المجال المفاهيمي الرابع: العمليات المالية طويلة الأجل

الوحدة (15): الدفعات الثابتة ANNUITES CONSTANTES

الكفاءات المستهدفة:

. يقيم متتالية دفعات في تاريخ ما.

المدة اللازمة : 10 ساعات

المراجع: الكتب المدرسية المقررة .

مؤشرات التقويم الذاتي:

- يحدد القيمة المكتسبة لمتتالية دفعات ثابتة.
- يحدد القيمة الحالية لمتتالية دفعات ثابتة.
- يقيم متتالية دفعات ثابتة في تاريخ ما.

تصميم الدرس

- تعريف الدفعة الثابتة
- القيمة المكتسبة للدفعات الثابتة
- القيمة الحالية لمتتالية دفعات ثابتة
- تقييم متتالية دفعات
- أنشطة الإعلام الآلي و حلولها
- أسئلة التقويم الذاتي
- أجوبة التقويم الذاتي

http://www.onefd.edu.dz

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

تعريف الدفعة الثابتة :

يطلق مصطلح الدفعات بصفة عامة على المبالغ المدفوعة بانتظام خلال وحدات زمنية متتابعة ومتساوية. حيث تكون:

- موجهة لتكوين رأس مال " دفعات استثمار " وتدفع في بداية كل وحدة زمنية (دفعات بداية المدة).
- موجهة لسداد الديون " دفعات سداد " وتدفع في نهاية كل وحدة زمنية (دفعات نهاية المدة).
- مبالغ الدفعات ثابتة أو متغيرة.

ملاحظة

سوف تقتصر دراستنا على الدفعات الثابتة فقط.

http://www.onefd.edu.dz

جميع الحقوق محفوظة ©

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

القيمة المكتسبة للدفعات الثابتة :

- تدفع مؤسسة " أضواء " في نهاية كل سنة دفعة قيمتها 20.000 دج لأحد البنوك تسديدًا لقرض. عدد الدفعات 10 ومعدل الفائدة المركبة 8% سنويًا.

كيف تُحسب القيمة المكتسبة لمتتالية دفعات ثابتة ؟

1. الصيغة العامة للقيمة المكتسبة لمتتالية دفعات ثابتة في حالة دفع الدفعة الأخيرة في نهاية الوحدة الزمنية الأخيرة(دفعات نهاية المدة)

لدينا:

a : قيمة الدفعة الثابتة

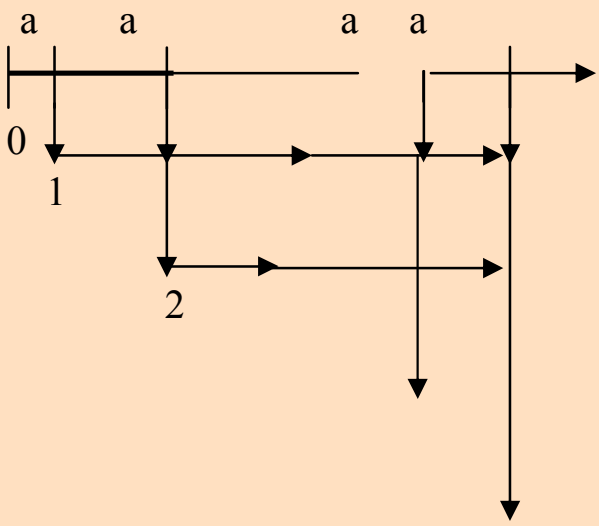
n : عدد الدفعات

i : معدل فائدة 1دج (معدل الفائدة المركبة)

A_n : القيمة المكتسبة لحظة دفع الدفعة الأخيرة.

http://www.onefd.edu.dz جميع الحقوق محفوظة ©

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

رقم ترتيب الدفعة	مدة توظيف الدفعة (بالسنوات)	القيمة المكتسبة لكل دفعة
	**n-1 وحدة زمنية** **n-2 وحدة زمنية**	$a(1+i)^{n-1}$ $a(1+i)^{n-2}$
الدفعة ما قبل الأخيرة n-1 ←		$a(1+i)^{1}$
الدفعة الأخيرة n		$a(1+i)^{0}=a$
		مجموع الحدود $=A_n$

http://www.onefd.edu.dz

جميع الحقوق محفوظة ©

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

عند قراءة الحدود في عمود القيمة المكتسبة لكل دفعة من أسفل إلى أعلى، نستنتج أن هذه الحدود تشكل متتالية هندسية أساسها $(1+i)$ وحدها الأول a وعدد حدودها n.

A_n القيمة المكتسبة لمتتالية الدفعات والتي تمثل مجموع حدود هذه المتتالية.

$$A_n = a + a(1+i) + ... + a(1+i)^{n-3} + a(1+i)^{n-2} + a(1+i)^{n-1}$$

تذكير:

مجموع حدود متتالية هندسية حدها الأول a وأساسها q وعدد حدودها n تعطى بالعلاقة:

$$S = a \times \frac{q^n - 1}{q - 1}$$

ومنه فإن القيمة المكتسبة A_n تساوي:

$$A_n = a\frac{(1+i)^n - 1}{(1+i) - 1} = a\frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

$$A_n = a \times \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

http://www.onefd.edu.dz

جميع الحقوق محفوظة ©

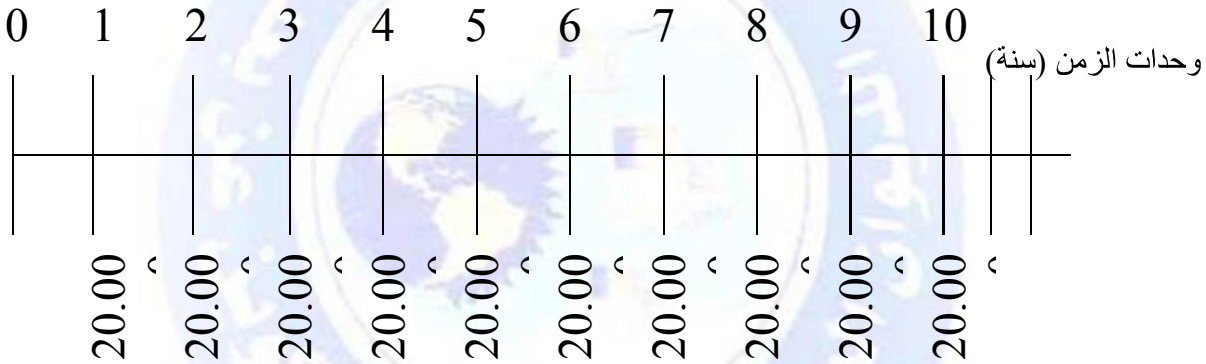
PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

يحسب الحد $\frac{(1+i)^n - 1}{i}$ باستخدام الجدول المالي رقم (3) أو باستعمال الآلة الحاسبة.

