السلسلة رقم 01



المتتاليات العددية

- المتتاليات الحسابية
- المتتاليات الهندسية
- المتتاليات التراجعية

التمرين رقم 01

(u_n) متتالية حسابية حيث $u_8 = 11$ و $u_{20} = 35$.

1) عين الأساس r و الحد الأول u_1 للمتتالية (u_n).

2) اكتب عبارة الحد العام u_n بدلالة n.

3) أوجد رتبة الحد الذي قيمته 69 .

4) احسب المجموع التالي:

$$S = u_8 + u_9 + \ldots + u_{37}$$

التمرين رقم 02

(u_n) متتالية حسابية أساسها $r = -2$ وتحقق العلاقة: $u_5 + u_6 + u_7 = -27$.

1) احسب u_6 .

2) بيّن أنّه من أجل كل $n \in \mathbb{N}$: $u_n = 3 - 2n$ ، ثمّ استنتج اتجاه تغير (u_n).

3) بيّن أنّ العدد -2021 حدّ من حدود المتتالية (u_n) ، عيّن رتبته.

4) احسب بدلالة n المجموع S_n حيث:

$$S_n = u_1 + u_2 + \ldots + u_n$$

5) عيّن قيمة العدد الطبيعي n حتى يكون: $S_n = -15$.

التمرين رقم 03

(u_n) متتالية حسابية حدها الأول u_1.

1) احسب u_2 علما أنّ: $u_1 + u_3 = 8$.

2) احسب u_4 علما أنّ: $u_3 + u_4 + u_5 = 30$.

3) عيّن أساس المتتالية (u_n) وحدّها الأول u_1.

4) عبّر عن u_n بدلالة n، ثمّ جد قيمة n التي تحقق: $u_n = 58$.

5) أحسب بدلالة n المجموع الآتي:

$$S_n = u_2 + u_3 + \ldots + u_{n+1}$$

التمرين رقم 04

(u_n) متتالية حسابية حدّها الأوّل u_0 و أساسها $r = 3$ حيث: $u_0 + u_1 + u_2 + u_3 = 26$.

1) احسب u_0.

2) تحقق أنّه لكل عدد طبيعي n: $u_n = 3n + 2$.

3) عيّن العدد الطبيعي n بحيث :

$$u_{n+1} + u_n - 3n = 2020$$

4) أ- احسب المجموع S_n بدلالة n حيث:

$$S_n = u_0 + u_1 + \ldots + u_n$$

ب- أوجد قيمة العدد الطبيعي n الذي يحقق:

$$S_n = 57$$

5) استنتج حساب المجموع $S'_n = v_0 + v_1 + \ldots + v_n$ حيث (v_n) هي المتتالية المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ:

$$v_n = 2u_n + 1$$

التمرين رقم 05

(u_n) متتالية حسابية معرفة على $\mathbb{N}$ بحدها الأول $u_0 = 2$ و $u_3 + u_5 = 28$.

1) عيّن الأساس r للمتتالية (u_n).
2) اكتب u_n بدلالة n، ثمّ احسب الحد السابع .
3) عيّن العدد الطبيعي n حتى يكون: $u_n = 2018$.
4) احسب بدلالة n المجموع
$S_n = u_0 + u_1 + ... + u_n$ ، ثمّ استنتج قيمة المجموع
$A = 20 + 23 + ... + 2018$.

التمرين رقم 06

(u_n) متتالية حسابية معرفة على $\mathbb{N}$ حيث:
$u_2 + u_4 = 26$ و $u_3 \times u_7 = 325$.
1) احسب u_3 و u_7، ثمّ بيّن أنّ: $r = 3$.
2) احسب u_0، ثمّ اكتب بدلالة n عبارة الحد العام u_n.
3) بيّن أنّ 1954 حدّ من حدود (u_n) ، عيّن رتبته.
4) احسب بدلالة n المجموع:
$S_n = u_0 + u_1 + ... + u_n$
5) أوجد العدد الطبيعي n الذي يحقّق: $S_n = 34$.

