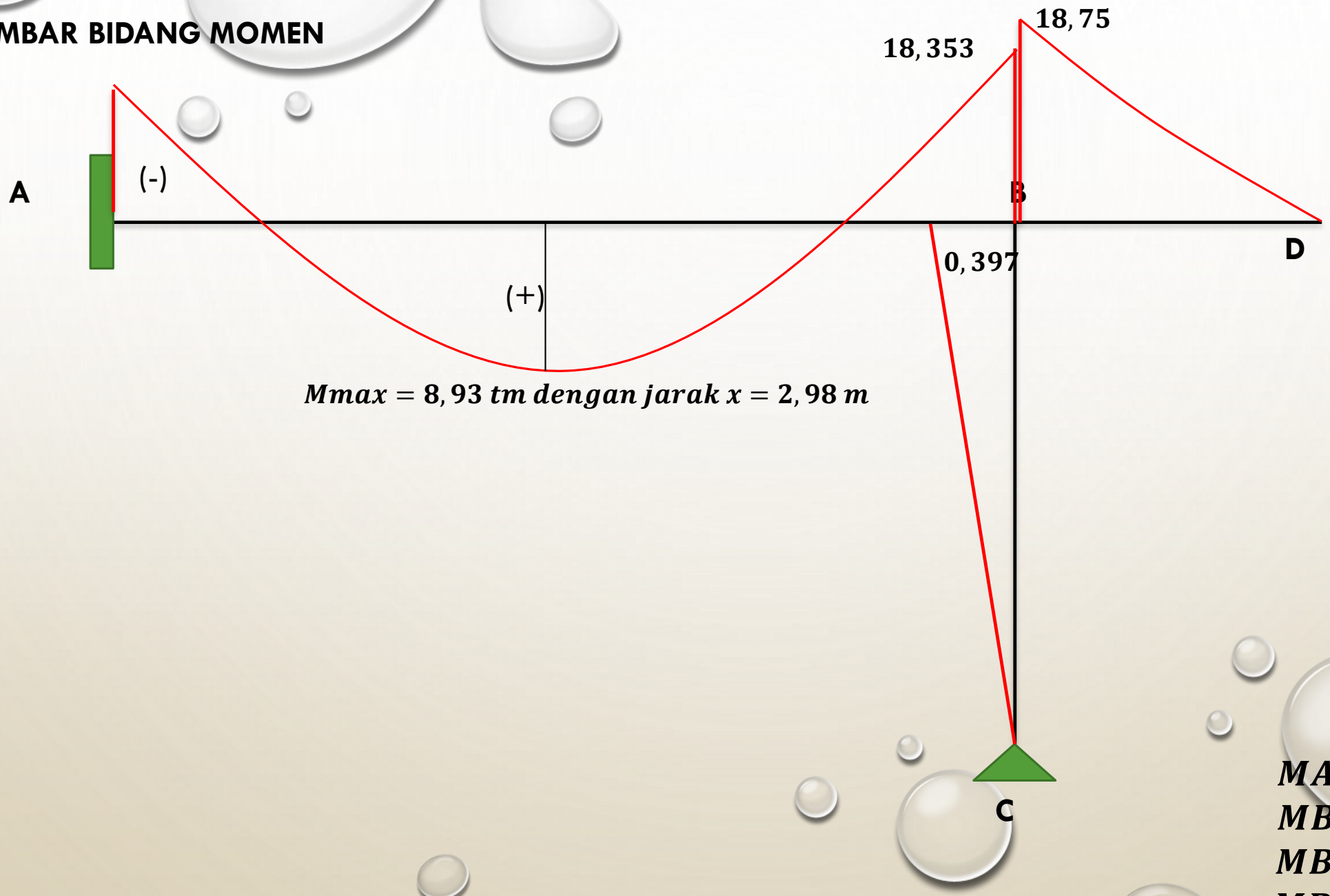


$MAB = 17,823\ tm$
$MBA = 18,353\ tm$
$MBC = -0,397\ tm$
$MBD = -18,75\ tm$

Note: (+) Berlawanan arah jarum jam, (-) Searah Jarum Jam

GAMBAR BIDANG MOMEN

Satuan Ton. Meter

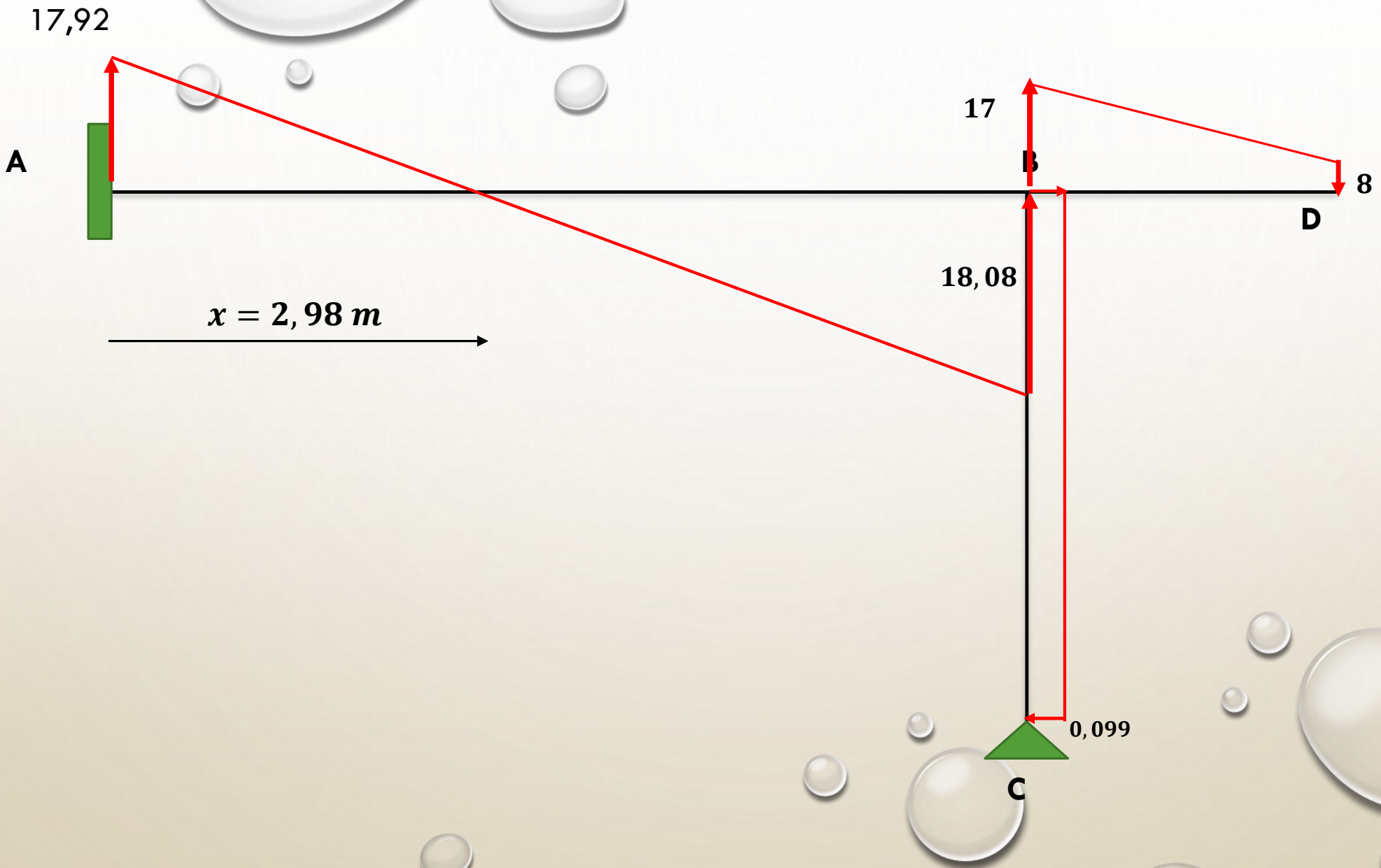


$Mmax = 8,93\ tm\ dengan\ jarak\ x = 2,98\ m$

$MAB = 17,823\ tm$
$MBA = 18,353\ tm$
$MBC = -0,397\ tm$
$MBD = -18,75\ tm$

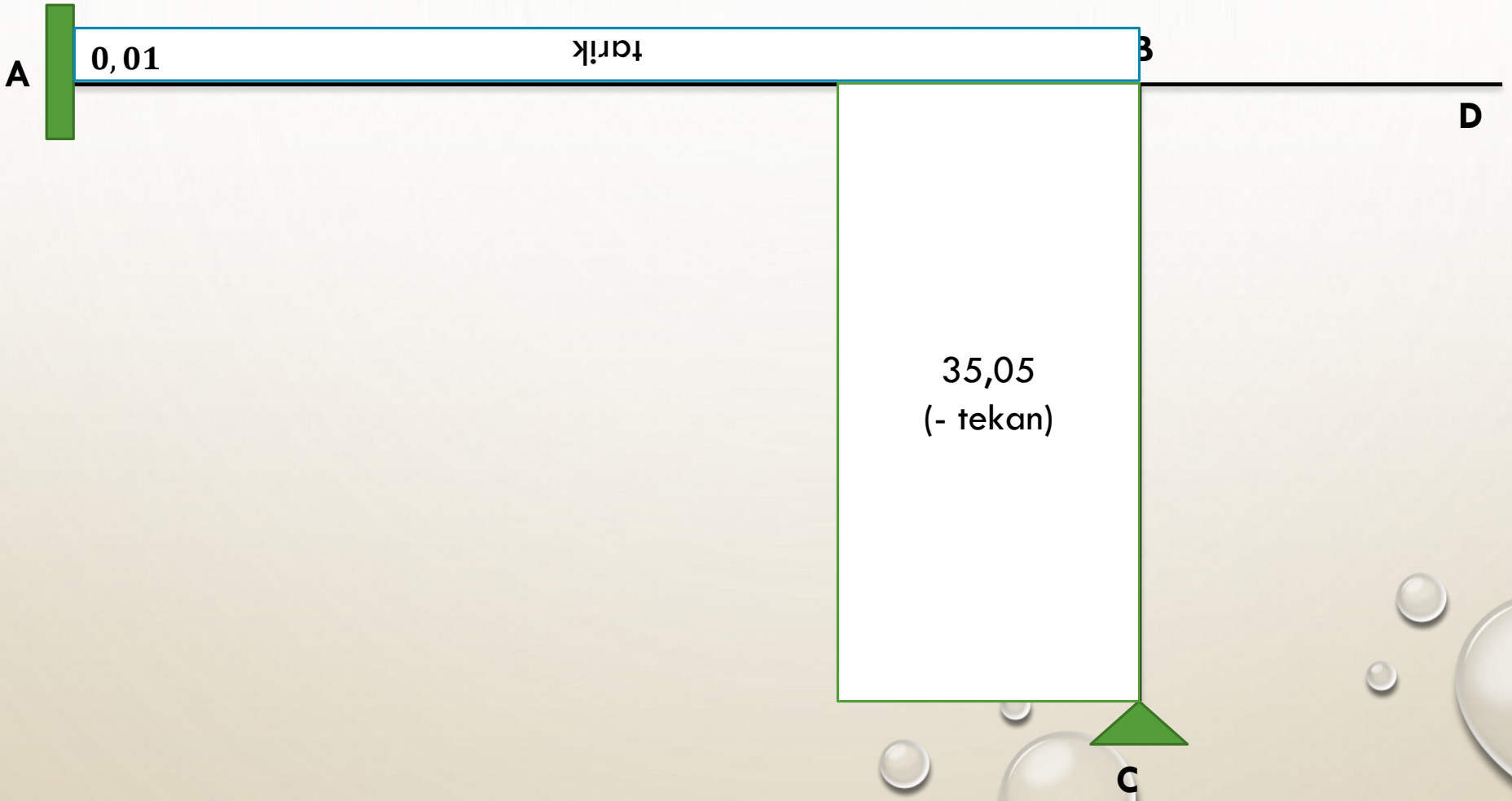
GAMBAR BIDANG LINTANG

Satuan Ton

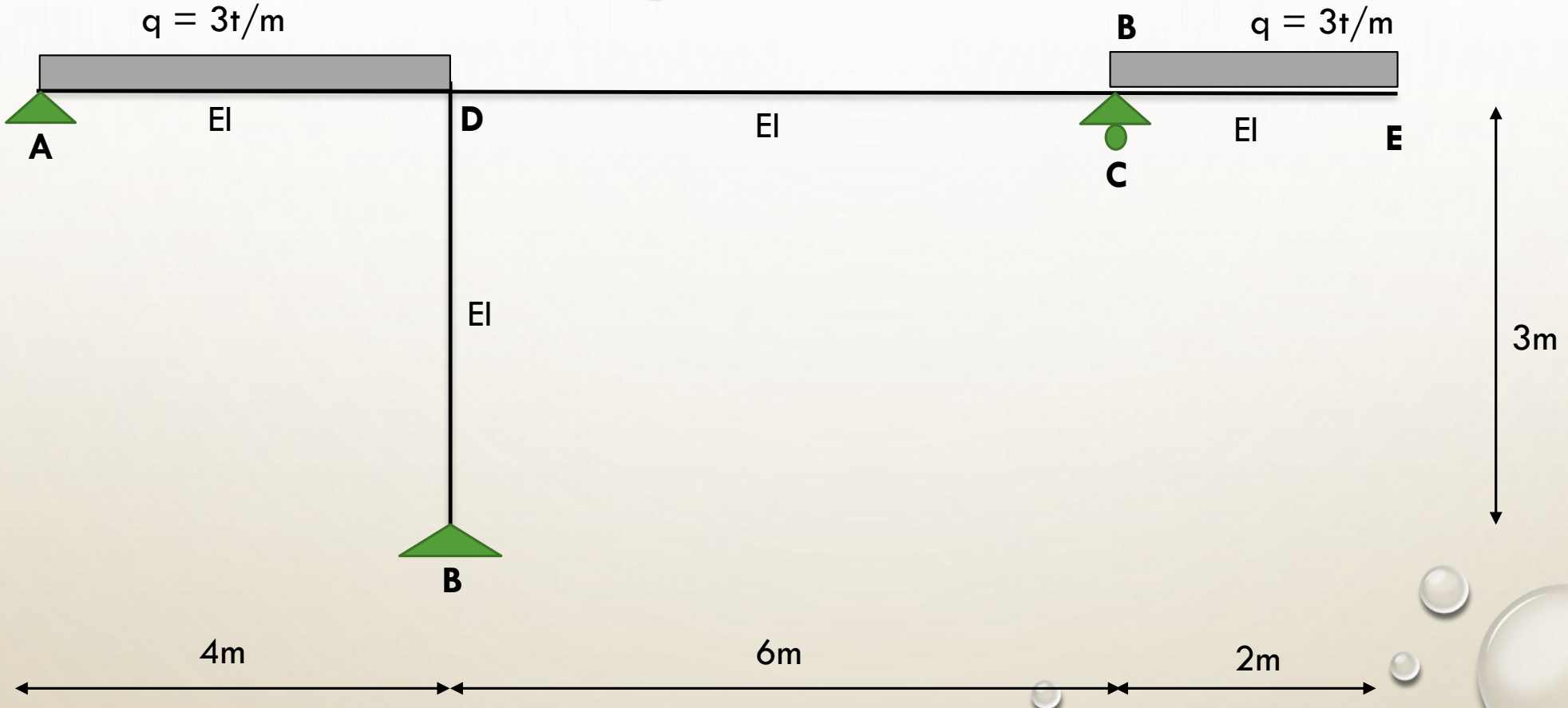


GAMBAR BIDANG NORMAL

Satuan Ton



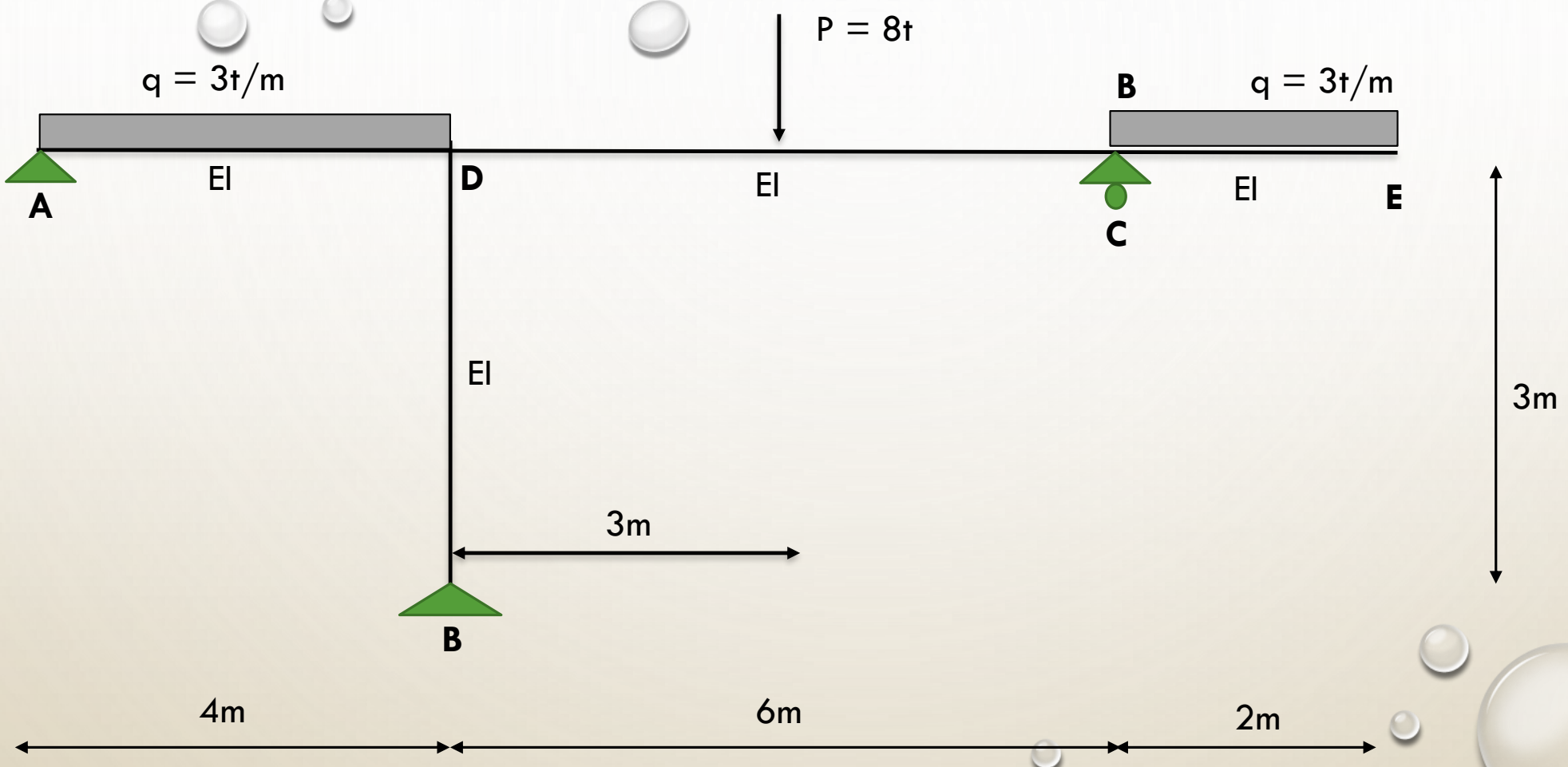
SOAL



Diminta :

1. Hitung reaksi perletakan struktur tersebut ?
2. Hitung dan gambar bidang M,D,N dengan metode *Clapeyron* ?

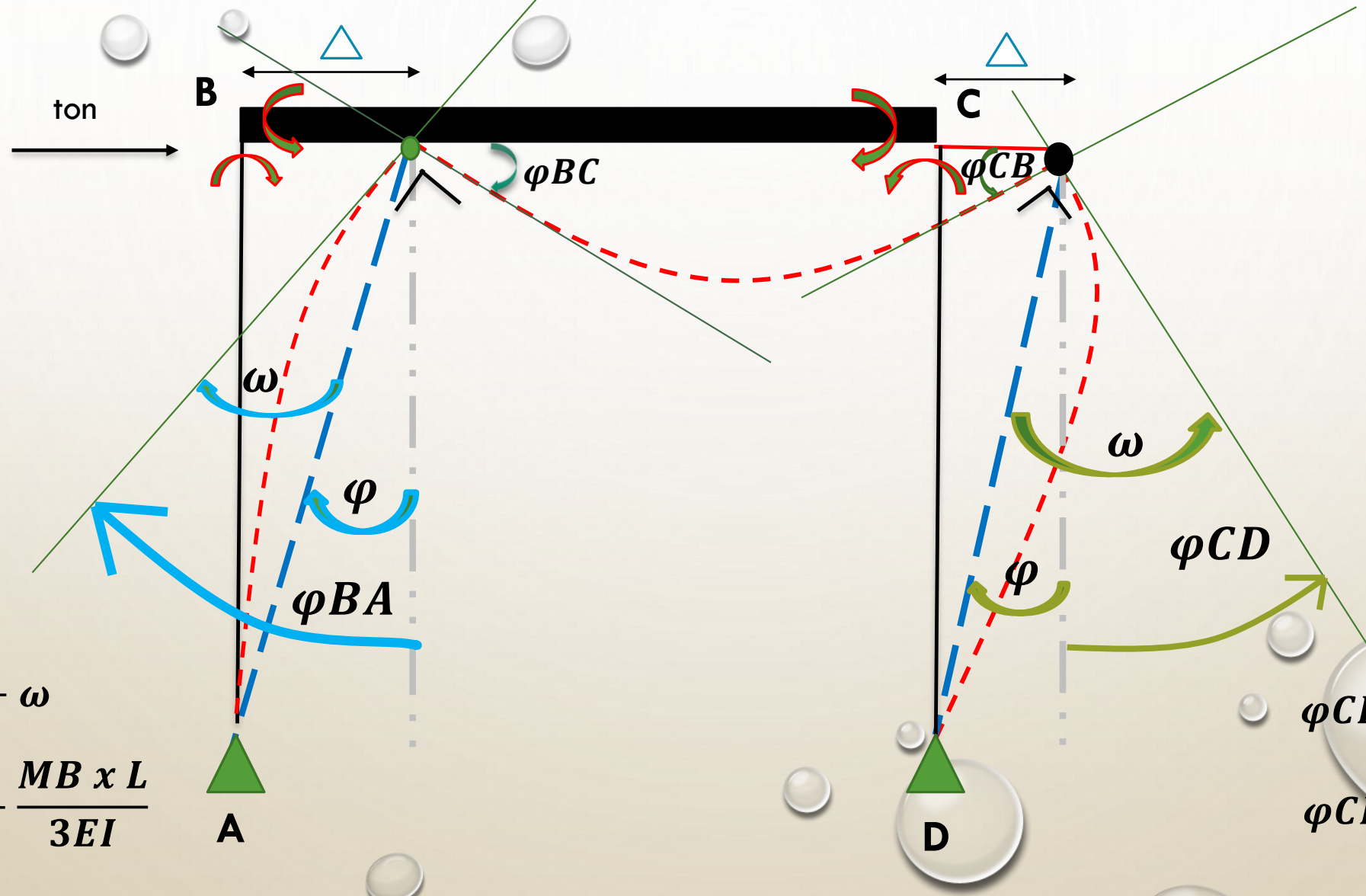
SOAL



Diminta :

1. Hitung reaksi perletakan struktur tersebut ?
2. Hitung dan gambar bidang M,D,N dengan metode *Clapeyron* ?

PORTAL BERGOYANG DENGAN CLAPEYRON METHOD



$$\varphi BA = \varphi + \omega$$

$$\varphi BA = \frac{\Delta}{L} + \frac{MB\ x\ L}{3EI}$$

$$\varphi CD = \varphi - \omega$$

$$\varphi CD = \frac{\Delta}{L} - \frac{MC\ x\ L}{3EI}$$

Jika ada beban merata maupun beban terpusat maka perlu diperhitungakn rotasi akibat beban luar

Ada 3 Bilangan yang tidak diketahui: Δ, MB, MC

Maka perlu 3 persamaan:

1. $+\varphi BA = +\varphi BC$
2. $-\varphi CB = -\varphi CD$
3. ζHBC

Sehingga:

1. $+\varphi BA = +\varphi BC$

$$\frac{\Delta}{L} + \frac{MB\ x\ L}{3EI} = \frac{q\ x\ L^3}{24\ EI} - \frac{MB\ x\ L}{3EI} - \frac{MC\ x\ L}{6EI} \quad \text{.....(1)}$$