2. استعمال الصيغة العامة للقيمة المكتسبة

1.2. حساب القيمة المكتسبة:

✱ حالة مؤسسة "أضواء"



http://www.onefd.edu.dz
جميع الحقوق محفوظة ©

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

$$A_n = a \times \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

$$A_{10} = 20.000 \times \frac{(1+0,08)^{10} - 1}{0,08}$$

$$A_{10} = 20.000 \times \frac{2,158924 - 1}{0,08}$$

$$A_{10} = 20.000 \times 14,48655$$

$$A_{10} = 289.731 \text{ DA}$$

2.2. حساب قيمة الدفعة " a "

من الصيغة العامة نستنتج أن:

$$a = A_n \times \frac{i}{(1+i)^n - 1}$$

مثال: شخص مدين بمبلغ 280.000 دج ، اتفق مع دائنه على تسديد الدين الذي عليه بعشر دفعات تدفع الدفعة الأولى في نهاية السنة الأولى. فإذا كان معدل الفائدة 6% سنويًا. فما هي قيمة الدفعة الثابتة ؟

الحل:

قيمة الدفعة الثابتة:

$$a = A_n \times \frac{i}{(1+i)^n - 1}$$

http://www.onefd.edu.dz جميع الحقوق محفوظة ©

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

$$a = 280.000 \times \frac{0,06}{(1,06)^{10} - 1}$$

$$a = 280.000 \frac{0,06}{1,7980847 - 1}$$

$$a = 280.000 \times 0,0758679$$

$$a = 21.243,012 \text{ DA}$$

3.2. حساب عدد الدفعات

يمكن حساب عدد الدفعات n انطلاقاً من الصيغة العامة

$$A_n = a \times \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

$$\frac{(1+i)^n - 1}{i} = \frac{A_n}{a}$$

$$(1+i)^n - 1 = \frac{i.A_n}{a}$$

$$(1+i)^n = \frac{i.A_n}{a} + 1$$

لإيجاد n عدد الدفعات يستخدم لوغاريتم " Log " الآلة الحاسبة كما يلي:

بما أن المقدار $\frac{i.A_n}{a} + 1$ يكون معلوماً و ليكن **(b)** فإن:

$$(1+i)^n = b$$

$$\log(1+i)^n = \log(b)$$

$$n.\log(1+i) = \log(b)$$

$$n = \frac{\log(b)}{\log(1+i)}$$

http://www.onefd.edu.dz
جميع الحقوق محفوظة ©

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

مثال: يدفع تاجر في نهاية كل سنة دفعة ثابتة قيمتها 30.000 دج ، فبلغت القيمة المكتسبة في نهاية المدة 267.684,10 دج. فإذا كان معدل الفائدة المركبة 8% فما هو عدد الدفعات n ؟

الحل:

$$A_n = a \times \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

$$\frac{(1+0,08)^n - 1}{0,08} = \frac{267.684,10}{30.000}$$

$$(1+0,08)^n = \frac{267.684,10 \times 0,08}{30.000} + 1$$

$$(1,08)^n = 1,713824266$$

$$\log(1,08)^n = \log 1,713824266$$

$$n\log 1,08 = \log 1,713824266$$

$$n = \frac{\log 1,713824266}{\log 1,08} = \frac{0,233966288}{0,033423755}$$

$$n = 7$$

أي n تساوي 7 سنوات

4.2. حساب معدل الفائدة المركبة

مثال: بلغت القيمة المكتسبة 100.703,60 دج من دفع 12 دفعة ثابتة لنهاية المدة. فإذا كانت قيمة الدفعة 5.000 دج فما هو معدل الفائدة المركبة المطبق ؟

http://www.onefd.edu.dz جميع الحقوق محفوظة ©

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

الحل:

$$\frac{(1+i)^n - 1}{i} = \frac{A_n}{a}$$

$$\frac{(1+i)^{12} - 1}{i} = \frac{100.703,6}{5.000} = 20,140720$$

لتحديد المعدل i يستخدم الجدول المالي رقم (3) الذي يعتبر ضروريا في هذه الحالة.

بالكشف في الجدول رقم (3) أمام القيمة المكتسبة لـ 1 دج تساوي 20,140720 و n=12 نجد أن المعدل i=9% .

■ القيمة الحالية لمتتالية دفعات ثابتة:

📖 تحصلت مؤسسة " الألبسة الراقية " على قرض يسدد بـ 15 دفعة سنوية تدفع الدفعة الأولى في نهاية السنة الأولى من توقيع العقد. قيمة الدفعة الثابتة 78.884,266 دج ومعدل الفائدة المركبة المطبق هو 10% سنويًا.

✍ كيف تحسب القيمة الحالية لمتتالية دفعات نهاية المدة (مبلغ القرض).

1. الصيغة العامة للقيمة الحالية في حالة دفع الدفعة الأخيرة في نهاية الوحدة الزمنية الأخيرة

http://www.onefd.edu.dz جميع الحقوق محفوظة ©

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

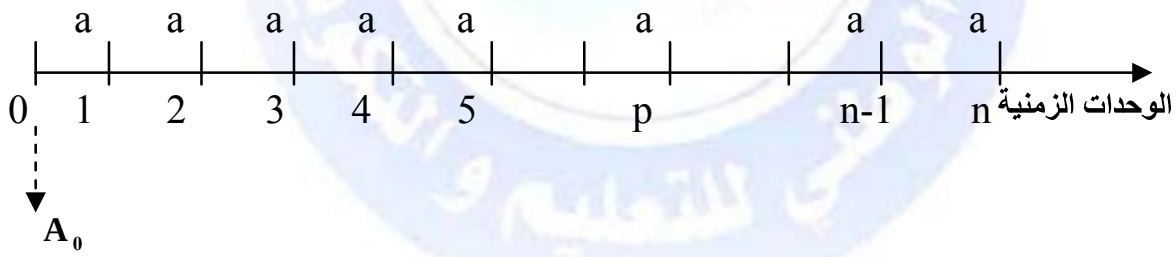
يقصد بالقيمة الحالية تحديد قيمة متتالية دفعات في بداية الوحدة الزمنية الأولى.

لدينا: a قيمة الدفعة الثابتة.

n عدد الدفعات.

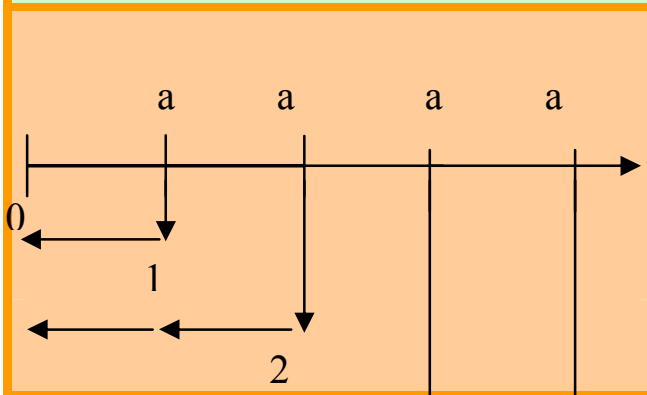
i معدل فائدة 1 دج.