التمرين رقم 07

(u_n) متتالية حسابية متناقصة حدّها الأوّل $u_0 = -7$
وأساسها r يحقّق المعادلة $r^2 + r - 2 = 0$.
1) أوجد قيمة الأساس r.
2) عبّر عن u_n بدلالة n.
3) بيّن أنّ العدد -2019 حدّ من حدود المتتالية (u_n)، ما هي رتبته ؟
4) احسب المجموع $S = u_0 + u_1 + ... + u_{1006}$.
5) لتكن (v_n) المتتالية المعرفة على $\mathbb{N}$ بـــ:
$v_n = u_n - 4$
➢ احسب بدلالة n المجموع T_n حيث:
$T_n = v_0 + v_1 + ... + v_n$

التمرين رقم 08

(w_n) متتالية حسابية حدّها الأوّل w_1 وأساسها r.
1) عيّن w_1 و r علما أنّ:
$$\begin{cases} w_1 + w_2 + w_3 = 24 \\ w_4 + w_5 + w_6 + w_7 = 74 \end{cases}$$
2) اكتب w_n بدلالة n، ثمّ عيّن أصغر عدد طبيعي n يحقّق $w_n > 6023$.
3) نضع من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n:
$S_n = w_1 + w_2 + ... + w_n$
أ- بيّن أنّ: $2S_n = n(3n + 7)$.
ب- جد قيمة n حتى يكون $S_n = 153$.

التمرين رقم 09

(u_n) متتالية حسابية معرفة على $\mathbb{N}$ حيث:
$u_1 = 2$ و $u_3 - 2u_6 - 22 = 0$.
1) احسب الأساس r للمتتالية (u_n).
2) أثبت أنّه من أجل كل n من $\mathbb{N}$: $u_n = 5 - 3n$.
3) اكتب بدلالة n المجموع التالي:
$S_n = u_0 + u_1 + ... + u_n$
4) أ- عبّر بدلالة n عن الحدّ u_{n+1} ، ثمّ تحقّق أنّه
لكل n من $\mathbb{N}$: $\frac{u_{n+1}}{n+1} = -3 + \frac{5}{n+1}$.
ب- عيّن الأعداد الطبيعية n التي من أجلها يكون
$\frac{u_{n+1}}{n+1}$ عددا صحيحا.

التمرين رقم 10

(u_n) متتالية حسابية متزايدة أساسها r وحدّها الأول u_0 حيث $u_2 = 7$.
1) اكتب بدلالة r و u_0 كلا من الحدود u_1، u_3 و u_4.
2) احسب بدلالة r و u_0 الجداءين $A = u_1 \times u_3$ و $B = u_0 \times u_4$.

3) أوجد r علماً أنّ : $A-B=27$.

4) نفرض الآن أنّ: $r=3$.

أ- احسب u_0، ثمّ اكتب u_n بدلالة n.

ب- هل 2020 حدّ من حدود المتتالية (u_n) ؟

5) لتكن (v_n) المتتالية المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ :

$$v_n=2^{3n+1}$$

أ- بيّن أنّ (v_n) متتالية هندسية أساسها $q=8$ يطلب تعيين حدّها الأول v_0.

ب- عبّر عن v_n بدلالة n.

ج- أثبت أنّ العدد 1024 حدّ من حدود (v_n)، ما هي رتبته ؟ (نعطى $8^3=512$)

د- احسب بدلالة n المجموع التالي:

$$S_n=v_0+v_1+...+v_n$$

التمرين رقم 11

(u_n) متتالية حسابية معرّفة على $\mathbb{N}^*$ أساسها r حيث $u_2=2$ و $u_1-u_3+5=0$.

1) بيّن أنّ $u_1-u_3=4$، ثمّ احسب الحدّ الأول u_1.

2) استنتج أنّ: $r=\frac{5}{2}$، ثمّ اكتب u_n بدلالة n.

3) عيّن أكبر عدد طبيعي $n\in\mathbb{N}^*$ يحقّق $u_n<2021$.

4) احسب المجموع $S_n=u_1+u_2+...+u_n$ بدلالة n، من أجل أي قيمة لـ n يكون $S_n=\frac{45}{2}$ ؟

5) لتكن (w_n) المتتالية المعرّفة على $\mathbb{N}^*$ بـــ:

$$w_n=-2u_n+3$$

أ- عيّن اتجاه تغيّر المتتالية (w_n).