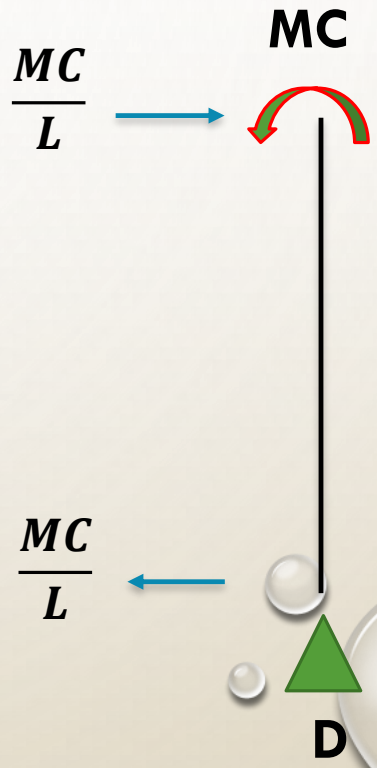
2. $\varphi CB = \varphi CD$

$$\frac{q\ x\ L^3}{24\ EI} - \frac{MC\ x\ L}{3EI} - \frac{MBx\ L}{6EI} = \frac{\Delta}{L} - \frac{MC\ x\ L}{3EI} \quad \text{.....(2)}$$

3. $\zeta HBC = 0$





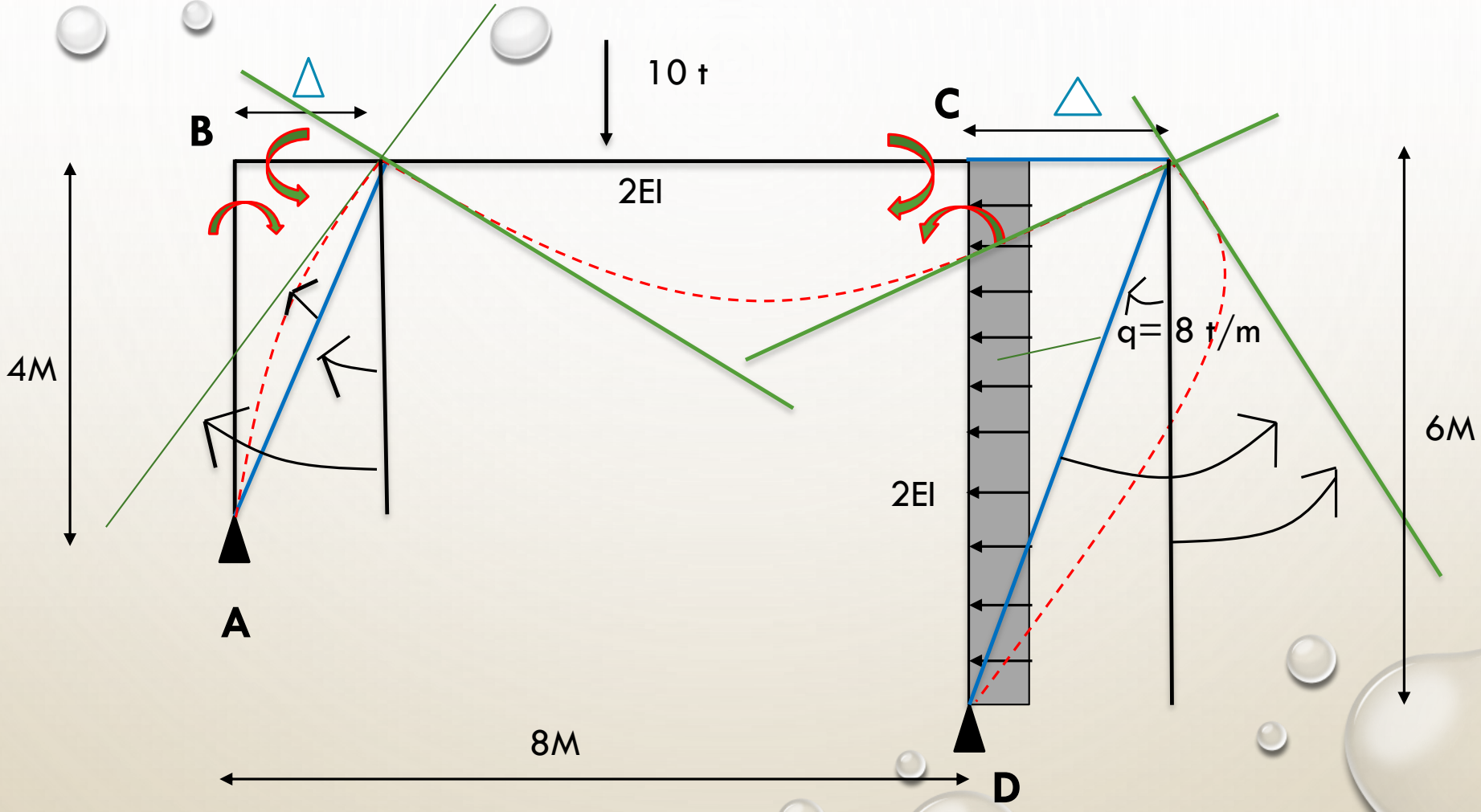


$$t + \frac{MB}{L} - \frac{MC}{L} = 0 \quad \text{.....(3)}$$

Kemudian langkah selanjutnya

- **FREE BODY dan**
- **GAMBAR BIDANG MOMEN, LINTANG DAN NORMAL.**

CONTOH SOAL PORTAL BERGOYANG



Bilangan tidak diketahui ada 3 (tiga) yaitu: MB, MC dan Δ

PERSAMAAN PENYELESAIAN

1. $\varphi BA = \varphi BC$
2. $\varphi CD = \varphi CB$
3. ζHBC

$$\varphi BA = \varphi 1 + \omega 1 = \frac{\Delta}{4} + \frac{MB\ x\ 4}{3.EI}$$

$$\varphi CD = \omega 2 - \varphi 2 = \frac{MC\ x\ 6}{3.2EI} - \frac{\Delta}{6} - \frac{8.6^3}{24.2EI} = \frac{MC}{EI} - \frac{\Delta}{6} - \frac{36}{EI}$$

Persamaan 1. $\varphi BA = \varphi BC$

$$\frac{\Delta}{4} + \frac{MB\ x\ 4}{3.EI} = \frac{10\ x8^2}{16.2EI} - \frac{MB\ x\ 8}{3.2EI} - \frac{MC\ x\ 8}{6.2EI}$$

$$\frac{\Delta}{4} + \frac{4MB}{3.EI} = \frac{20}{EI} - \frac{4\ MB}{3.EI} - \frac{2\ MC}{3\ EI}$$

$$\frac{8MB}{3.EI} + \frac{2\ MC}{3\ EI} + \frac{\Delta}{4} = \frac{20}{EI} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\text{x12 EI}$$

$$32MB + 8MC + 3\Delta EI = 240$$

Persamaan 2. $\varphi CD = \varphi CB$

$$\frac{MC}{EI} - \frac{\Delta}{6} - \frac{36}{EI} = \frac{10\,x8^2}{16.2EI} - \frac{MC\,x\,8}{3.2EI} - \frac{MB\,x\,8}{6.2EI}$$