A_0 القيمة الحالية لمتتالية دفعات في بداية الوحدة الزمنية الأولى أي مبلغ القرض



http://www.onefd.edu.dz
جميع الحقوق محفوظة ©

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

رقم ترتيب الدفعة	مدة الدفعة	القيمة الحالية لكل دفعة
	1 وحدة زمنية 2 وحدة زمنية	$(1+i)^{-1}$ $(1+i)^{-2}$
الدفعة ما قبل الأخيرة n-1 الدفعة الأخيرة n	وحدة زمنية n-1 وحدة زمنية n	$(1+i)^{-(n-1)}$ $(1+i)^{-n}$
		مبلغ القرض $= A_0$

من قراءة الحدود في عمود القيمة الحالية لكل دفعة من أسفل إلى أعلى نستنتج أن هذه الحدود تشكل متتالية هندسية أساسها $(1+i)$ وحدها الأول $a(1+i)^{-n}$ وعدد حدودها n وعليه فإن القيمة الحالية A_0 تكون على الشكل:

$$A_0 = a(1+i)^{-n}\frac{(1+i)^n - 1}{(1+i)-1}$$

$$A_0 = \frac{a(1+i)^{-1}(1+i) - a(1+i)^{-n}}{(1+i)-1}$$

http://www.onefd.edu.dz
جميع الحقوق محفوظة ©

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

$$A_0 = a \times \frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$$

يحسب الحد $\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$ من الجدول المالي رقم (4) أو باستخدام الآلة الحاسبة.

2. استعمال الصيغة العامة للقيمة الحالية

1.2. حساب القيمة الحالية

في حالة مؤسسة " الألبسة الراقية " يحسب مبلغ القرض كما يلي:

$$A_0 = a \times \frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$$

$$A_0 = 78.884,266 \times \frac{1-(1+0,1)^{-15}}{0,1}$$

$$A_0 = 78.884,266 \times 7,6060795 = 600.000DA$$

2.2. حساب قيمة الدفعة

مثال:

إذا كانت القيمة الحالية لـ . 5 دفعات نهاية المدة تساوي 150.000 دج، والمعدل السنوي 4% ، فما هي قيمة الدفعة الثابتة ؟

http://www.onefd.edu.dz جميع الحقوق محفوظة ©

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

الحل:

لدينا:

$$A_0 = a \times \frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$$

$$a = A_0 \times \frac{i}{1-(1+i)^{-n}}$$

$$a = 150.000 \times \frac{0,04}{1-(1,04)^{-5}}$$

$$a = 33.694,0846DA$$

3.2. حساب المعدل

مثال:

بلغت القيمة الحالية لـ . 7 دفعات نهاية المدة 223.295,24 دج فإذا كانت قيمة الدفعة 40.000 دج . أحسب المعدل.

الحل:

$$A_0 = a \frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$$

$$\frac{1-(1+i)^{-n}}{i} = \frac{A_0}{a}$$

$$\frac{1-(1+i)^{-7}}{i} = \frac{223.295,24}{40.000}$$

$$\frac{1-(1+i)^{-7}}{i} = 5,582381$$

http://www.onefd.edu.dz جميع الحقوق محفوظة ©

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

لتحديد المعدل (i) يستخدم الجدول المالي رقم (4) الذي يعتبر ضرورياً في هذه الحالة.

بالكشف في الجدول المالي رقم(4) أمام القيمة الحالية لـ . 1 دج تساوي 7,558238 وn تساوي7 فإن المعدل المطلوب هو i=6% .

4.2. حساب عدد الدفعات

مثال:

إذا كانت القيمة الحالية لـ . n من دفعات نهاية المدة 140.000 دج وأن قيمة الدفعة الثابتة 21.661,05391 دج ومعدل الفائدة 5% سنويًا. أحسب عدد الدفعات n.

http://www.onefd.edu.dz جميع الحقوق محفوظة ©

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

الحل:

$$A_0 = a \times \frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$$

$$140.000 = 21.661,05391 \times \frac{1-(1,05)^{-n}}{0,05}$$

$$\frac{1-(1,05)^{-n}}{0,05} = \frac{140.000}{21.661,05391}$$

$$\frac{1-(1,05)^{-n}}{0,05} = 6,463212758$$

$$1-(1,05)^{-n} = 0,05 \times 6,463212758$$

$$1-(1,05)^{-n} = 0,3231606379$$

$$-(1,05)^{-n} = -0,6768393621$$

$$(1,05)^{-n} = 0,6768393621$$

يستخدم لتحديد n في هذه الحالة Log الآلة الحاسبة:

$$(1,05)^{-n} = 0,6768393621$$

$$\log(1,05)^{-n} = \log 0,6768393621$$

$$-n = \frac{\log 0,6768393621}{\log 1,05} = -8$$

ومنه فإن عدد الدفعات يساوي 8 دفعات

http://www.onefd.edu.dz جميع الحقوق محفوظة ©

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

تقييم متتالية دفعات ثابتة في أي تاريخ كان :

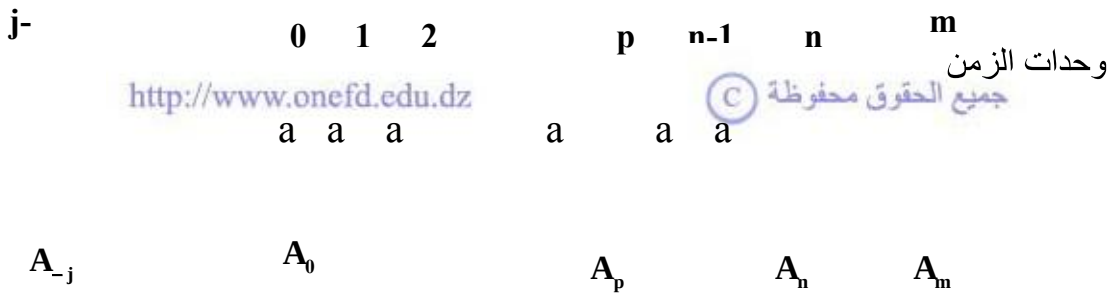
اقترض التاجر عبد الغفور في 2003/07/01 مبلغًا من المال يسدد على 5 دفعات سنوية، تدفع الدفعة الأولى في نهاية السنة الثالثة من توقيع العقد. فإذا كان معدل الفائدة 10% سنويًا وقيمة الدفعة 30.000 دج.

حدّد قيمة القرض:

- عند تاريخ توقيع عقد القرض في 2003/07/01
- في تاريخ 2005/07/01
- في تاريخ 2010/07/01
- في تاريخ 2008/07/01

كيف تُقيم متتالية دفعات ثابتة في أي تاريخ كان.

يمكن توضيح تقييم متتالية دفعات في أي تاريخ كان بالاستعانة بالمحور الزمني التالي:



http://www.onefd.edu.dz
جميع الحقوق محفوظة ©

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

1. تقييم متتالية دفعات في التاريخ n والتاريخ صفر (0)

تقييم متتالية دفعات لنهاية وحدات الزمن في التاريخ n والتاريخ (0)

- في التاريخ n: $A_n = a\frac{(1+i)^n - 1}{i}$
- في التاريخ صفر (0): $A_0 = a\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$

2. التقييم في التواريخ p، j، m:

بالاعتماد على العلاقات السابقة وبتطبيق قواعد تكافؤ رؤوس الموال، يمكن تقييم متتالية دفعات (نهاية المدة) في أي تاريخ كان.