ب- احسب بدلالة n المجموع S_n' حيث:

$$S_n'=w_1+w_2+...+w_n$$

التمرين رقم 12

(u_n) متتالية حسابية معرفة على $\mathbb{N}$ حيث:

$u_0=2$ و $u_0+5u_1+5u_3=102$.

1) نحقّق أنّ: $u_1+u_3=20$، ثمّ استنتج u_2.

2) أثبت أنّ أساس المتتالية (u_n) هو $r=4$.

3) عبّر عن u_n بدلالة n.

4) بيّن أنّ 2018 حد من حدود (u_n)، حدّد رتبته.

5) احسب قيمة المجموع التالي:

$$S=38+42+46+...+2018$$

6) أ- اكتب الحد u_{n+1} بدلالة n، ثمّ تحقّق أنّه لكل $n\in\mathbb{N}$:

$$\frac{u_{n+1}}{n+1}=4+\frac{2}{n+1}$$.

ب- عيّن الأعداد الطبيعية n التي من أجلها يكون $\frac{u_{n+1}}{n+1}$ عددا طبيعيا.

التمرين رقم 13

(v_n) متتالية هندسية معرّفة بحدّها الأول $v_0=5$ وأساسها $q=2$.

1) اكتب عبارة الحد العام v_n ثمّ احسب الحد السابع.

2) اكتب الفرق $v_{n+1}-v_n$ بدلالة n، ثمّ استنتج اتجاه تغير المتتالية (v_n).

3) جد رتبة الحد من (v_n) الذي قيمته 160.

4) اكتب بدلالة n المجموع التالي:

$$S_n=v_0+v_1+...+v_n$$

التمرين رقم 14

(v_n) متتالية هندسية ذات حدود موجبة حيث:

$v_0=6$ و $v_2=54$.

1) بيّن أنّ أساسها $q=3$ ، ثمّ اكتب v_n بدلالة n.

2) بيّن أنّ المتتالية (v_n) متزايدة على $\mathbb{N}$.

education-onec-dz.blogspot.com

3) أ- عبّر بدلالة n عن المجموع T_n حيث:

$$T_n = v_0 + v_1 + \ldots + v_{n-1}$$

ب- عيّن قيمة العدد الطبيعي n الذي يحقّق:

$T_n = 78$. (نعطى $3^3 = 27$)

التمرين رقم 15

(u_n) متتالية هندسية معرفة على $\mathbb{N}^*$ أساسها q وحدودها موجبة حيث: $u_3 = 128$ و $u_5 = 2048$.

1) بيّن أنّ $q = 4$ و $u_1 = 8$.

2) اكتب u_n بدلالة n، ثم احسب الحدّ السابع.

3) احسب بدلالة n المجموع التالي:

$$S_n = u_1 + u_2 + \ldots + u_n$$

4) استنتج قيمة المجموع A حيث:

$$A = 8 + 32 + 128 + \ldots + 32768$$

التمرين رقم 16

عيّن الاقتراح الصحيح في كل حالة ممّا يلي مع التبرير.

❶ الأعداد $\frac{1}{4}$ ، $\frac{1}{2}$ و $\frac{3}{2}$ بهذا الترتيب تمثل حدودا متعاقبة من متتالية:	أ- حسابية ب- هندسية ج- لا حسابية ولا هندسية
❷ إذا كانت (v_n) متتالية ثابتة حيث $v_1 = \alpha$ مع $\alpha \neq 0$ فإن المجموع $S = v_1 + v_2 + \ldots + v_{100}$ يساوي:	أ- $S = \frac{1-\alpha^{100}}{1-\alpha}$ ب- $S = 100\alpha$ ج- $S = \alpha + 100$
❸ المتتالية الهندسية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بالعبارة $u_n = 5 \times (-3)^n$ هي:	أ- متزايدة ب- متناقصة ج- ليست رتيبة

التمرين رقم 17

(u_n) متتالية هندسية موجبة ومتزايدة حيث :

$$\begin{cases} u_0 \times u_1 \times u_2 = 8 \\ u_0 + u_2 = 5 \end{cases}$$

1) عيّن u_1 ثم الأساس q .