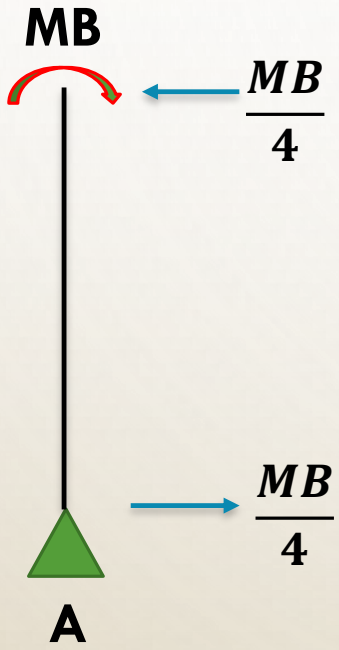
$$\frac{MC}{EI} - \frac{\Delta}{6} - \frac{36}{EI} = \frac{20}{EI} - \frac{4\,MC}{3EI} - \frac{2MB}{3\,EI}$$

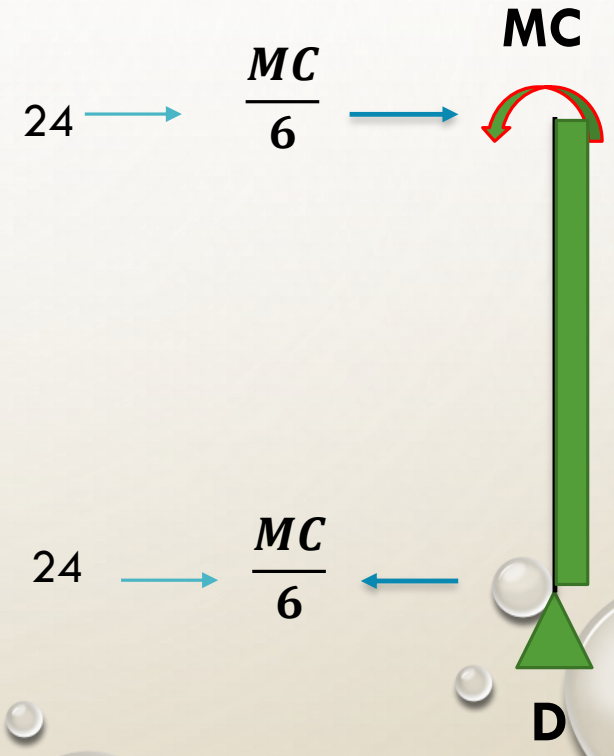
$$\frac{7MC}{3EI} + \frac{2MB}{3\,EI} - \frac{\Delta}{6} = \frac{56}{EI} \quad \text{.....x 6 EI}$$

$$14MC + 4MB - \Delta\,EI = 336$$

Persamaan 3 ……$\Sigma HBC = 0$







$\frac{MB}{4} - \frac{MC}{6} - 24 = 0$

$\frac{MB}{4} - \frac{MC}{6} = 24$……x12

$3MB - 2MC = 288.$

Eliminasi Persamaan (1) dan Persamaan (2)

$$32MB + 8MC + 3\Delta EI = 240 \quad | \times 1 | \quad 32MB + 8MC + 3\Delta EI = 240$$

$$14MC + 4MB - \Delta EI = 336 \quad | \times 3 | \quad 42MC + 12MB - 3\Delta EI = 1008 \quad +$$

$$50\,MC + 44\,MB = 1248 \quad \text{.....Pers (4)}$$

Eliminasi Persamaan (3) dan Persamaan (4)

$$3MB - 2MC = 288. \quad | \times 25 | \quad 75MB - 50MC = 7200.$$

$$50\,MC + 44\,MB = 1248 \quad | \times 1 | \quad 50\,MC + 44\,MB = 1248 \quad +$$

$$119\,MB = 8448$$

$$MB = 70,991\ tm$$

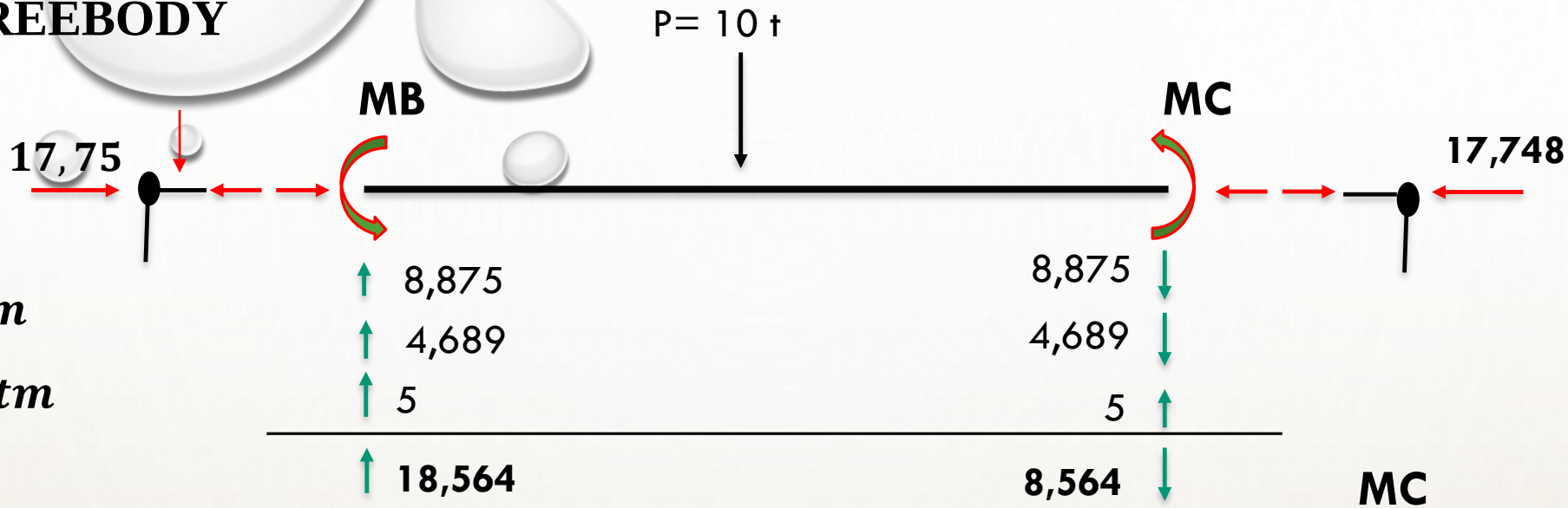
$$MB = 70,991\ tm$$

$$MC = -37,512\ tm$$

$$\Delta = -\frac{577,21}{EI}\ (Pergoyangan\ ke\ kiri)$$

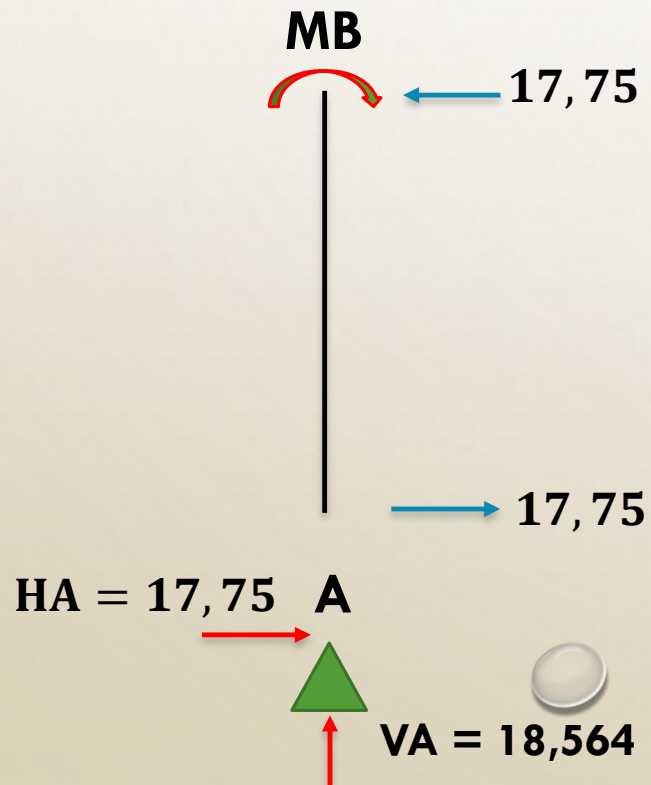
ANALISA FREEBODY

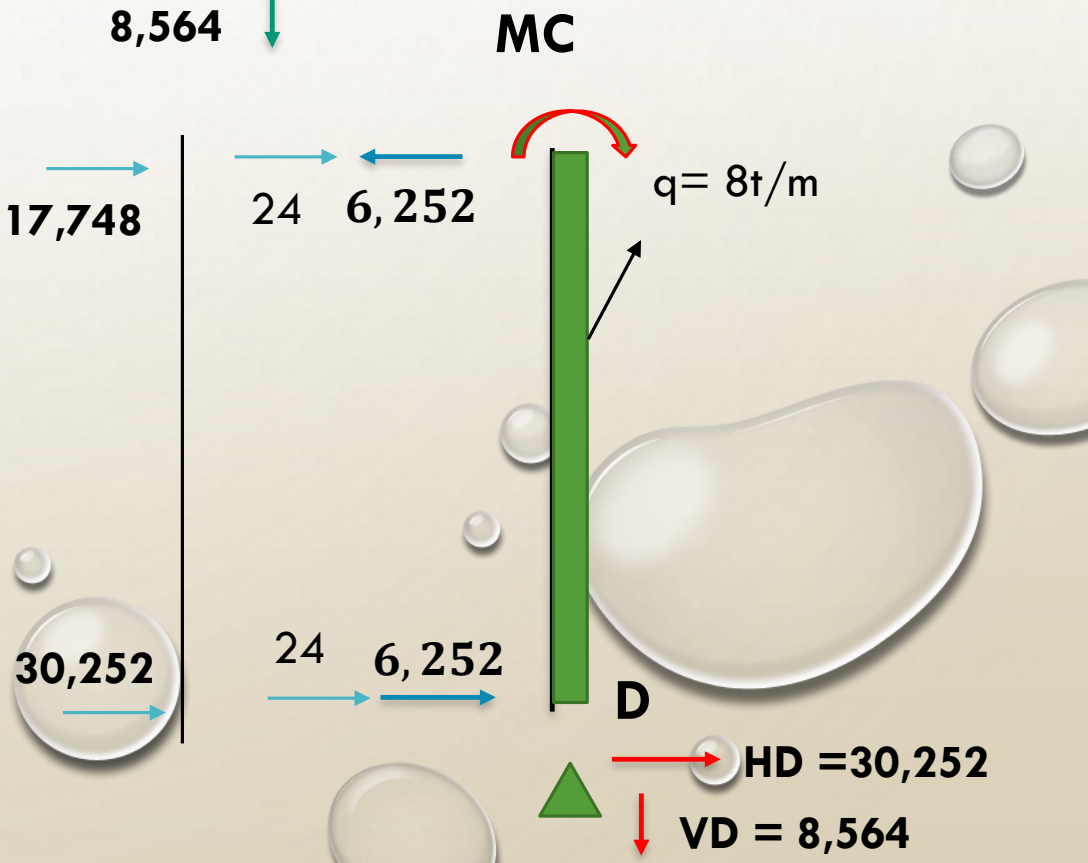
Satuan Ton



$MB = 70,991\ tm$

$MC = -37,512\ tm$





ANALISIS STRUKTUR DENGAN METODE *SLOPE DEFLECTION*

1. Perpindahan(displacement) merupakan variabel utama yang tak diketahui, disebut pula sebagai derajat kebebasan (degree of freedom) .
2. Jumlah Degree of Freedom yang dimiliki suatu struktur sering juga disebutkan sebagai derajat ketidaktentuan kinematic.
3. Perpindahan yang dimaksud selain lendutan dapat pula berupa sudut rotasi pada suatu titik.
4. Selanjutnya disusun pula persamaan kompatibilitas untuk mendapatkan perpindahan dari titik-titik kumpul, dan kemudian dapat digunakan untuk menghitung reaksi tumpuan

PERJANJIAN TANDA

Momen batang



(+)

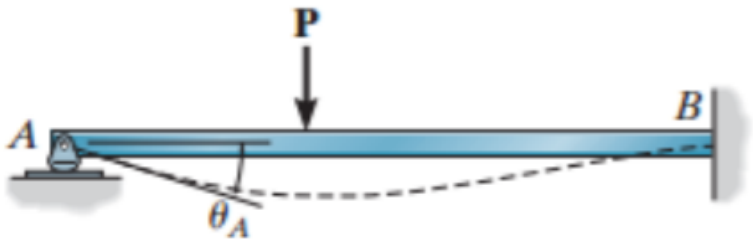
Putaran Sudut



(+)

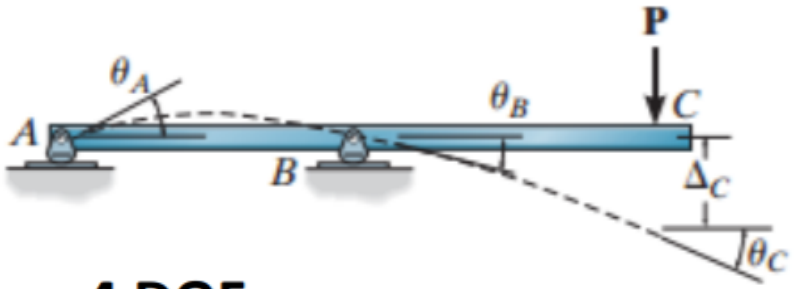
Momen batang= momen yg bekerja di batang

PERSAMAAN SLOPE DEFLCTION

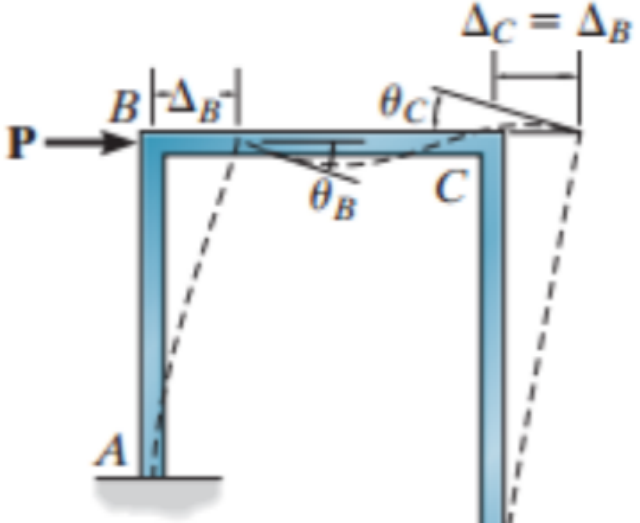


(a)

1 DOF



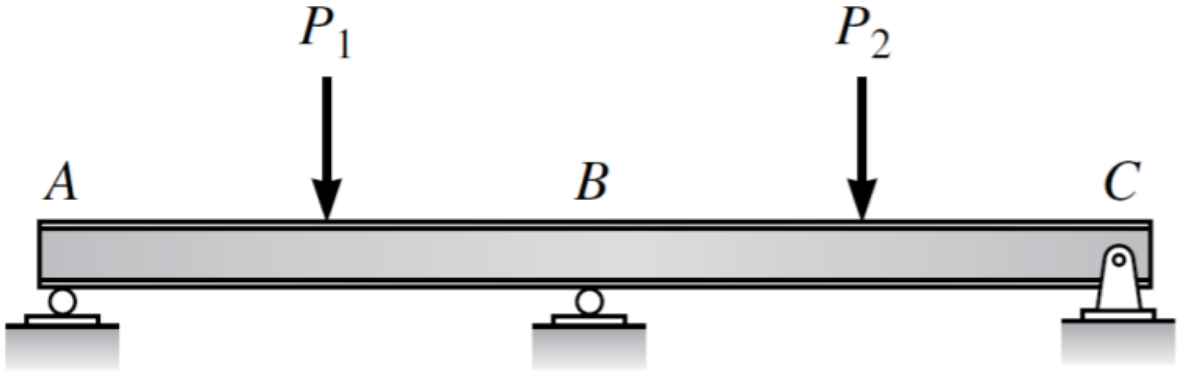
4 DOF (b)