1.2. التقييم في التاريخ (m) حيث $n < m$

القيمة المكتسبة في التاريخ (m) تكون A_m:

$$A_m = A_n(1+i)^{(m-n)}$$

أو:

$$A_m = A_0(1+i)^m$$

بـــــــالتعويض

$$A_m = a\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}(1+i)^m$$

مثال:

لتسديد ثمن تجهيزات كان على المشتري أن يدفع في نهاية كل سنة دفعة تقدر بـ 300.000 دج لمدة 4 سنوات. غير أنه

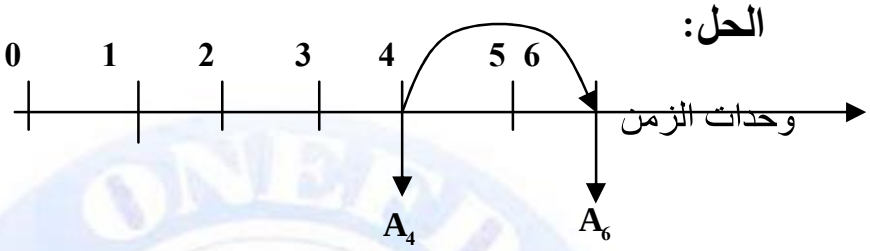
http://www.oneid.edu.dz جميع الحقوق محفوظة ©

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

اقترح على البائع تسديد ثمن التجهيزات بدفع وحيد في نهاية السنة السادسة.

بمعدل سنوي 10% ما هو مقدار الدفع الوحيد ؟

الحل:



. انطلاقاً من صيغة القيمة الحالية:

$$A_6 = A_0(1+i)^m$$

$$A_6 = 300.000\frac{1-(1,1)^{-4}}{0,1}(1,1)^6$$

$$A_6 = 300.000 \times 3,169865 \times 1,771561$$

$$A_6 = 1.684.683\ DA$$

. انطلاقاً من صيغة القيمة المكتسبة:

$$A_m = A_n(1+i)^{(m-n)}$$

$$A_6 = 300.000 \times \frac{(1,1)^4-1}{0,1}(1,1)^{(6-2)}$$

$$A_6 = 300.000 \times \frac{(1,1)^4-1}{0,1}(1,1)^2$$

$$A_6 = 300.000 \times 4,641 \times 1,21$$

$$A_6 = 1.684.683\ DA$$

2.2. التقييم في التاريخ (p) حيث $0 < p < n$ **:**

http://www.onefd.edu.dz
PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

أ . انطلاقاً من صيغة القيمة الحالية:

يوظف A_0 لمدة p من وحدات الزمن

$$A_p = A_0(1+i)^p$$

$$A_p = a\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}(1+i)^p$$

ب . انطلاقاً من صيغة القيمة المكتسبة:

يتم تحيين A_n لمدة (n-p) من وحدات الزمن

$$A_p = A_n(1+i)^{-(n-p)}$$

$$A_p = a\frac{(1+i)^n-1}{i}(1+i)^{-(n-p)}$$

جـ . يمكن الحصول على قيمة A_p عن طريق جمع القيمة المكتسبة للدفعات المسددة لغاية الزمن (p) و القيمة الحالية للدفعات المتبقية بعد الزمن (p) كما يلي:

$$A_p = a\frac{(1+i)^p-1}{i} + a\frac{1-(1+i)^{-(n-p)}}{i}$$

مثال:

ترغب إحدى المؤسسات في شراء تجهيز وقد اقترح عليها البائع طريقتين للتسديد.

http://www.onefd.edu.dz جميع الحقوق محفوظة ©

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

. الطريقة (1): تسديد 12 دفعة قيمة الدفعة 300.000 دج الأولى تدفع سنة بعد تاريخ الشراء،

. الطريقة (2):تسديد مبلغاً وحيداً في نهاية السنة 4 من تاريخ الشراء.

إذا أخذنا بعين الاعتبار الفوائد المركبة بمعدل 4% سنوياً ما هي قيمة الدفع الوحيد ؟

الحل:

. حساب قيمة الدفع الوحيد باستخدام صيغة القيمة الحالية:

$$A_p = A_0(1+i)^p$$

$$A_4 = 300.000\frac{1-(1,04)^{-12}}{0,04}(1,04)^4$$

$$A_4 = 300.000 \times 9,385074 \times 1,169859$$

$$A_4 = 3.293.762,4DA$$

. نفس النتيجة باستخدام صيغة القيمة المكتسبة:

http://www.onefd.edu.dz جميع الحقوق محفوظة ©

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

$$A_p = A_n (1+i)^{-(n-p)}$$

$$A_4 = 300.000 \frac{(1,04)^{12} - 1}{0,04} (1,04)^{-(12-4)}$$

$$A_4 = 300.000 \frac{(1,04)^{12} - 1}{0,04} (1,04)^{-8}$$

$$A_4 = 300.000 \times 15,025805 \times 0,7306902$$

$$A_4 = 3.293.762,4 \text{ DA}$$

– يمكن أن نحصل على نفس النتيجة إذا جمعنا القيمة المكتسبة للدفعات المسددة لغاية السنة 4 والقيمة الحالية للدفعات المتبقية بعد السنة 4 كما يلي:

$$A_4 = 300.000 \frac{(1,04)^4 - 1}{0,04} + 300.000 \frac{1 - (1,04)^{-(12-4)}}{0,04}$$

$$A_4 = 300.000 \frac{(1,04)^4 - 1}{0,04} + 300.000 \frac{1 - (1,04)^{-8}}{0,04}$$

$$A_4 = (300.000 \times 4,246464) + (300.000 \times 6,732744)$$

$$A_4 = 3.293.762,4 \text{ DA}$$

3.2. التقييم في التاريخ j حيث $j < 0$

نضع A_{-j} قيمة متتالية الدفعات في الزمن j.

يمكن تحديد قيمة A_{-j} كما يلي:

أ . انطلاقاً من صيغة القيمة الحالية:

http://www.onefd.edu.dz جميع الحقوق محفوظة ©

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

$$A_{-j} = A_0(1+i)^{-j}$$

$$A_{-j} = a\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}(1+i)^{-j}$$

ب . انطلاقاً من صيغة القيمة المكتسبة:

$$A_{-j} = A_n(1+i)^{-(n+j)}$$

$$A_{-j} = a\frac{(1+i)^n - 1}{i}(1+i)^{-n}(1+i)^{-j}$$

$$A_{-j} = a\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}(1+i)^{-j}$$

تقييم قرض التاجر عبد الغفور:

1. تقييم مبلغ القرض في تاريخ توقيع عقد القرض:

يتم تقييم الدفعات قبل تسديد أول دفعة بثلاث وحدات زمنية أي في التاريخ (-2)، يمكن حساب قيمة A_{-2} انطلاقاً من A_0 .

$$A_{-2} = A_0(1+i)^{-2}$$

$$A_{-2} = 30.000\frac{1-(1+0,1)^{-5}}{i}(1+0,1)^{-2}$$

$$A_{-2} = 93.986,45\ DA$$

2. تقييم قيمة القرض في 2005/07/01:

يتم التقييم في بداية الوحدة الزمنية الأولى لدفع أول دفعة.