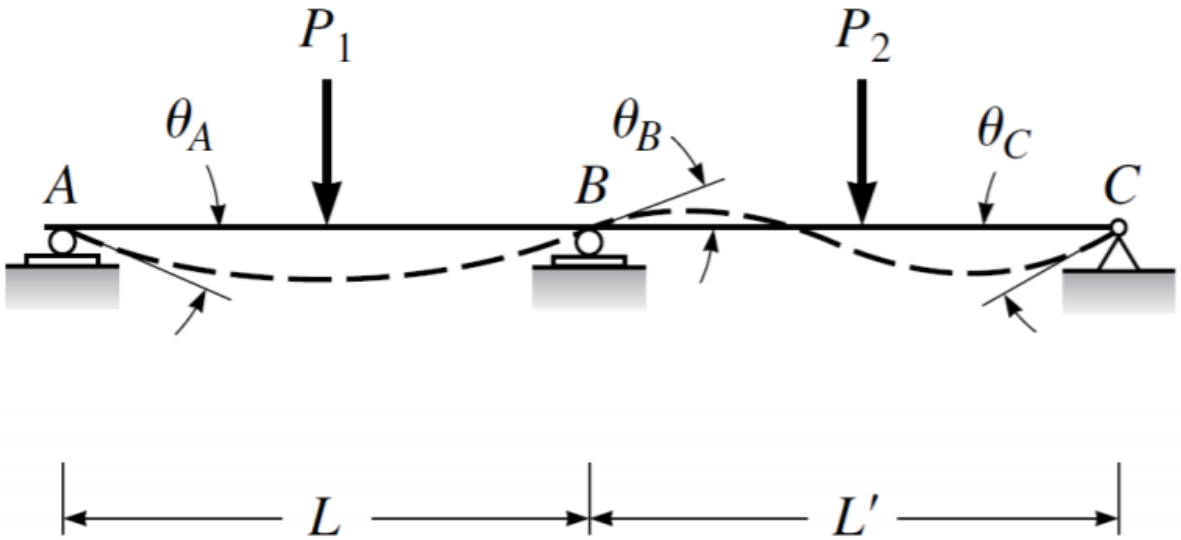


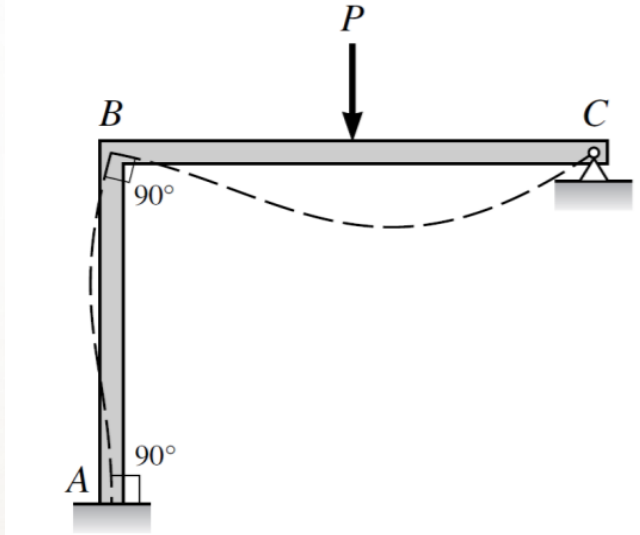
3 DOF

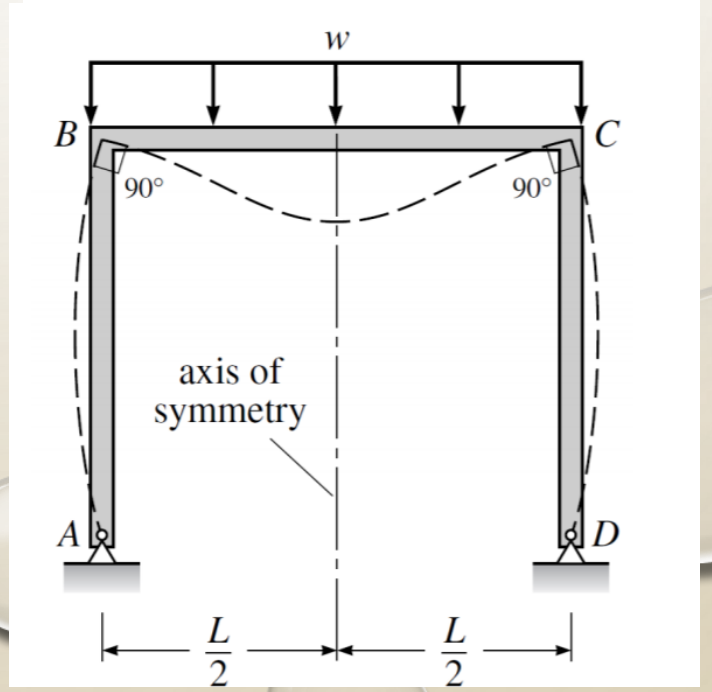
(c)

PERSAMAAN SLOPE DEFLCTION









II.) ANALISIS STRUKTUR STATIS TAK TENTU dengan METODE SLOPE DEFLECTION

PRINSIP DASAR :

1). Titik JOINT (=tk. hubung) dianggap RIGID (=KAKU).
2). - Bil. ≠ : PUTARAN SUDUT (θ)
3). $M = f_s.(\theta)$.

II a). BALOK STATIS TAK TENTU

→ TIDAK BERGOYANG.



- Tik Joint B & C → RIGID.
- Bil ≠ 2 (θ_B & θ_C) → 2 pers. penyeles

$\theta_A = 0$ → tk. A perletakan Jepit

PERS. SLP. DEFLECTION :

$$M_{BC} = FEM_{BC} + \frac{2EI}{\ell}(-\theta_B - \theta_C)$$

$$M_{CB} = FEM_{CB} + \frac{2EI}{\ell}(-\theta_C - \theta_B)$$

STEP² :

1). HITUNG FEM ⇝ Beban Terpusat / Beban Terbagi rata.
2) HITUNG Kekakuan (Relative) → ratio (perbandingan)
3). Pers. Slope Deflection.
4). Butuh Pers. PENYELESAIAN (BOUNDARY CONDITION)
5). ⇝ Gunakan PERS. KESETIMBANGAN ($\Sigma M = 0$).

5). **CHECKING :**

- Susun Pers. Penyelesaian.
- Diagonal. Matrix HARUS SYMETRIS.

contoh :

(1) $-6\theta_A - 3\theta_B = -36$
$-3\theta_A - 16\theta_B - 5\theta_C = -120$
$-5\theta_B - 14\theta_C - 2\theta_D = +124$
$-2\theta_C - 4\theta_D = -2.$

6). Selesaikan dengan ELIMINASI SUBSTITUSI (MATEMATIKA)

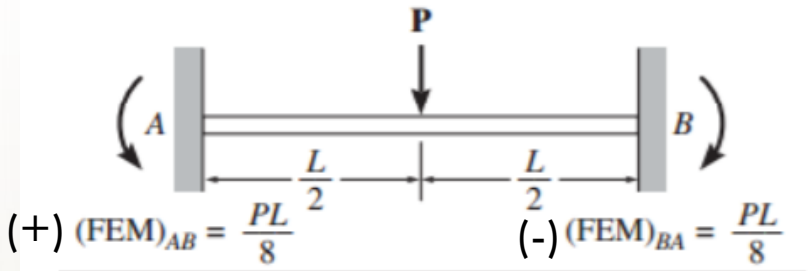
PERSAMAAN SLOPE DEFLCTION

$$M_{near\ end} = FEM_{near\ end} + \frac{2EI}{L}\left(-2\theta_N - \theta_E\right)$$

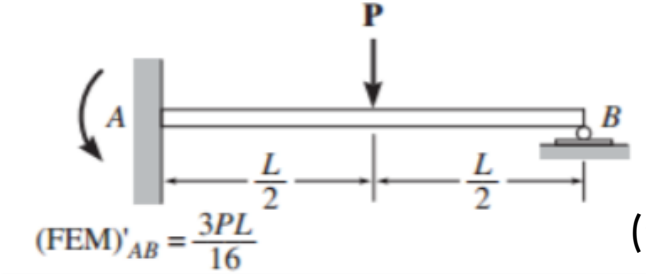
$$\text{Kekakuan} = \frac{2EI}{L}$$

$$FEM_{near\ end} = Lihat\ pada\ Tabel\ \ Fix\ and\ Momen$$

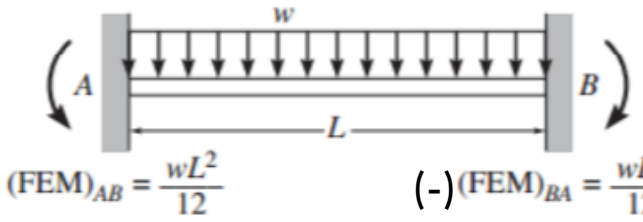
TABEL FIX AND MOMEN



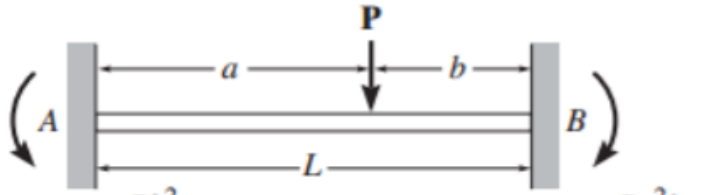
(+) $(FEM)_{AB} = \frac{PL}{8}$ (-) $(FEM)_{BA} = \frac{PL}{8}$



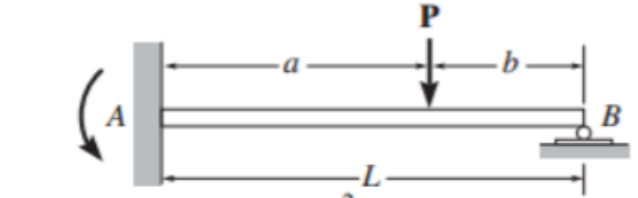
$(FEM)'_{AB} = \frac{3PL}{16}$



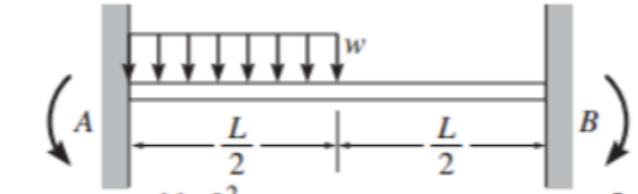
(+) $(FEM)_{AB} = \frac{wL^2}{12}$ (-) $(FEM)_{BA} = \frac{wL^2}{12}$



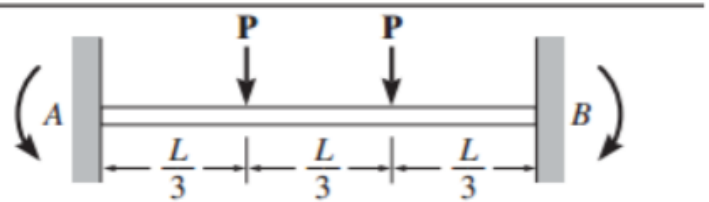
$(FEM)_{AB} = \frac{Pb^2a}{L^2}$ $(FEM)_{BA} = \frac{Pa^2b}{L^2}$



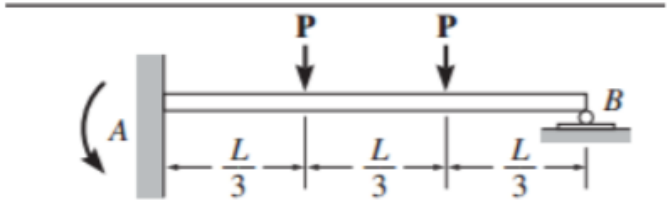
$(FEM)'_{AB} = (\frac{P}{L^2})(b^2a + \frac{a^2b}{2})$



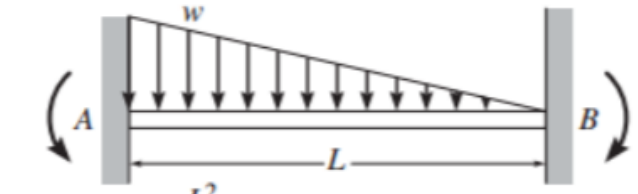
$(FEM)_{AB} = \frac{11wL^2}{192}$ $(FEM)_{BA} = \frac{5wL^2}{192}$



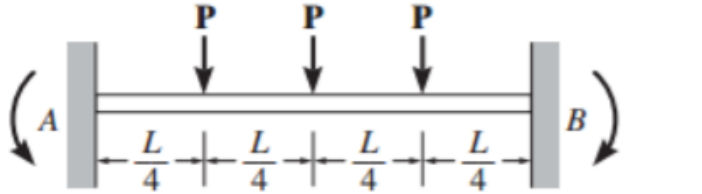
$(FEM)_{AB} = \frac{2PL}{9}$ $(FEM)_{BA} = \frac{2PL}{9}$



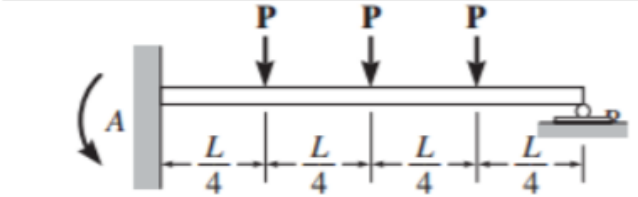
$(FEM)'_{AB} = \frac{PL}{3}$



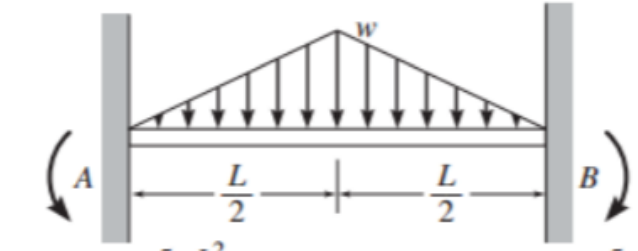
$(FEM)_{AB} = \frac{wL^2}{20}$ $(FEM)_{BA} = \frac{wL^2}{30}$