http://www.onefd.edu.dz جميع الحقوق محفوظة ©

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

$$A_0 = a\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$$

$$A_0 = 30.000\frac{1-(1+0,1)^{-5}}{i}$$

$$A_0 = 113.723,61\ DA$$

3. تقييم قيمة القرض في 2010/07/01:

$$A_n = a\frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

$$A_n = 30.000\frac{(1+0,1)^5 - 1}{0,1}$$

$$A_n = 183.153,00\ DA$$

4. تقييم قيمة القرض في 2008/07/01:

- انطلاقًا من A_0 :

$$A_p = A_0(1+i)^p$$

$$A_3 = 113.723,61(1,1)^3$$

أو:

$$A_3 = 30.000\frac{1-(1,1)^{-5}}{0,04}(1,1)^3$$

$$A_3 = 151.366,13\ DA$$

- انطلاقًا من تحيين A_5 :

http://www.onefd.edu.dz جميع الحقوق محفوظة ©

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

$$A_p = A_n (1+i)^{-(n-p)}$$

$$A_3 = 183.153(1,04)^{-2} = 151366,13 \text{ DA}$$

أو:

$$A_3 = 30.000 \frac{(1,1)^5 - 1}{0,1} (1,1)^{-2}$$

$$A_3 = 151.366,13 \text{ DA}$$

أنشطة الإعلام الآلي :

يحتوي المجدول Excel على صيغ لدوال مالية ومنها الـ دالتين التاليتين لحساب القيمة الحالية **(VA)** والقيمة المكتسبة **(VC)** لمتتالية دفعات نهاية المدة (دفعات السداد).

إليك الجدول التالي:

عدد الدفعات (n)	الدفعة (a)	المعدل (i)	القيمة الحالية (VA)	القيمة المكتسبة (VC)
10	100.000	8%		
15	200.000	6%		
20	50.000	10%		
8	30.000	7%		
6	5.000	4%		

http://www.onefd.edu.dz جميع الحقوق محفوظة ©

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

العمل المطلوب:

أحسب للجدول كل من القيمة الحالية والقيمة المكتسبة باستخدام الصيغ المالية للمجدول Excel.

الحلول المقترحة لأنشطة الإعلام الآلي:

1. إعادة رسم الجدول السابق على ورقة المصنف.

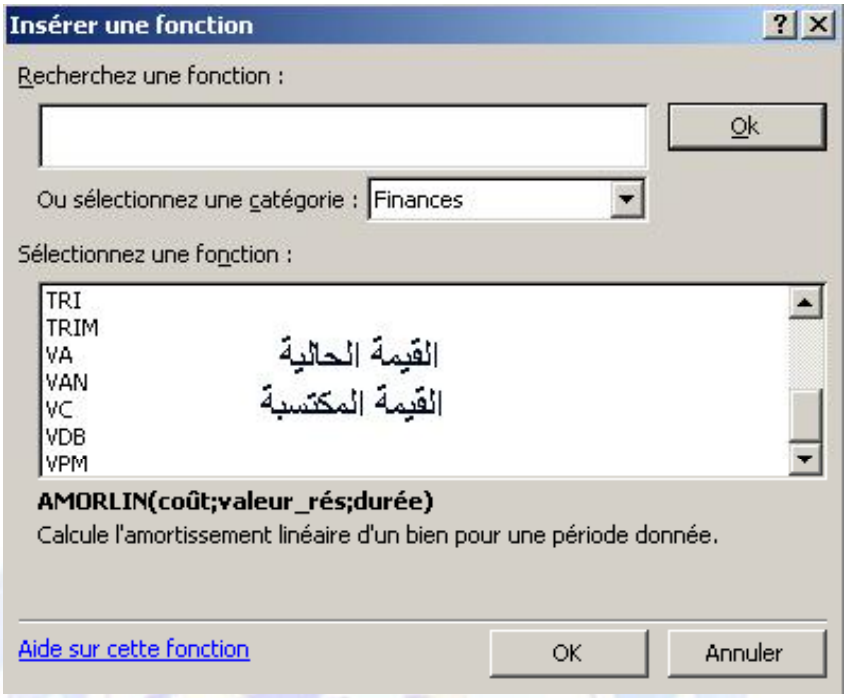
عدد الدفعات	الدفعة		القيمة الحالية	القيمة المكتسبة
n	a	المعدل (i)	va	vc
10	100.000	8%		
15	200.000	6%		
20	50.000	10%		
8	30.000	7%		
6	5.000	4%		

2. كتابة صيغة حساب القيمة الحالية(VA) في الخلية (D2) و نسخها على بقية الخلايا كما يلي:

أ . من شريط القوائم اختر قائمة إدراج (Insertion) ثم دالة (fonction)، ثم اختر من النافذة التي تظهر نوع الدوال مالية، و من الدوال المالية اختر الدالة (VA) كما هو مبين في الصورة التالية:

http://www.onefd.edu.dz جميع الحقوق محفوظة ©

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com



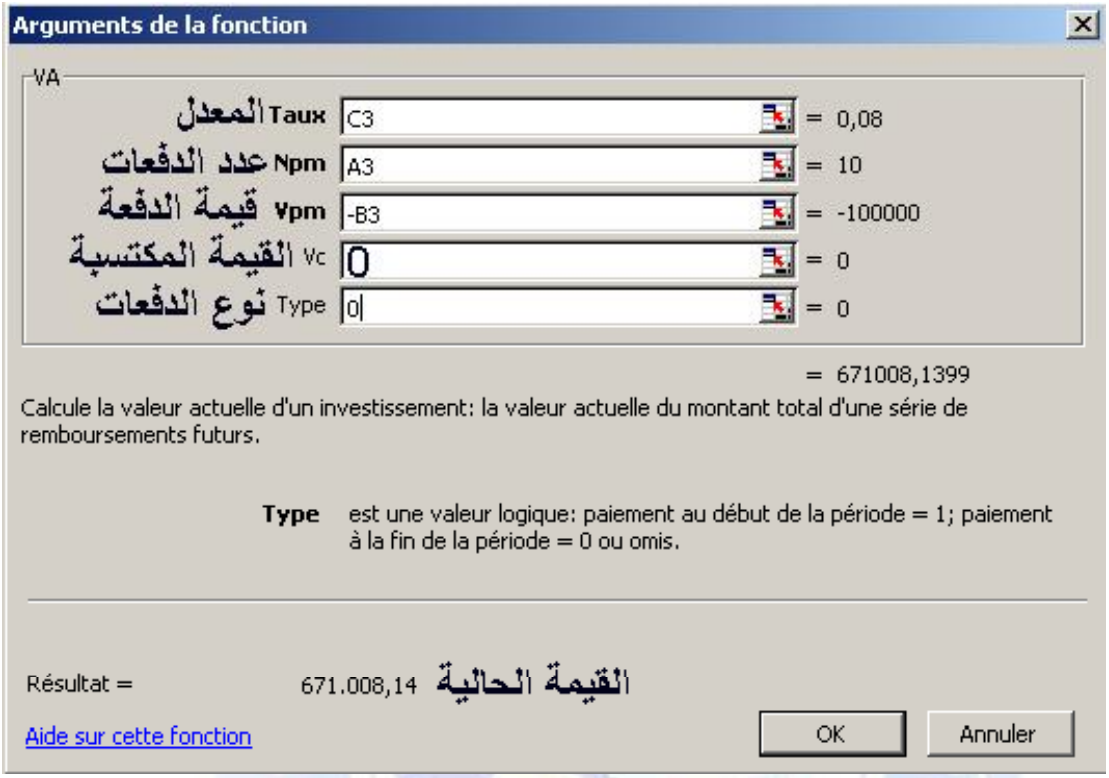
ب . في النافذ التي تظهر يطلب منك إدخ ال البياذ ات ف ي المربعات التي تعبر عن مختلف العناصر التي يتم بها حس اب القيمة الحالية وهي كالتالي:

Taux	المعدل
Npm	عدد الدفعات (n)
Vpm	مبلغ الدفعة (a) وتسبقها دوماً الإشارة السالبة (-)
VC	القيمة المكتسبة و نضعها تساوي الصفر (0)
Type	نضع القيمة (0) لدفعات نهاية المدة والقيمة (1) لدفعات بداية المدة

إدخال البيانات يكون كما هو مبين في الصورة التالية:

http://www.onefd.edu.dz
جميع الحقوق محفوظة ©

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

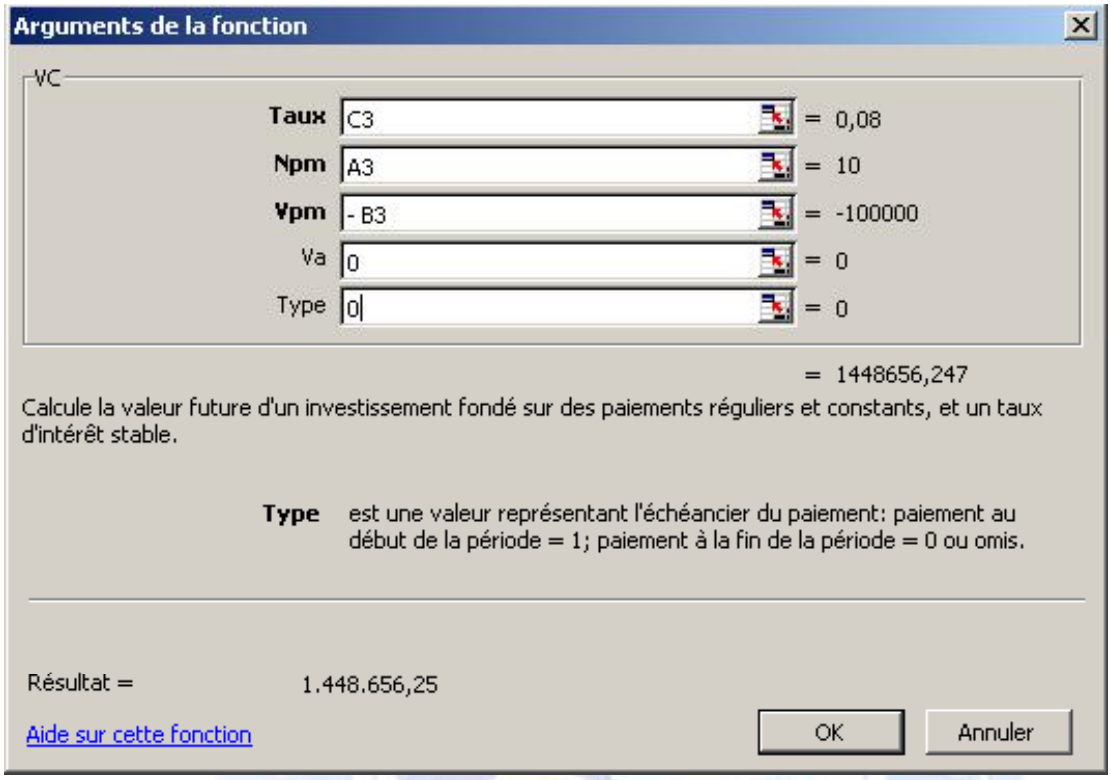


ج . . بعد كتابة صيغة (VA) في الخلية (D3) يتم نسخها إلى بقية الخلايا (D4 إلى D7).

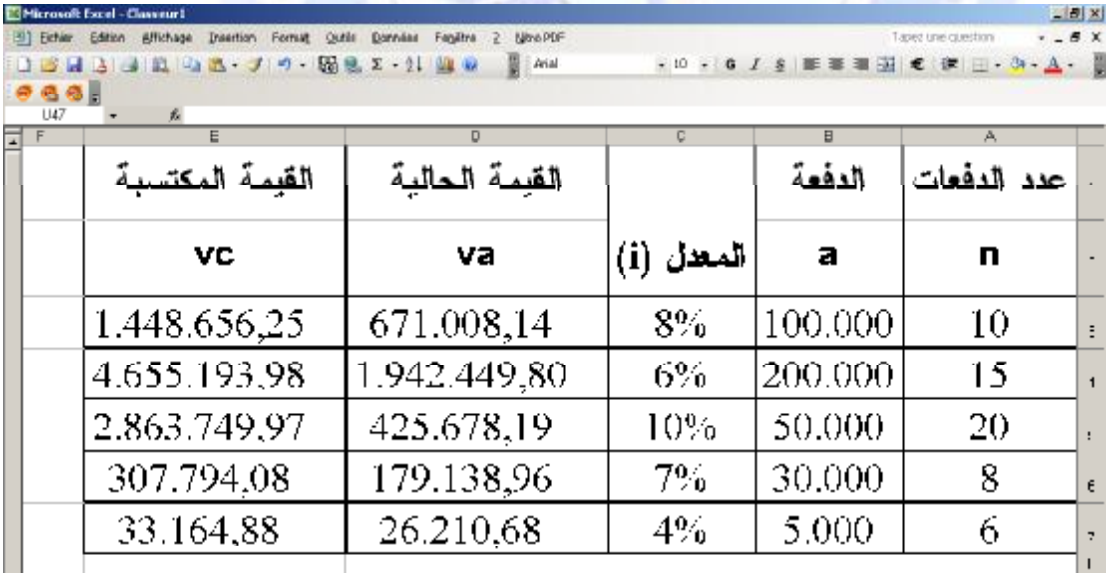
2. كتابة صيغة حساب القيمة المكتسبة في الخلية (E3) و نسخها على بقية الخلايا مع إتباع نفس الخطوات السابقة مع التنبيه إلى اختيار الدالة المالية (VC) و جعل قيمة (VA) معدومة في نافذة إدخال البيانات.

http://www.onefd.edu.dz
جميع الحقوق محفوظة ©

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com



3. الحل النهائي المقترح يظهر كما يلي:



القيمة المكتسبة	القيمة الحالية		الدفعة	عدد الدفعات
vc	va	المعدل (i)	a	n
1.448.656,25	671.008,14	8%	100.000	10
4.655.193,98	1.942.449,80	6%	200.000	15
2.863.749,97	425.678,19	10%	50.000	20
307.794,08	179.138,96	7%	30.000	8
33.164,88	26.210,68	4%	5.000	6

http://www.onefd.edu.dz
جميع الحقوق محفوظة ©

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

أسئلة التقويم الذاتي :

التمرين (1):

اقتنى شخص مسكناً من ديوان الترقية والتسيير العقاري، يُسدد على 20 دفعة سنوية ثابتة، تدفع الدفعة الأولى منها في نهاية السنة الأولى من توقيع العقد. فإذا كانت قيمة الدفعة الثابتة 180.000 دج وأن معدل الفائدة المركبة 5% سنويًا.