$(FEM)_{AB} = \frac{5PL}{16}$ $(FEM)_{BA} = \frac{5PL}{16}$



$(FEM)'_{AB} = \frac{45PL}{96}$

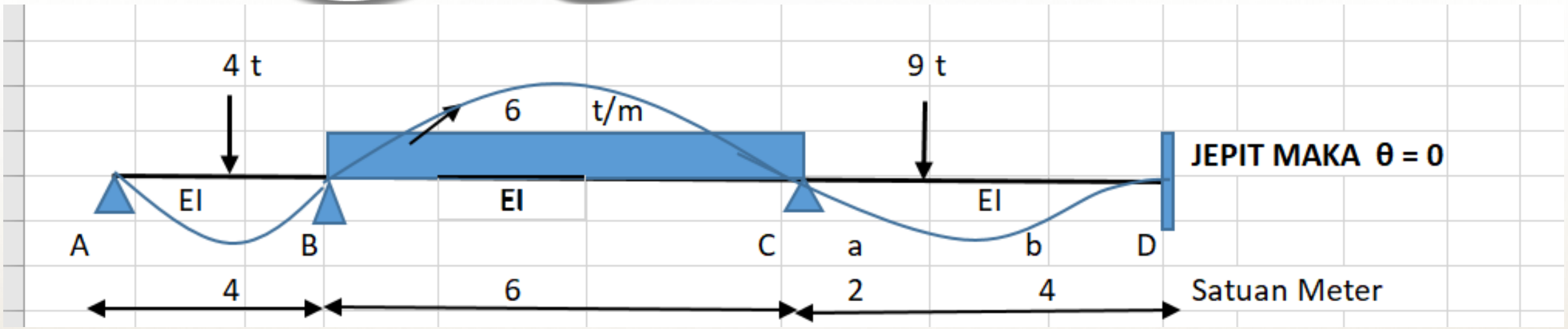


$(FEM)_{AB} = \frac{5wL^2}{96}$ $(FEM)_{BA} = \frac{5wL^2}{96}$

TAHAPAN PENGERJAAN SLOPE DEFLECTION

1. Tentukan Faktor Kekakuan (k)
2. Tentukan FEM.
3. Buat Persamaan Slope Deflection.
4. Buat Persamaan Penyelesaian (menggunakan persamaan kesetimbangan di titik pertemuan)
5. Buat Matrix Pengecekan
6. Subtitusi dan Eliminasi dari Persamaan Penyelesaian, maka di peroleh nilai $\boldsymbol{\theta}$**.**
7. Subtitusi Nilai θ kepersamaan Slope Deflection, maka diperoleh nilai **MOMEN PERALIHAN**
8. FreeBody Diagram
9. Gambar Bidang M,L,N.
10. Relatif stiffnes

CONTOH SOAL



1. TENTUKAN FAKTOR KEKAKUAN

K = 2EI /L

KAB'	=	0,5	X 6	= 3
KBC'	=	0,33	X 6	= 2
KCD'	=	0,33	X 6	= 2

PERJANJIAN TANDA MOMEN BATANG

\+ -

PUTARAN SUDUT

\+

2. TENTUKAN FEM

(BEBAN MERATA) =(1/12 * W * L^2)

(BEBAN TERPUSAT DI TENGAH BENTANG) =(1/8 * P *L)

(BEBAN TERPUSAT TIDAK BERADA DI TENGAH BENTANG DAPAT DILIHAT PADA TABEL DAN SESUAIKAN TANDA PERJANJIAN MOMEN BATANG)

(+ DAN - SESUAI PERJANJIAN ARAH TANDA MOMEN BATANG)

2. TENTUKAN FEM

(BEBAN MERATA) =(1/12 * W * L^2)

(BEBAN TERPUSAT DI TENGAH BENTANG) =(1/8 * P *L)

(BEBAN TERPUSAT TIDAK BERADA DI TENGAH BENTANG DAPAT DILIHAT PADA TABEL DAN SESUAIKAN TANDA PERJANJIAN MOMEN BATANG)

(+ DAN - SESUAI PERJANJIAN ARAH TANDA MOMEN BATANG)

FEM' AB =	2	tm
FEM' BA =	-2	tm
FEM' BC =	18	tm
FEM' CB =	-18	tm
FEM' CD =	8	tm
FEM' DC =	-4	tm

3. PERSAMAAN SLOPE DEFLECTION

$$Mnear\ End = FEM\ near\ end + \frac{2EI}{L}\left(-2\theta_N - \theta_E\right)$$

M' AB =	2	+	3	x	(-2θA - θB) =	2	-6 θA	-3 θB
M' BA =	-2	+	3	x	(-2θB - θA) =	-2	-6 θB	-3 θA
M' BC =	18	+	2	x	(-2θB - θC) =	18	-4 θB	-2 θC
M' CB =	-18	+	2	x	(-2θC - θB) =	-18	-4 θC	-2 θB
M' CD =	8	+	2	x	(-2θC - θD) =	8	-4 θC	~~-2 θD~~
M' DC =	-4	+	2	x	(-2θD - θC) =	-4	~~4 θD~~	-2 θC

DAN θD = 0 KARENA JEPIT

4. PERSAMAAN KESETEIMBANGAN (JOINT CONDITION)

JOINT DI A .

M'AB = 0

2 -6 θA -3 θB = 0

-6 θA -3 θB = -2 .....(1)

JOINT DI B .

Ʒ MB =0

MBA + MBC

-2 -6 θB -3 θA + 18 -4 θB -2 θC = 0

16 -10 θB -3 θA -2 θC = 0

-10 θB -3 θA -2 θC = -16 .....(2)

JOINT DI C .

$\Sigma MC = 0$

$MCB + MCD$

$$-18 - 4\theta C - 2\theta B + 8 - 4\theta C = 0$$

$$-10 - 8\theta C - 2\theta B = 0$$

$$-8\theta C - 2\theta B = 10 \quad \ldots\ldots\ldots (3)$$

5. MATRIX PENGECEKAN

$$-6\theta A - 3\theta B = -2$$

$$-3\theta A - 10\theta B - 2\theta C = -16$$

$$-2\theta B - 8\theta C = 10$$

DIAGONAL UTAMA

PENYELESAIAN CARA MATRIK

$$\begin{bmatrix} -6 & -3 & 0 \\ -3 & -10 & -2 \\ 0 & -2 & -8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta A \\ \theta B \\ \theta C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 \\ -16 \\ 10 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -0{,}19792 & 0{,}0625 & -0{,}01563 \\ 0{,}0625 & -0{,}125 & 0{,}03125 \\ -0{,}01563 & 0{,}03125 & -0{,}13281 \end{bmatrix} X \begin{bmatrix} -2 \\ -16 \\ 10 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -0{,}76042 \\ 2{,}1875 \\ -1{,}79688 \end{bmatrix}$$

$\theta A = -0{,}76042$

$\theta B = 2{,}1875$

$\theta C = -1{,}79688$

KONTROL KE PERSAMAAN

-2	**OK**
-16	**OK**
10	**OK**

Subtitusi dan Eliminasi, Maka di dapat nilai θ

-6 θA	-3 θB			=	-2	.....(1)
-3 θA	-10 θB	-2 θC		=	-16	.....(2)
	-2 θB	-8 θC		=	10	.....(3)
			DIAGONAL UTAMA			

Eliminasi Persamaan (1) dan (2), di dapat Persamaan (4)

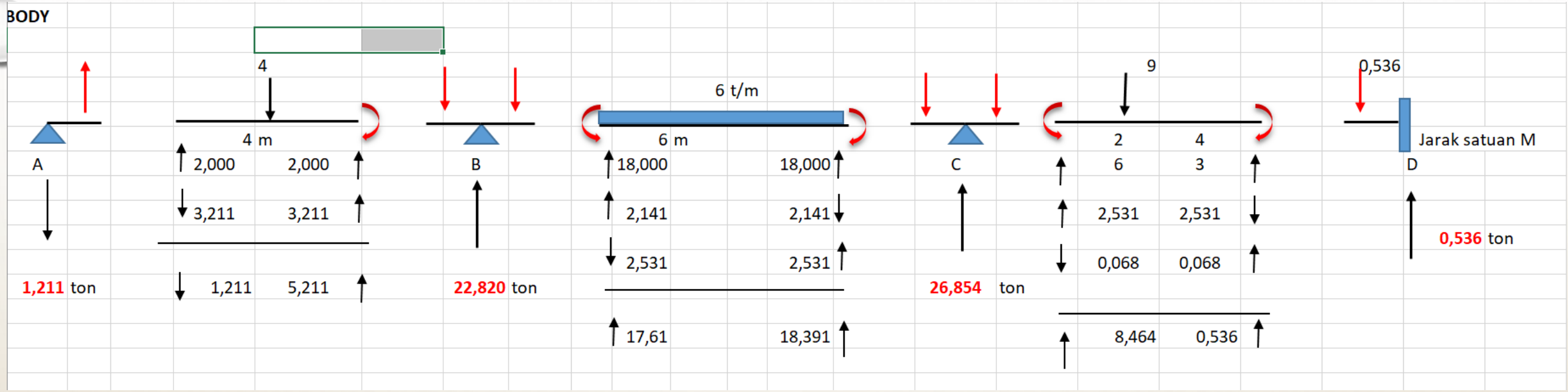
Eliminasi Persamaan (3) dan (4).

sehingga di dapat nilai θ

7. SUBTITUSI NILAI TETA KE PERSAMAAN SLOPE DEFLECTION, MAKA DI DAPAT MOMEN PERALIHAN

M' AB =	2	-6	θA		-3	θB	=	0	tm			
M' BA =	-2	-6	θB		-3	θA	=	-12,844	tm			
M' BC =	18	-4	θB		-2	θC	=	12,844	tm			
M' CB =	-18	-4	θC		-2	θB	=	-15,188	tm			
M' CD =	8	-4	θC		0		=	15,188	tm			
M' DC =	-4			0	-2	θC	=	-0,406	tm			

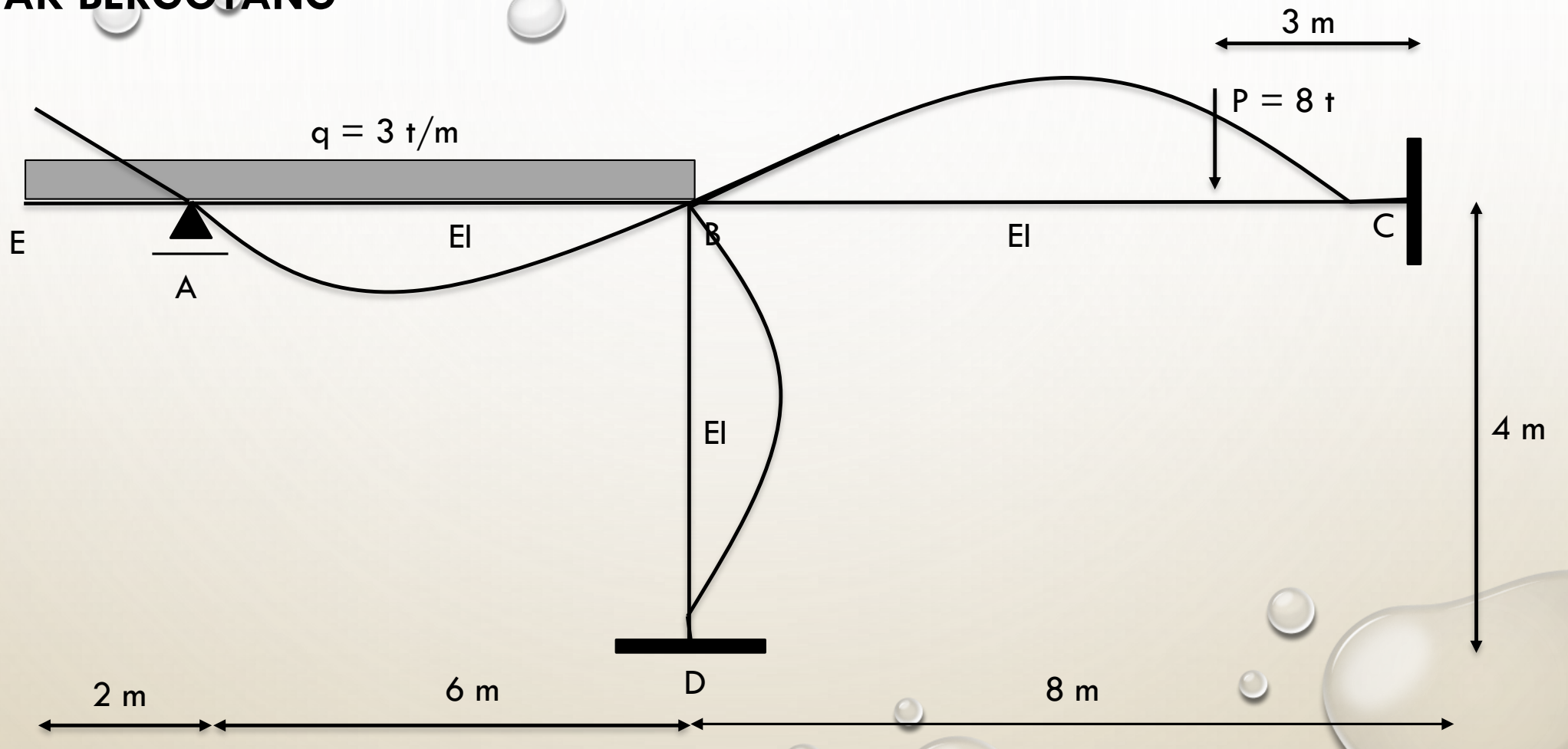
FREEBODY



GAMBAR MOMEN DAN LINTANG

CONTOH SOAL

PORTAL TAK BERGOYANG

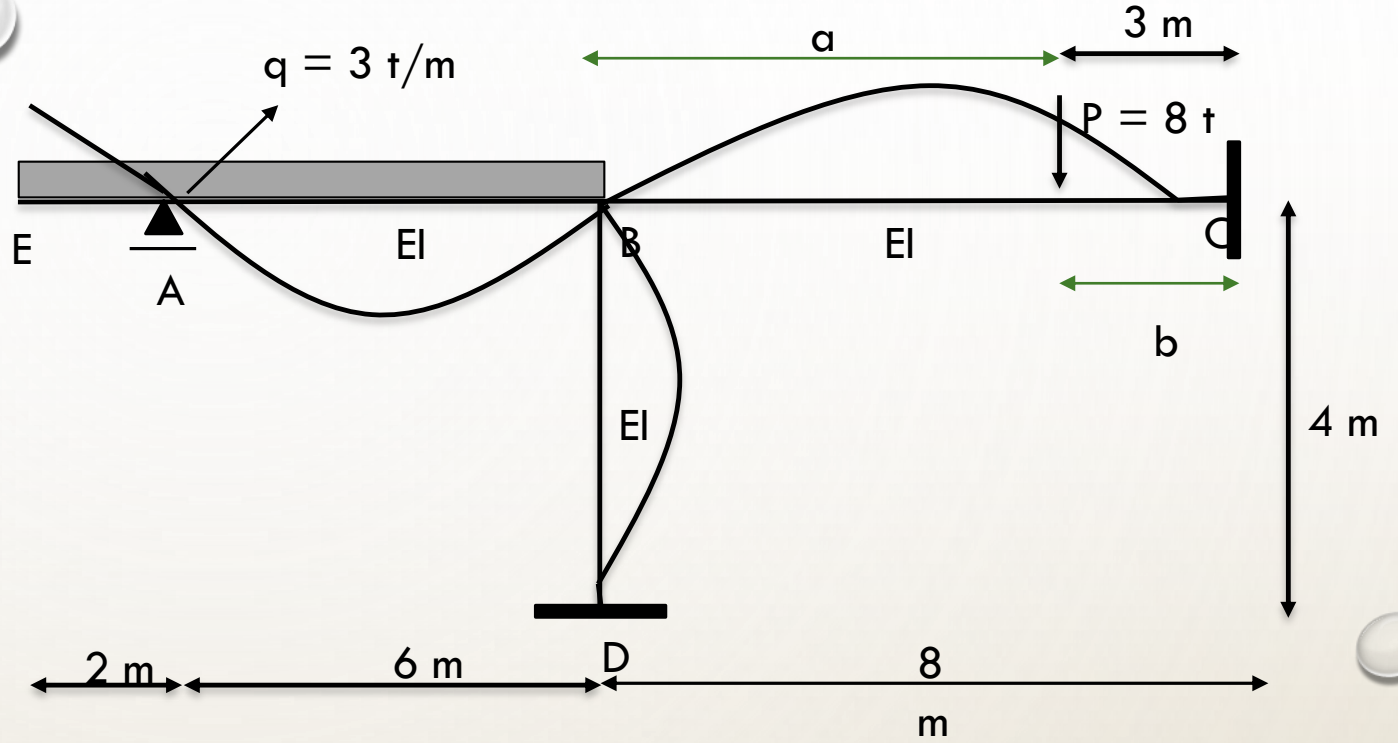


Penyelesaian Menggunakan Metide Slope Deflection

Bilangan tidak diketahui θ

θ_A $\theta_C = 0$ …(Jepit)

θ_B $\theta_D = 0$ …(Jepit)



Faktor Kekakuan (k)

$$KAB = \frac{2\,EI}{L} = \frac{2\,EI}{6}\ x\ 12 = 4$$

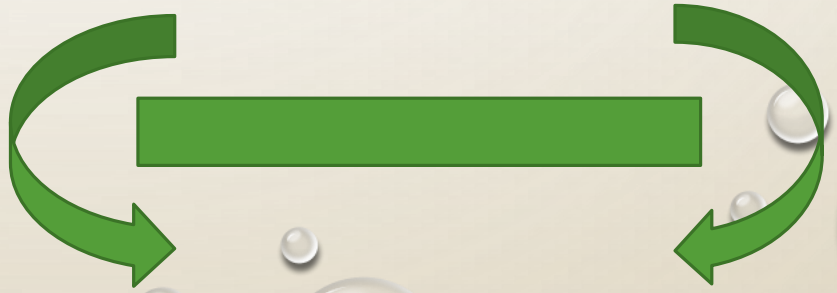
$$KBC = \frac{2\,EI}{L} = \frac{2\,EI}{8}\ x\ 12 = 3$$

$$KBD = \frac{2\,EI}{L} = \frac{2\,EI}{4}\ x\ 12 = 6$$

Fixed and Momen

$$FEM_{AB} = \frac{q.l^2}{12} = \frac{3.6^2}{12} = +9\ tm$$

$$FEM_{BA} = \frac{q.l^2}{12} = \frac{3.6^2}{12} = -9\ tm$$



$FEM_{BC} = \frac{P.b^2.a}{l^2} = \frac{8.3^2.5}{8^2} = +5{,}625\ tm$

$FEM_{CB} = \frac{P.a^2.b}{l^2} = \frac{8.5^2.3}{8^2} = -9{,}375\ tm$

$FEM_{BD} = 0$ …(tidak ada beban luar)

$FEM_{DB} = 0$ …(tidak ada beban luar)

Persamaan Slope Deflection……>> $M_{near\ end} = FEM_{near\ end} + \frac{2EI}{L}(-2\theta_N - \theta_E)$

$M_{AB} = 9 + 4(-2\boldsymbol{\theta_A} - \boldsymbol{\theta_B}) = \mathbf{9} - \mathbf{8}\boldsymbol{\theta_A} - 4\boldsymbol{\theta_B}$

$M_{BA} = -9 + 4(-2\boldsymbol{\theta_B} - \boldsymbol{\theta_A}) = \mathbf{-9} - \mathbf{8}\boldsymbol{\theta_B} - 4\boldsymbol{\theta_A}$

$M_{BC} = 5{,}625 + 3(-2\boldsymbol{\theta_B} - \boldsymbol{\theta_C}) = 5{,}625 - 6\boldsymbol{\theta_B}$

$M_{CB} = -9{,}375 + 3(-2\boldsymbol{\theta_C} - \boldsymbol{\theta_B}) = -9{,}375 - 3\boldsymbol{\theta_B}$

$M_{BD} = 0 + 6(-2\boldsymbol{\theta_B} - \boldsymbol{\theta_D}) = -12\,\boldsymbol{\theta_B}$

$M_{DB} = 0 + 6(-2\boldsymbol{\theta_D} - \boldsymbol{\theta_B}) = -6\,\boldsymbol{\theta_B}$

Persamaan Penyelesaian

JOINT A $\gg$ $ZMA = 0$

MAE + MAB = 0

(-6) + $(9 - 8\theta_A - 4\theta_B) = 0$

$+8\theta_A + 4\theta_B = +3$.....(1)

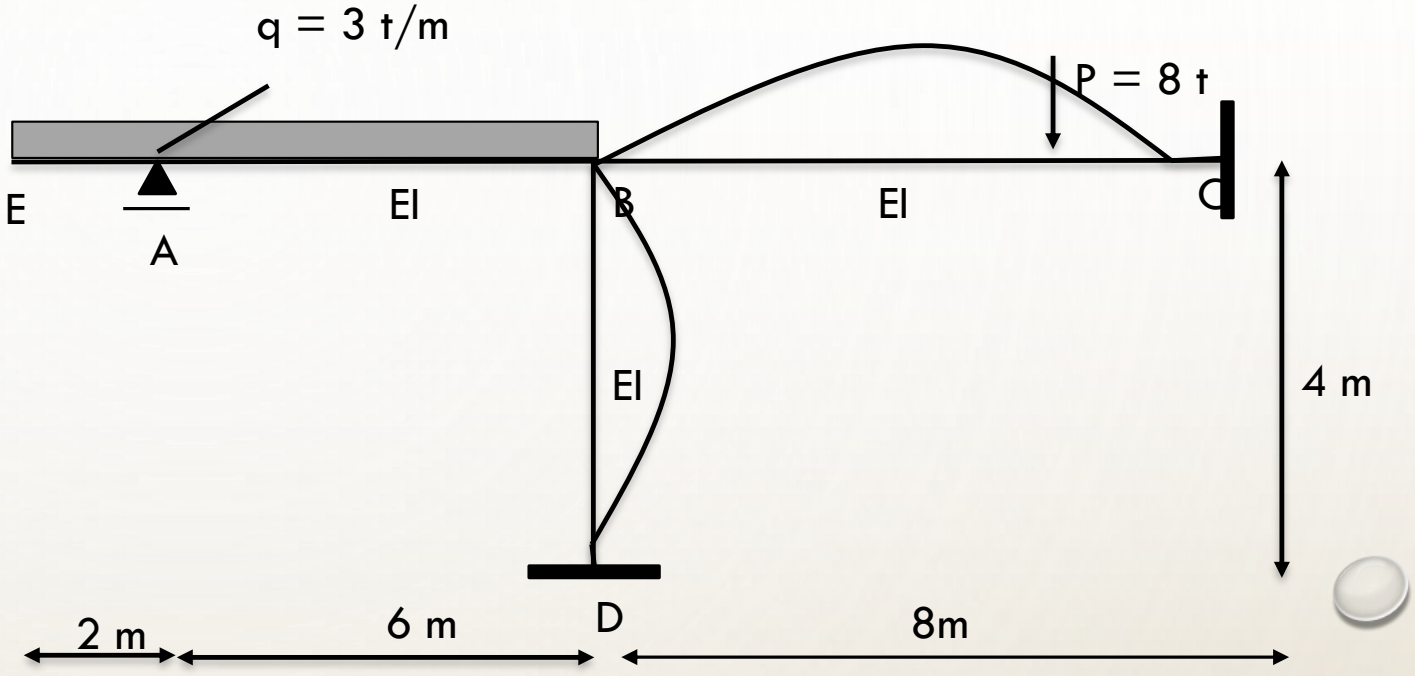
JOINT B $\gg$ $ZMB = 0$

MBA + MBC + MBD = 0

$(-9 - 8\theta_B - 4\theta_A) + (5{,}625 - 6\theta_B) + (-12\,\theta_B)$

$-3{,}375 - 26\theta_B - 4\,\theta_A = 0$

$+26\,\theta_B + 4\,\theta_A = -3{,}375$ .....(2)



Matrix Pengecekkan

$+8\theta_A + 4\theta_B = +3$

$4\,\theta_A + 26\,\theta_B = -3{,}375$

Diagonal Utama

$$\begin{Bmatrix} +8 & +4 \\ 4 & 26 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \theta_A \\ \theta_B \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} +3 \\ -3{,}375 \end{Bmatrix}$$

Eliminasi Persamaan (1) dan (2)

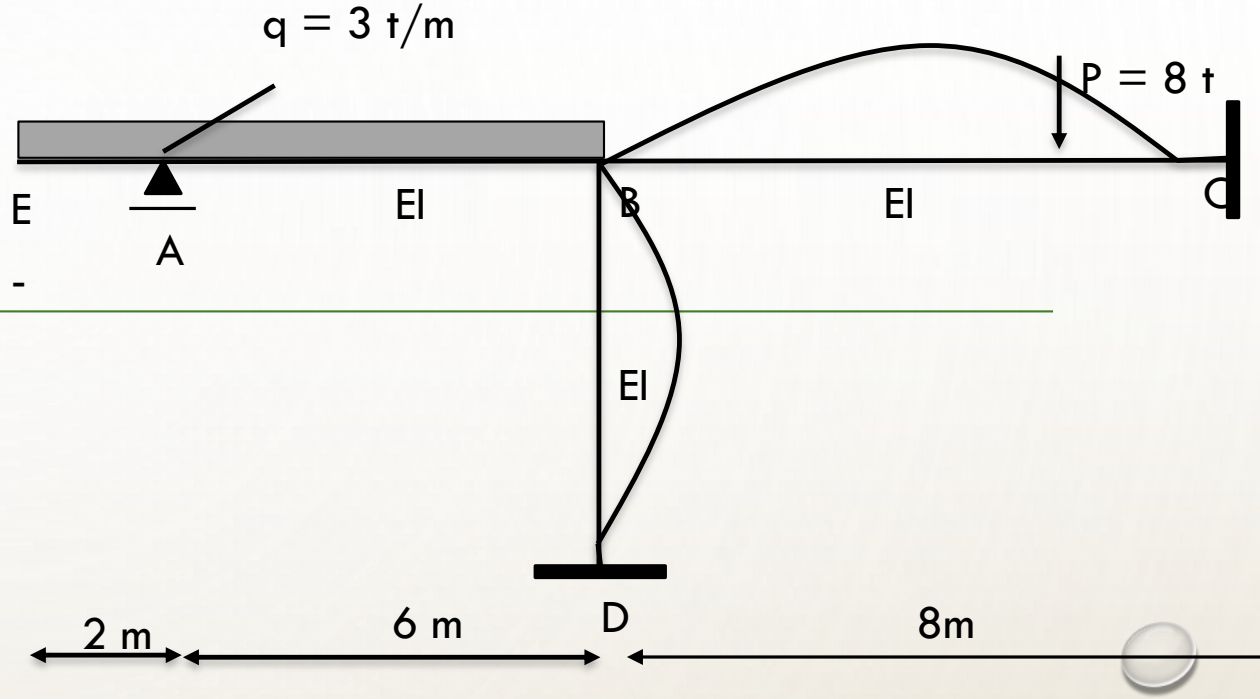
$+8\theta_A + 4\theta_B = +3$ | x1 | $+8\theta_A + 4\theta_B = +3$

$+26\,\theta_B + 4\,\theta_A = +3{,}375$ | x2 | $52\theta_B + 8\,\theta_A = -6{,}75$

$-48\,\theta_B = 9{,}75$

$\theta_B = -0{,}203$

$\theta_A = +0{,}477$



Momen Peralihan

Subtitusi nilai θ_A dan θ_B

$M_{AE} = -6$ tm (M.Kantilever)