العمل المطلوب:

1. أحسب القيمة المكتسبة عند تسديد آخر دفعة.
2. أحسب قيمة المسكن عند التوقيع على عقد الشراء.

التمرين (2):

اقتنت مؤسسة " إعلاميات " تجهيزات للإعلام الآلي، حيث عرض عليها إمكانيات تسديد قيمتها بأحد العروض التالية:

- **العرض الأول:** تسديد مبلغ 485.000 دج فورًا.
- **العرض الثاني:** تسديد مبلغ 200.000 دج فورًا و6 دفعات ثابتة في نهاية كل سنة ابتداء من نهاية السنة الأولى قيمة الدفعة 60.000 دج.
- **العرض الثالث:** دفع مبلغ 520.000 دج في نهاية السنة الأولى من تاريخ اقتناء التجهيزات.

http://www.onefd.edu.dz جميع الحقوق محفوظة ©

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

- **العرض الرابع:** تسديد 4 دفعات سنوية ثابتة، تدفع الأولى في نهاية السنة الأولى قيمة الدفعة 150.000 دج.

العمل المطلوب: إذا كان المعدل المعتمد 5%، ما هو أفضل عرض تختاره المؤسسة ؟ برر إجابتك.

التمرين (3):

اقترضت مؤسسة 1.000.000 دج بتاريخ 2000/01/01. وقد اقترح عليها البنك ثلاثة طرق للتسديد:

. الطريقة (1): تسديد دفعة وحيدةً بعد 10 سنوات.

. الطريقة (2): التسديد بواسطة 5 دفعات ثابتة تستحق الأولى بتاريخ 2001/01/01.

. الطريقة (3): التسديد بواسطة 5 دفعات ثابتة تستحق كل دفعة منها بعد سنتين أي: الدفعة الأولى في 2002/01/01 والدفعة الثانية في 2004/01/01 .....الخ.

العمل المطلوب: بمعدل فائدة مركبة 7% سنوياً أحسب قيمة كل دفعة وفق الطرق الثلاث.

التمرين(4):

يرغب شخص في الحصول على تجهيزات بـ . (س دج) ، و له أن يختار من أحد الطرق التالية المقترحة للتسديد :

1. تسديد 3 دفعات قيمة كل دفعة 360.348,54 دج تدفع الدفعة الأولى منها في نهاية السنة الأولى.

http://www.onefd.edu.dz جميع الحقوق محفوظة ©

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

. بمعدل فائدة مركبة 4% سنويًا أحسب قيمة التجهيزات.(تقرب إلى الألف الأقرب).

2. التسديد في تاريخ الشراء مبلغ 580.000 دج وهذا المبلغ يمثل 58%

من قيمة التجهيزات والباقي يسدد بعد 3 سنوات بمبلغ 500.226,72 دج.

. ما هو معدل الفائدة المركبة المطبق.

3. التسديد بواسطة 6 سداسيات مبلغ 181.550 دج للسداسي، السداسية الأولى تدفع بعد 6 أشهر من تاريخ الشراء.

. بمعدل فائدة مركبة 8% سنوياً ما هي قيمة السداسيات في نهاية المدة.

التمرين(5):

اقتنى صاحب ورشة تجهيزات بمبلغ 943.018,02 دج و قد اتفق مع المورد على تسديد مبلغها كما يلي:

. 270.000 دج بعد سنتين من تاريخ الاقتناء (الشراء) والباقي على 6 دفعات ثابتة سنوية بمعدل فائدة مركبة 10% سنوياً ، تدفع الدفعة الأولى منها بعد 3 سنوات من تاريخ الشراء.

بعد دفع الدفعة 4 توقف هذا الشخص عن التسديد لمدة سنتين (2) وبعدها مباشرة اتفق من جديد مع المورد على الآتي:

. إما أن يدفع المبلغ المتبقي حالاً وبدفعة واحدة، وإما أن يدفع مبلغ قدرهُ: 603.817,6 دج بعد 4 سنوات مع تغيير معدل الفائدة.

http://www.onefd.edu.dz جميع الحقوق محفوظة ©

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

العمل المطلوب:

1. تحديد مقدار الدفعة الثابتة حسب الاتفاق الأول.(تقرب النتيجة)
2. تحديد المبلغ الذي يسدده دفعة واحدة حسب الاتفاق الثاني مع تحديد معدل الفائدة المركبة.

http://www.onefd.edu.dz جميع الحقوق محفوظة ©

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

أجوبة التقويم الذاتي :

حل التمرين (1):

1. حساب القيمة المكتسبة عند تسديد آخر دفعة:

$$A_n = a \times \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

$$A_{20} = 180.000 \times \frac{(1+0,05)^{20} - 1}{0,05}$$

$$A_{10} = 5.951.871,739 \text{ DA}$$

2. حساب قيمة المنزل عند توقيع عقد الشراء:

نقوم بحساب القيمة الحالية لمتتالية دفعات نهاية المدة:

$$A_0 = a \times \frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$$

$$A_0 = 180.000 \times \frac{1-(1,05)^{-20}}{0,05}$$

$$A_0 = 180.000 \times 12,4622103$$

$$A_0 = 2.243.197,862 \text{ DA}$$

أو نقوم بحساب القيمة الحالية للقيمة المكتسبة لمتتالية دفعات نهاية المدة:

http://www.onefd.edu.dz جميع الحقوق محفوظة ©

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

$$A_0 = A_{20}(1,05)^{-20}$$
$$A_0 = 5.951.871,739 \times 0,376889$$
$$A_0 = 2.243.197,862\ DA$$

حل التمرين (2):

تحديد أفضل عرض:

لتحديد أفضل عرض يتم حساب القيم الحالية لكل عرض في تاريخ الشراء، حيث يختار العرض الذي يحقق أقل قيمة حالية.

1. العرض الأول:

$$A_{0/1} = 485.000DA$$

2. العرض الثاني:

$$A_{0/2} = 200.000 + 60.000\left[\frac{1-(1,05)^{-6}}{0,05}\right]$$
$$A_{0/2} = 504.541,542\ DA$$

3. العرض الثالث:

$$A_{0/3} = 520.000(1,05)^{-1} = 495.238,09\ DA$$

4. العرض الرابع:

$$A_{0/4} = 150.000\left[\frac{1-(1,05)^{-4}}{0,05}\right]$$
$$A_{0/4} = 531.892,57DA$$

http://www.onefd.edu.dz جميع الحقوق محفوظة ©

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

تختار المؤسسة العرض الأول باعتبارها تدفع أقل مبلغ – بالقيمة الحالية– من بقية العروض الأخرى.