$M_{AB} = 6$ tm

Momen di titik **A**

$M_{BA} = -9{,}28$ tm

$M_{BC} = +6{,}84\ tm$

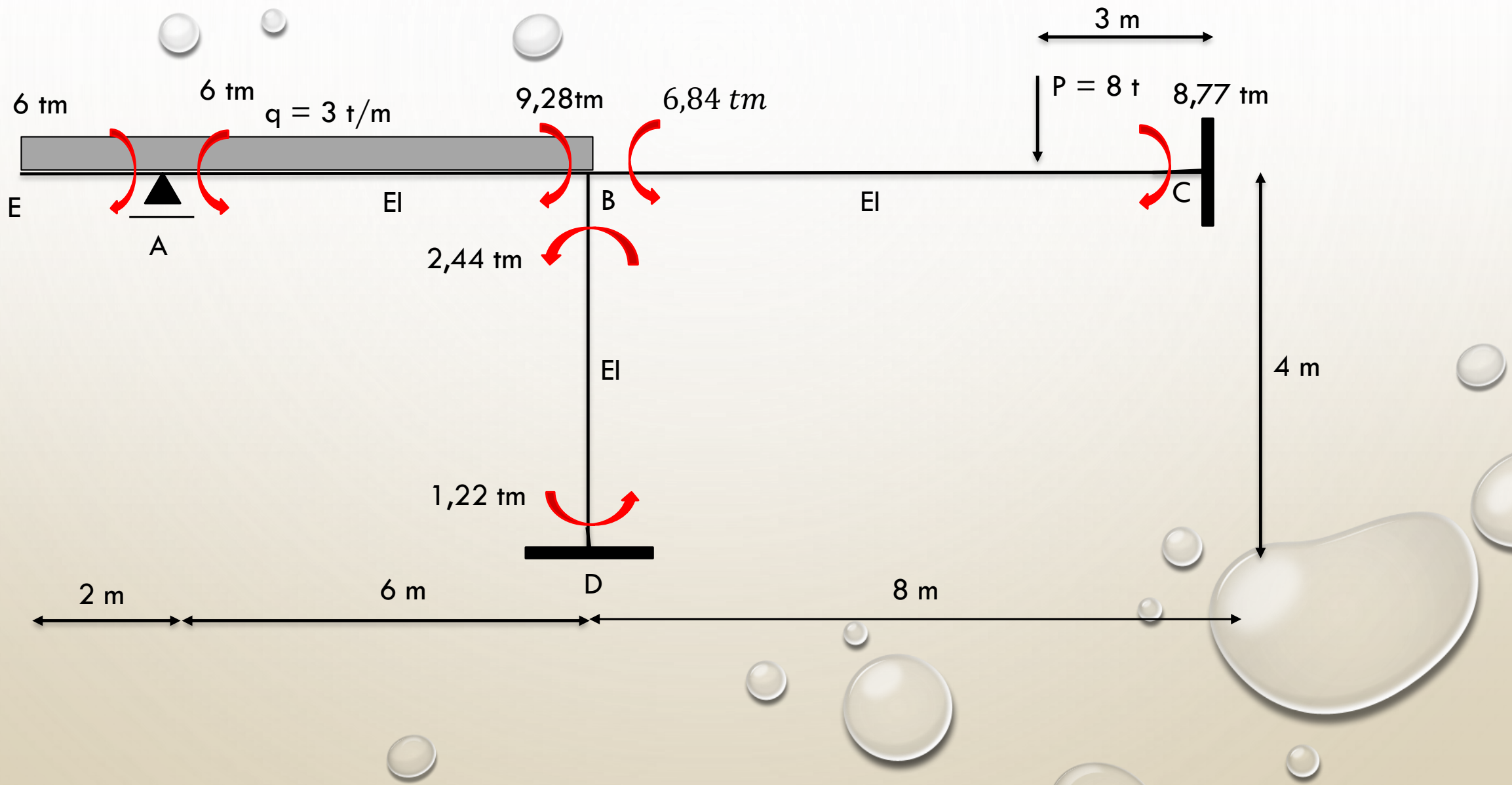
$M_{BD} = +2{,}44$ tm

Momen di titik **B**

$M_{CB} = -8{,}77$ tm

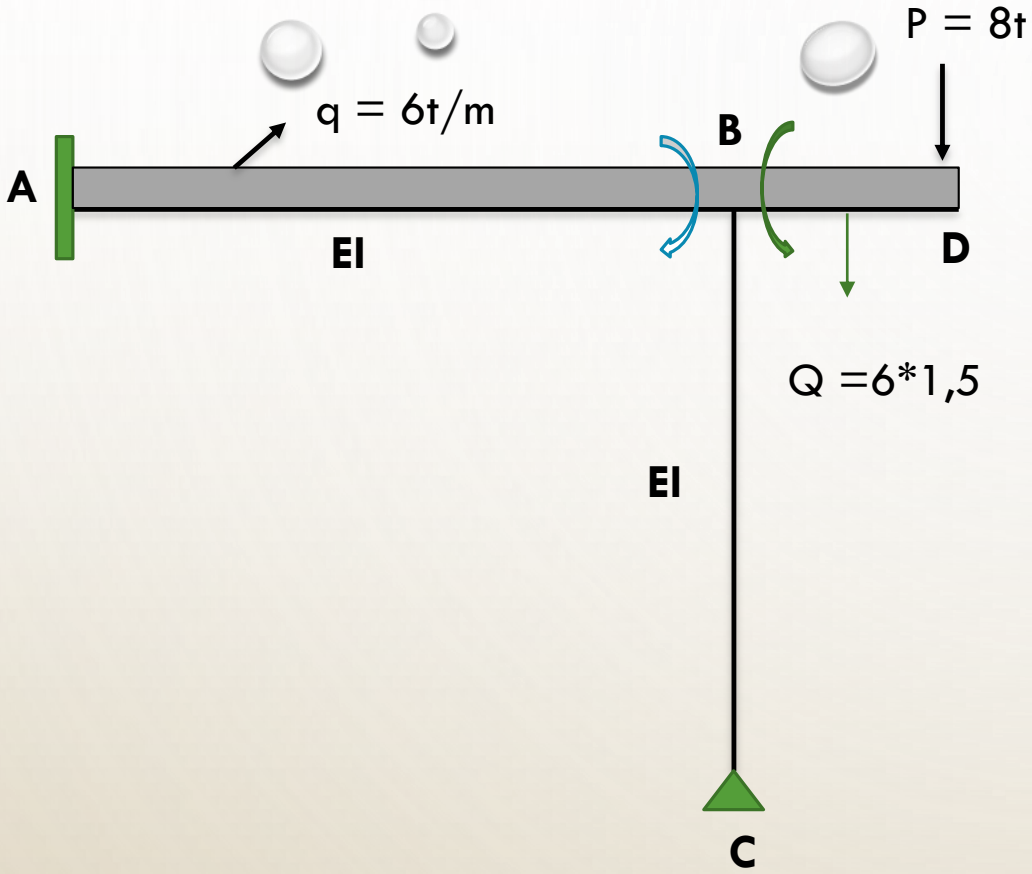
$M_{DB} = 1{,}22$ tm

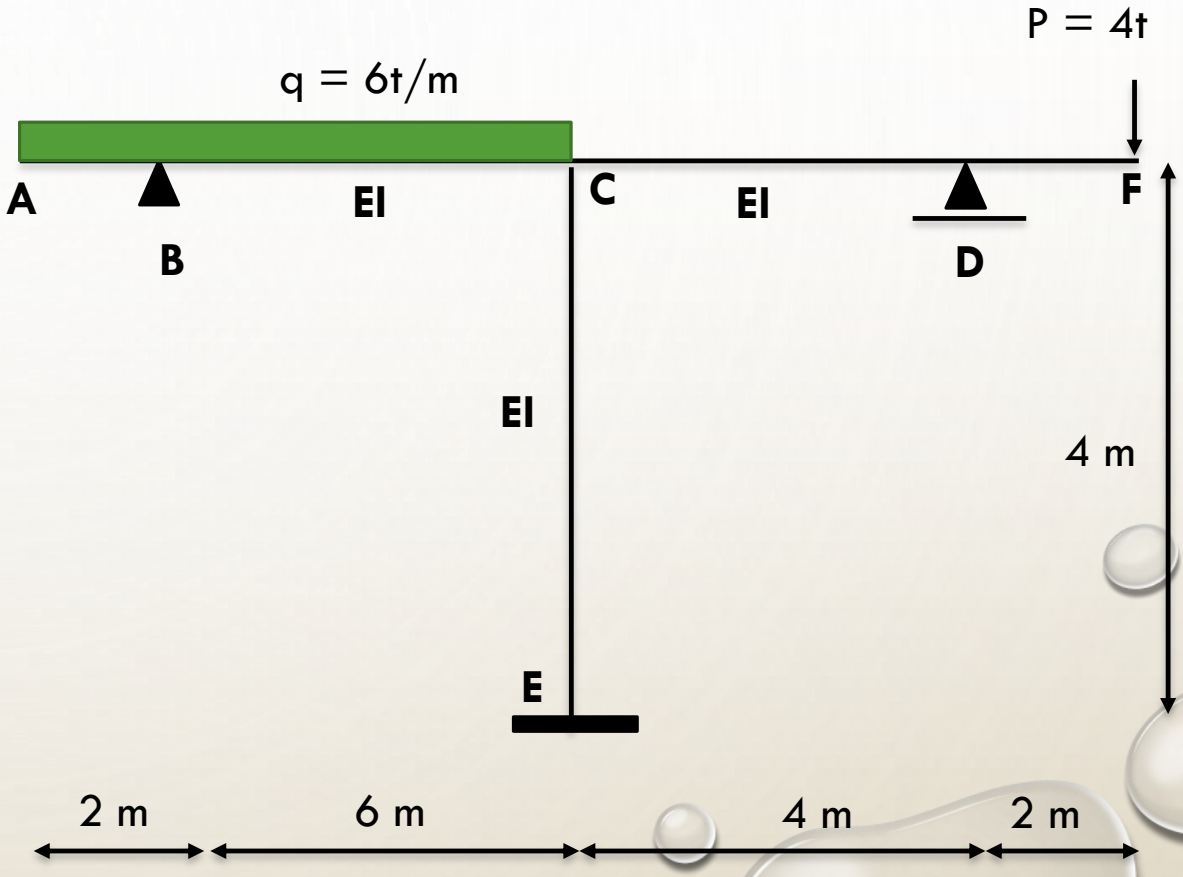
Momen-Momen Peralihan



CONTOH SOAL SLOPE DEFLECTION

1.

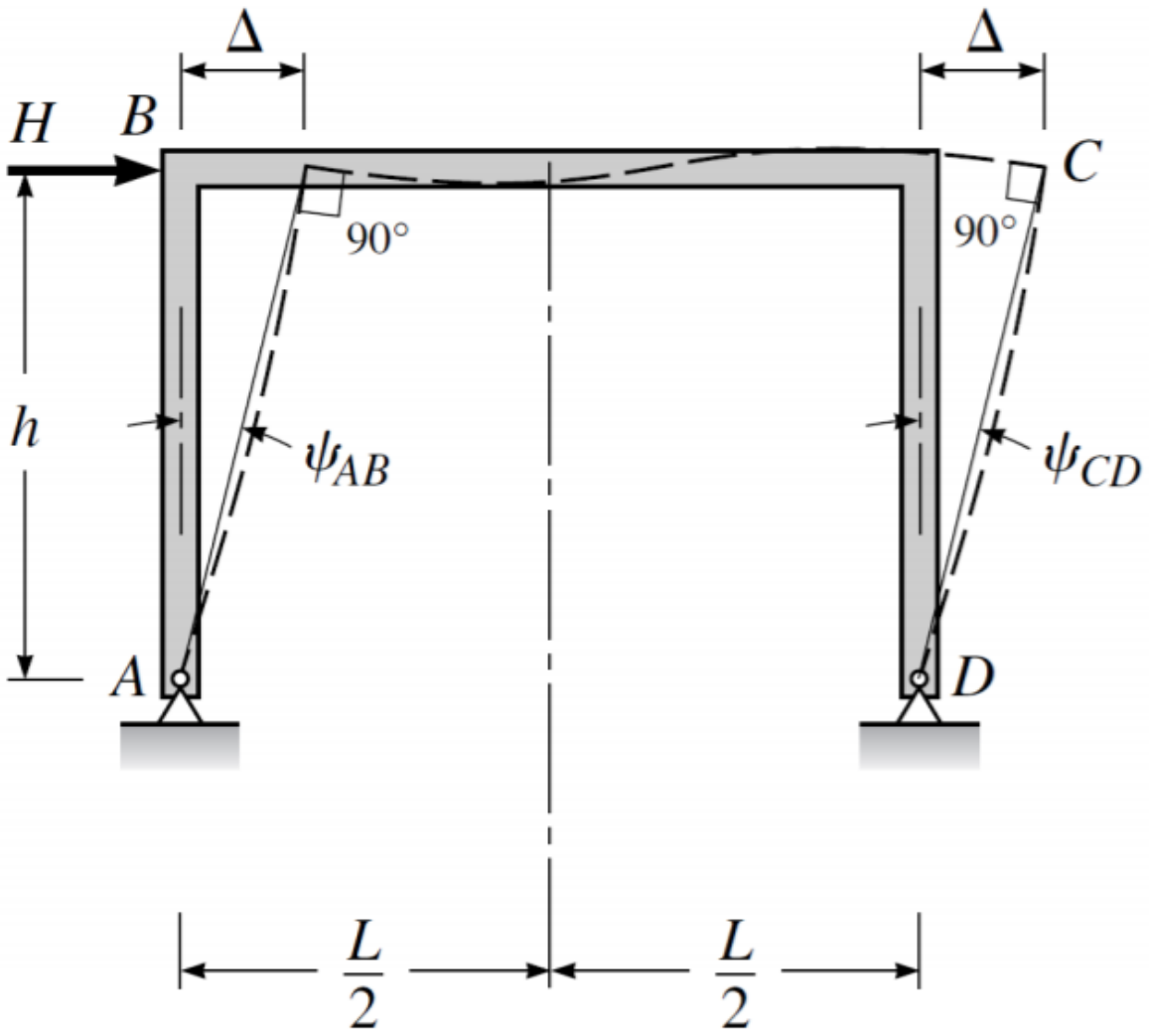


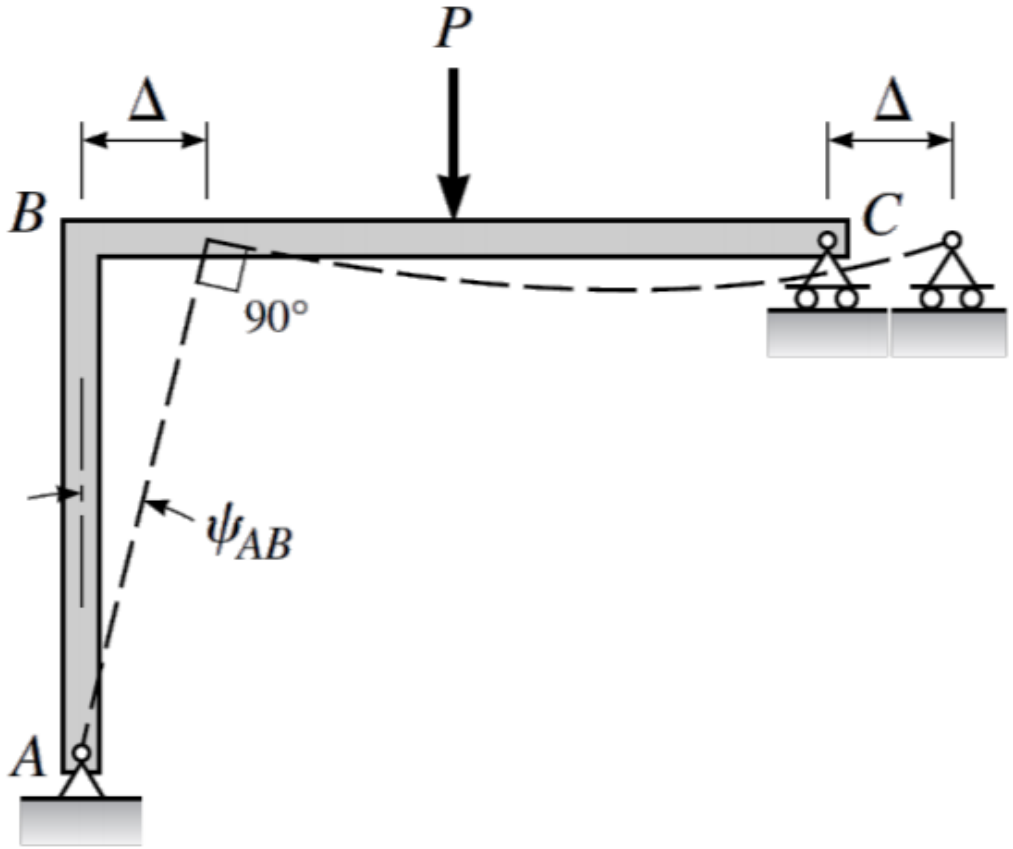


Selesaikan Persamaan di atas dengan Metode Slope Deflection:

1. **Tentukan Momen-momen peralihan**
2. **Tentukan Reaksi Perletakan**
3. **Gambar Bidang M,L,N**

PORTAL BERGOYANG SLOPE DEFLECTION





For determining M'_{FAB} and M'_{FBA}, the moment-area method will be used (Fig. 130). Note that R, the angle measured from the original direction of member AB to the line joining the displaced joints, is *positive* when clockwise. Note also that

$$R = \frac{\Delta}{L}$$

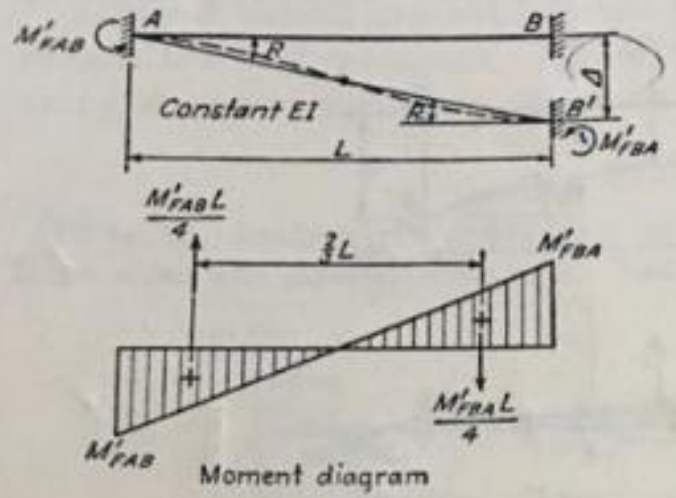


FIG. 130.

By the first moment-area theorem,

Change of slope between tangents at A and B' = area of $\frac{M}{EI}$ diagram between A and B' = 0

or,

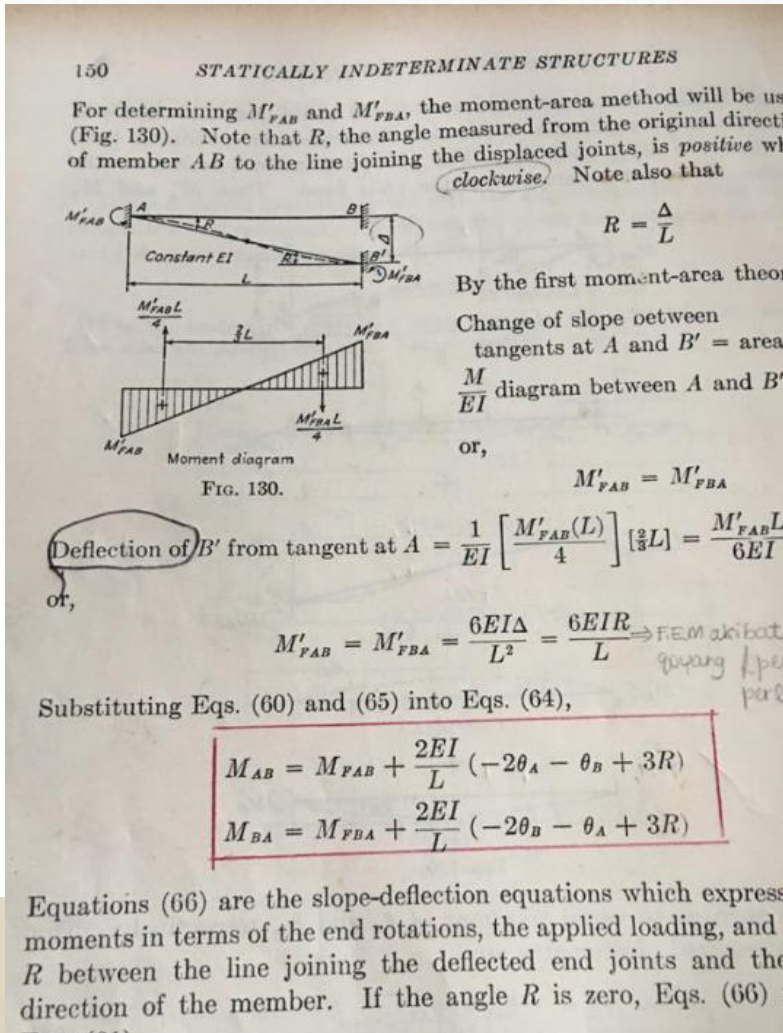
$$M'_{FAB} = M'_{FBA}$$

Deflection of B' from tangent at A $= \frac{1}{EI}\left[\frac{M'_{FAB}(L)}{4}\right]\left[\frac{2}{3}L\right] = \frac{M'_{FAB}L^2}{6EI} = \Delta$

or,

$$M'_{FAB} = M'_{FBA} = \frac{6EI\Delta}{L^2} = \frac{6EIR}{L} \quad (65)$$

⇒ F.E.M akibat goyang / pergeseran



For determining M'_{FAB} and M'_{FBA}, the moment-area method will be us
(Fig. 130). Note that R, the angle measured from the original direct
of member AB to the line joining the displaced joints, is *positive* wh
clockwise. Note also that

$$R = \frac{\Delta}{L}$$

By the first moment-area theo

Change of slope between tangents at A and B' = area

$\frac{M}{EI}$ diagram between A and B'

or,

$$M'_{FAB} = M'_{FBA}$$

FIG. 130.

Deflection of B' from tangent at A $= \frac{1}{EI}\left[\frac{M'_{FAB}(L)}{4}\right]\left[\frac{2}{3}L\right] = \frac{M'_{FAB}L}{6EI}$

or,

$$M'_{FAB} = M'_{FBA} = \frac{6EI\Delta}{L^2} = \frac{6EIR}{L}$$ ⇒ F.E.M akibat goyang / pe

Substituting Eqs. (60) and (65) into Eqs. (64),

$$M_{AB} = M_{FAB} + \frac{2EI}{L}(-2\theta_A - \theta_B + 3R)$$

$$M_{BA} = M_{FBA} + \frac{2EI}{L}(-2\theta_B - \theta_A + 3R)$$

Equations (66) are the slope-deflection equations which express moments in terms of the end rotations, the applied loading, and R between the line joining the deflected end joints and the direction of the member. If the angle R is zero, Eqs. (66)

Substituting Eqs. (60) and (65) into Eqs. (64),

$$M_{AB} = M_{FAB} + \frac{2EI}{L}(-2\theta_A - \theta_B + 3R)$$

$$M_{BA} = M_{FBA} + \frac{2EI}{L}(-2\theta_B - \theta_A + 3R) \qquad (66)$$

to the two extra unknowns Δ_1 and Δ_2.

The application of the slope-deflection method to the analysis of statically indeterminate frames wherein some joints are displaced during deformation will be illustrated by the following examples.

Example 61. Analyze the rigid frame shown in Fig. 147 by the slope-deflection method. Draw shear and moment diagrams. Sketch the deformed structure.

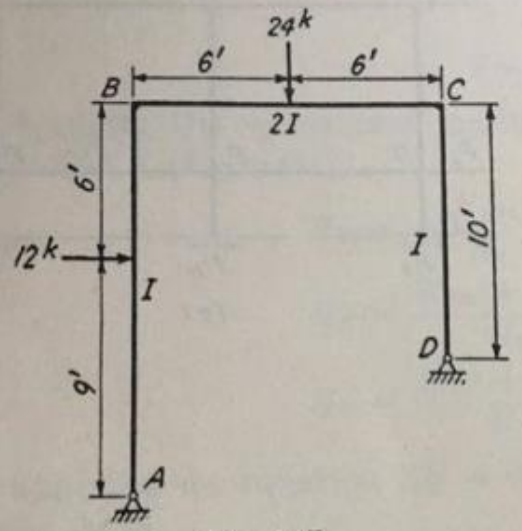
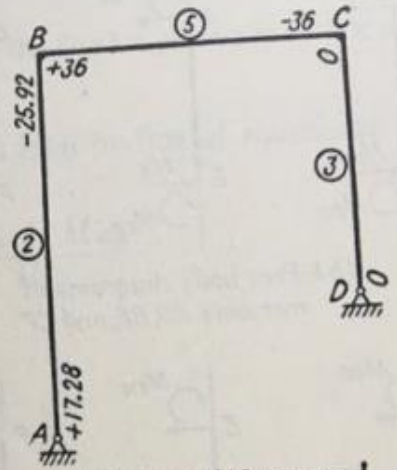


Fig. 147.



Relative stiffness and fixed end moments

Fig. 148.

Solution. *Relative Stiffness and Fixed-end Moments* (Fig. 148)

Table 61-1

AB	$\frac{I}{15} \times 30$	2
BC	$\left(\frac{2I}{12} = \frac{I}{6}\right) \times 30$	5
CD	$\frac{I}{10} \times 30$	3

Span AB:

$$M_{FAB} = +\frac{(12)(9)(6)^2}{(15)^2} = +17.28 \text{ kip-ft}$$

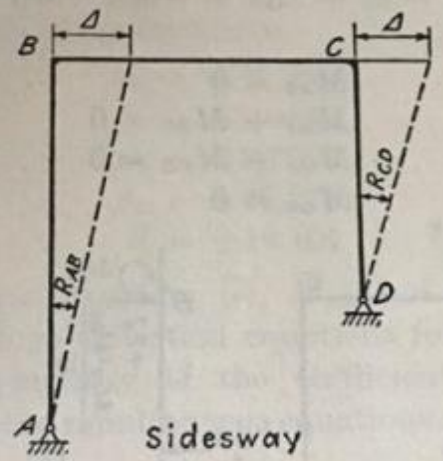
$$M_{FBA} = -\frac{(12)(6)(9)^2}{(15)^2} = -25.92 \text{ kip-ft}$$

Span BC:

$$M_{FBC} = +\frac{(24)(12)}{8} = +36 \text{ kip-ft}$$

$$M_{FCB} = -36 \text{ kip-ft}$$

Relative Values of R (Fig. 149)



Sidesway

Fig. 149.

Table 61-2

R_{AB}	$\frac{\Delta}{15} \times 30$	$2R$
R_{BC}	0	0
R_{CD}	$\frac{\Delta}{10} \times 30$	$3R$

If $R_{AB} = 2R$, $R_{CD} = 3R$.

Note that $2EI/L$ is replaced by K_{AB} and $3R$ is replaced by R_{rel}. These changes do not affect the values of the end moments at all. Equations (70) will be used in the present example.

$$M_{AB} = +17.28 + 2(-2\theta_A - \theta_B + 2R) = +17.28 - 4\theta_A - 2\theta_B + 4R$$
$$M_{BA} = -25.92 + 2(-2\theta_B - \theta_A + 2R) = -25.92 - 4\theta_B - 2\theta_A + 4R$$
$$M_{BC} = +36 + 5(-2\theta_B - \theta_C) = +36 - 10\theta_B - 5\theta_C$$
$$M_{CB} = -36 + 5(-2\theta_C - \theta_B) = -36 - 10\theta_C - 5\theta_B$$
$$M_{CD} = 0 + 3(-2\theta_C - \theta_D + 3R) = -6\theta_C - 3\theta_D + 9R$$
$$M_{DC} = 0 + 3(-2\theta_D - \theta_C + 3R) = -6\theta_D - 3\theta_C + 9R$$

Joint Conditions

$$M_{AB} = 0 \qquad (a)$$
$$M_{BA} + M_{BC} = 0 \qquad (b)$$
$$M_{CB} + M_{CD} = 0 \qquad (c)$$
$$M_{DC} = 0 \qquad (d)$$

24k

$M_{DC} = 0 + 3(-2\theta_D - \theta_C + \ldots)$

Joint Conditions

$$M_{AB} = 0 \quad (a)$$
$$M_{BA} + M_{BC} = 0 \quad (b)$$
$$M_{CB} + M_{CD} = 0 \quad (c)$$
$$M_{DC} = 0 \quad (d)$$

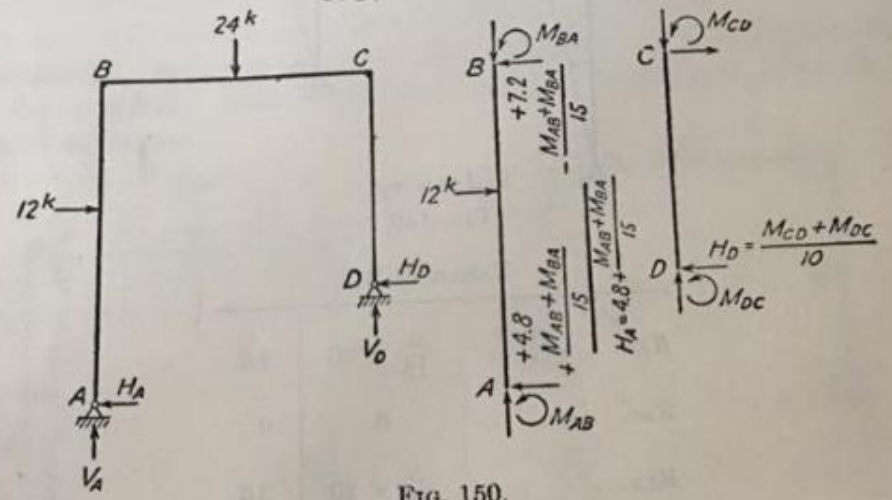


FIG. 150.

Shear Condition (Fig. 150). Substituting

$$H_A = 4.8 + \frac{M_{AB} + M_{BA}}{15}$$

and

$$H_D = \frac{M_{CD} + M_{DC}}{10}$$

into the shear condition $12 - H_A - H_D = 0$

$$+12 - \left(4.8 + \frac{M_{AB} + M_{BA}}{15}\right) - \left(\frac{M_{CD} + M_{DC}}{10}\right) = 0$$

$$+360 - 144 - 2(M_{AB} + M_{BA}) - 3(M_{CD} + M_{DC}) = 0$$

$$12\theta_A + 12\theta_B + 27\theta_C + 27\theta_D - 70R = -233.28$$

or

$$4\theta_A + 4\theta_B + 9\theta_C + 9\theta_D - \tfrac{70}{3}R = -77.76$$

$$-4\theta_A - 2\theta_B + 4R = -17.28$$
$$-2\theta_A - 14\theta_B - 5\theta_C + 4R = -10.08$$
$$-5\theta_B - 16\theta_C - 3\theta_D + 9R = +36$$
$$-3\theta_C - 6\theta_D + 9R = 0$$
$$+4\theta_A + 4\theta_B + 9\theta_C + 9\theta_D - \tfrac{70}{3}R = -77.76$$

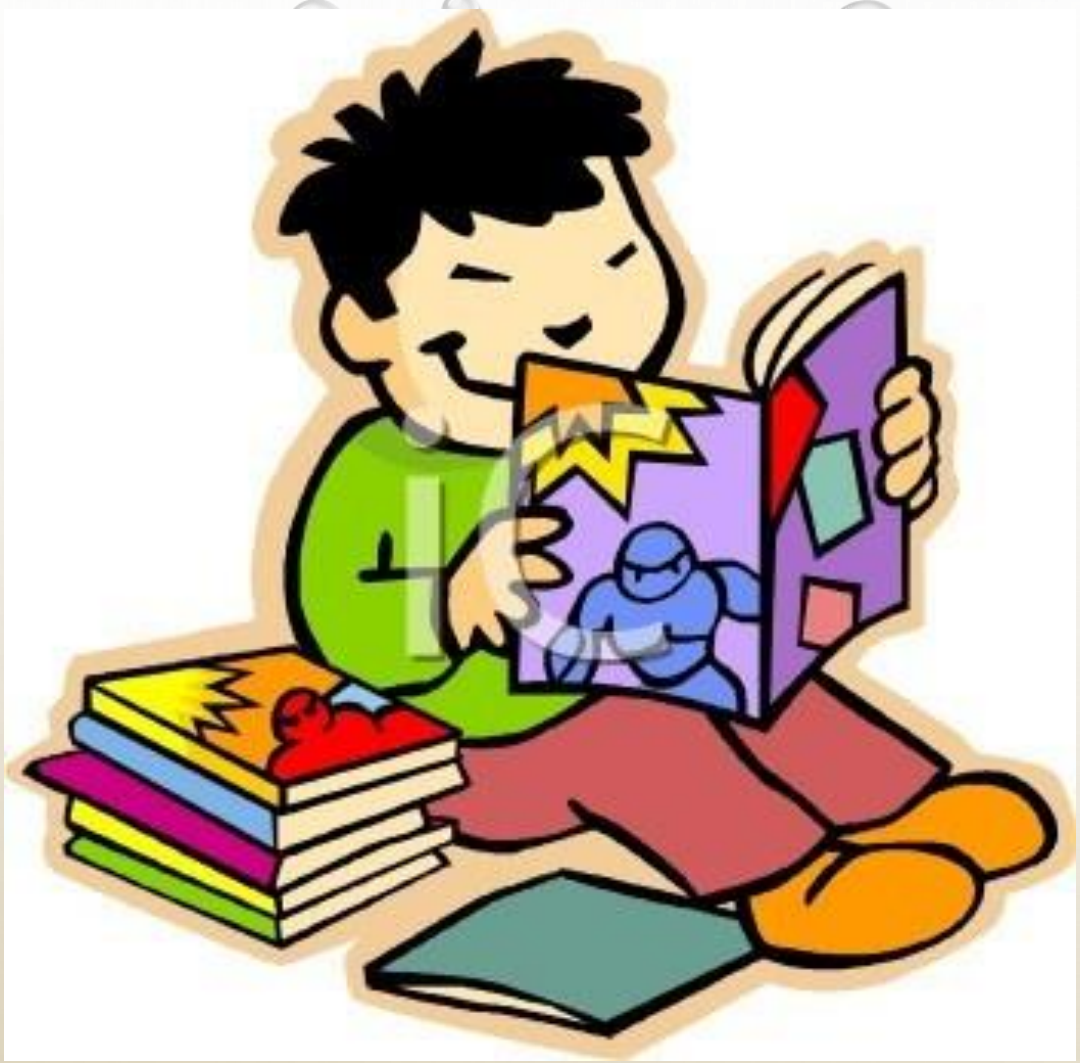
Solving the five simultaneous equations,

$$\theta_A = +22.430$$
$$\theta_B = +1.9882$$
$$\theta_C = +2.7604$$
$$\theta_D = +27.276$$
$$R = +19.104$$

In deriving the shear equation (*e*), M_{AB} and M_{DC} could have been called zero, but the slope-deflection equations for them are substituted in order that the symmetry of the coefficients with respect to the diagonal drawn across the simultaneous equations (*a*) to (*e*) may be shown.

Computations for End Moments

$$M_{AB} = +17.28 - (4)(+22.430) - (2)(+1.9882) + (4)(+19.104) = 0$$
$$M_{BA} = -25.92 - (4)(+1.9882) - (2)(+22.430) + (4)(+19.104) = -2.317 \text{ kip-ft}$$
$$M_{BC} = +36 - (10)(+1.9882) - (5)(+2.7604) = +2.316 \text{ kip-ft}$$
$$M_{CB} = -36 - (10)(+2.7604) - (5)(+1.9882) = -73.545 \text{ kip-ft}$$
$$M_{CD} = -(6)(+2.7604) - (3)(+27.276) + (9)(+19.104) = +73.545 \text{ kip-ft}$$
$$M_{DC} = -(6)(+27.276) - (3)(+2.7604) + (9)(+19.104) = 0$$



Selamat Belajar