حل التمرين (3):

1. حساب قيمة الدفعة الوحيدة في الطريقة الأولى

$$A = a(1+i)^n$$

$$A = 1.000.000(1+0,07)^{10}$$

$$A = 1.000.000 \times 1,967151$$

$$A = 1.967.151 \text{ DA}$$

2. حساب قيمة الدفعة الثابتة في الطريقة الثانية

$$A_0 = a\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$$

$$a = A_0\frac{i}{1-(1+i)^{-n}}$$

$$a = 1.000.000 \times \frac{0,07}{1-(1,07)^{-5}}$$

$$a = 1.000.000 \times 0,24389$$

$$a = 243.890 \text{ DA}$$

3. حساب قيمة الدفعة الثابتة في الطريقة الثالثة

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

a a a a a

http://www.onefd.edu.dz جميع الحقوق محفوظة ©

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

$$A_0 = a(1+i)^{-2} + a(1+i)^{-4} + a(1+i)^{-6} + \\ + a(1+i)^{-8} + a(1+i)^{-10}$$

$$A_0 = a\left[\begin{matrix}(1+i)^{-2} + (1+i)^{-4} + (1+i)^{-6} + \\ +(1+i)^{-8} + (1+i)^{-10}\end{matrix}\right] .....(1)$$

نلاحظ أن المقدار بين المجالين عبارة عن متتالية هندسية حدها الأول $(1+i)^{-2}$ و أساسها $(1+i)^{-2}$ و عدد حدودها 5 ومنه حسب علاقة مجموع المتتالية الهندسية فإن:

$$A_0 = a\left[(1+i)^{-2} \times \frac{((1+i)^{-2})^{-5} - 1}{(1+i)^{-2} - 1}\right]$$

$$A_0 = a\left[(1+i)^{-2} \times \frac{(1+i)^{-10} - 1}{(1+i)^{-2} - 1}\right]$$

و منه بالتعويض نجد:

http://www.onefd.edu.dz جميع الحقوق محفوظة ©

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

$$A_0 = a \times \left[(1+i)^{-2} \times \frac{(1+i)^{-10} - 1}{(1+i)^{-2} - 1} \right]$$

$$1.000.000 = a \times \left[(1,07)^{-2} \times \frac{(1,07)^{-10} - 1}{(1,07)^{-2} - 1} \right]$$

$$1.000.000 = a \times 3,393034$$

$$a = \frac{1.000.000}{3,393034}$$

$$a = 294.721,48 \text{ DA}$$

ملاحظة: يمكن حساب قيمة الدفعة بالاعتماد على العلاقة (1) كما يلي:

$$A_0 = a \left[\begin{matrix} (1+i)^{-2} + (1+i)^{-4} + (1+i)^{-6} + \\ +(1+i)^{-8} + (1+i)^{-10} \end{matrix} \right]$$

$$1.000.000 = a \left[\begin{matrix} (1,07)^{-2} + (1,07)^{-4} + (1,07)^{-6} + \\ +(1,07)^{-8} + (1,07)^{-10} \end{matrix} \right]$$

$$1.000.000 = a \times 3,3930345608$$

$$a = \frac{1.000.000}{3,3930345608} = 294.721,43 \text{ DA}$$

حل التمرين (4):

1. حساب قيمة التجهيزات (س دج)

قيمة التجهيزات ما هي إلا القيمة الحالية لمتتالية الدفعات في الزمن (0):

http://www.onefd.edu.dz © جميع الحقوق محفوظة

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

$$A_0 = a\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$$

$$A_0 = 360.348,54\left[\frac{1-(1+0,04)^{-3}}{0,04}\right]$$

$$A_0 = 360.348,54\left[\frac{1-(1,04)^{-3}}{0,04}\right]$$

$$A_0 = 360.348,54 \times 2,775091$$

$$A_0 \square 1.000.000\ DA$$

2 . حساب معدل الفائدة المركبة المطبق:

المبلغ الباقي من التجهيزات : $1.000.000 - 580.000 = 420.000$

$$A = a(1+i)^n$$

$$5.00.226,72 = 420.000(1+i)^3$$

$$(1+i)^3 = \frac{5.00.226,72}{420.000}$$

$$(1+i)^3 = 1,191016$$

$$1+i=\sqrt[3]{1,191016}$$

$$i = (1,191016)^{\frac{1}{3}} - 1$$

$$i = 0,06$$

$$i = 6\%$$

3. القيمة المكتسبة لـ . 6 دفعات سداسية:

- المعدل السداسي المكافئ للمعدل السنوي 8%

http://www.onefd.edu.dz جميع الحقوق محفوظة

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

$$(1+i_a)=(1+i_s)^2$$

$$i_s=\sqrt{(1+i_a)}-1$$

$$i_s=\sqrt{1,08-1}=0,03923$$

$$i_s=3,923\%$$

- القيمة المكتسبة:

$$A_6=a\frac{(1+i_s)^n-1}{i_s}$$

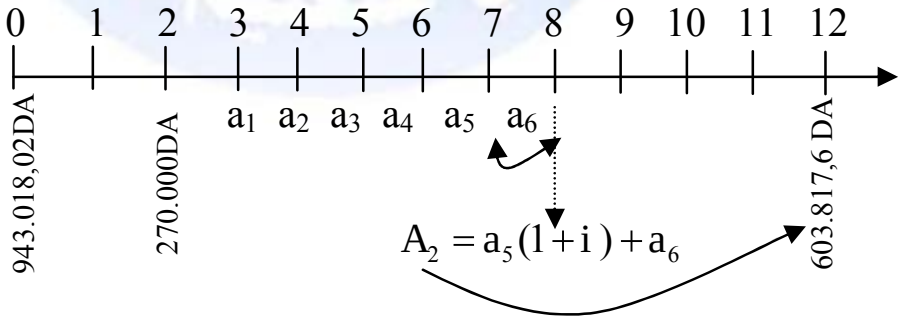
$$A_6=181.550\times\frac{(1+0,03923)^6-1}{0,03923}$$

$$A_6=181.550\times 6,620149$$

$$A_6=1.201.888,05\ DA$$

حل التمرين (5):

الاستعانة بالمحور الزمني:



http://www.onefd.edu.dz
جميع الحقوق محفوظة ©

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

1. تحديد مقدار الدفعة الثابتة حسب الاتفاق الأول:

$$A_0 = 270.000(1+i)^{-2} + a\left[\frac{1-(1+i)^{-6}}{i}(1+i)^{-2}\right]$$

$$943.018,02 = 270.000(1,1)^{-2} + a\left[\frac{1-(1,1)^{-6}}{0,1}(1,1)^{-2}\right]$$

$$943.018,02 = 223.140,5 + a(3,599389007)$$

$$a(3,599389007) = 719.877,52$$

$$a = \frac{719.877,52}{3,599389007} \approx 200.000DA$$

2. تحديد مبلغ الدفع الوحيد ومعدل الفائدة المركبة حسب الاتفاق الثاني:

أ . مبلغ الدفع الوحيد A_2 :

$$A_2 = a_5(1+i) + a_6$$

$$A_2 = 200.000(1,1) + 200.000$$

$$A_2 = 420.000DA$$

ب . معدل الفائدة المركبة الجديد i :

$$603.817,6 = 420.000(1+i)^4$$

$$(1+i)^4 = \frac{603.817,6}{420.000} = 1,4376609$$

$$(1+i)=(1,4376609)^{\frac{1}{4}}$$

$$i=1,095-1=0,095$$

$$i=9,5\%$$

http://www.onefd.edu.dz جميع الحقوق محفوظة ©

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com