2) أكتب عبارة الحد العام u_n.

3) احسب بدلالة n المجموع حيث:

$$S_n = u_0 + u_1 + \ldots + u_n$$

4) جد قيمة n حتى يكون $S_n = 63$.

التمرين رقم 18

(u_n) متتالية معرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $\begin{cases} u_0 = 5 \\ u_{n+1} = 3u_n + 1 \end{cases}$.

1) احسب كلا من الحدود u_1، u_2 و u_3.

2) من أجل كل عدد طبيعي n نضع: $v_n = u_n + \frac{1}{2}$.

أ- بيّن أنّ (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدّها الأول.

ب- اكتب عبارة الحد العام v_n ، ثم استنتج u_n بدلالة n.

ج- احسب بدلالة n المجموع S_n حيث $S_n = v_0 + v_1 + \ldots + v_n$، ثمّ استنتج المجموع $S_n' = u_0 + u_1 + \ldots + u_n$.

التمرين رقم 19

I. (u_n) متتالية معرفة بحدّها الأول $u_0 = 4$ ومن أجل كل عدد طبيعي n: $u_{n+1} = 2u_n - 3$.

- احسب كلا من الحدود u_1، u_2 و u_3.

II. لكل $n \in \mathbb{N}$ نضع: $v_n = u_n - 3$.

education-onec-dz.blogspot.com

1) بيّن أنّ (v_n) متتالية هندسية أساسها $q=2$ يطلب تعيين حدّها الأول.

2) اكتب عبارتي v_n و u_n بدلالة n.

3) احسب بدلالة n المجموع S_n حيث $S_n = v_0 + v_1 + \ldots + v_n$، ثمّ استنتج المجموع S_n' حيث $S_n' = u_0 + u_1 + \ldots + u_n$.

4) علما أنّ $2^{12} = 4096$، عيّن العدد الطبيعي n الذي يحقّق: $S_n + 1 = 4096$.

التمرين رقم 20

(u_n) متتالية معرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $\begin{cases} u_0 = -3 \\ u_{n+1} = -2u_n + 6 \end{cases}$.

(v_n) متتالية معرفة على $\mathbb{N}$ بـــ: $v_n = u_n - 2$.

1) احسب u_1، u_2 و u_3.

2) أثبت أنّ (v_n) متتالية هندسية أساسها $q=-2$.

3) عبّر عن v_n بدلالة n، ثم استنتج أنّ: $u_n = 2 - 5(-2)^n$

4) احسب بدلالة n المجموعين التاليين: $S_n = v_0 + v_1 + \ldots + v_n$ و $T_n = u_0 + u_1 + \ldots + u_n$.

التمرين رقم 21

(u_n) متتالية معرفة على $\mathbb{N}^*$ بـ: $\begin{cases} u_1 = 7 \\ u_{n+1} = 2u_n + 1 \end{cases}$.

(w_n) متتالية معرفة على $\mathbb{N}^*$ بـــ: $w_n = u_n + 1$.

1) احسب الحدود u_2، u_3 و u_4.

2) بيّن أنّ (w_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها q وحدّها الأول w_1.

3) اكتب w_n بدلالة n، ثم استنتج u_n بدلالة n.

4) ادرس إشارة الفرق $w_{n+1} - w_n$، ثمّ استنتج اتجاه تغير المتتالية (w_n)

5) احسب بدلالة n المجموعين التاليين:

$S_n = w_1 + w_2 + \ldots + w_{n-1}$

$T_n = u_1 + u_2 + \ldots + u_{n-1}$

6) عيّن قيمة n التي تحقّق: $S_n + w_n = 1016$.

التمرين رقم 22

- (u_n) متتالية حسابية متزايدة حدّها الأول $u_0 = 1$ وتحقّق العلاقة: $u_2 + u_5 + u_9 = 35$.
- (v_n) متتالية هندسية موجبة أساسها $q=5$ حيث: $v_1 \times v_3 = 2500$.
- (w_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $w_n = 1 + 2n - 2\times 5^n$

• عيّن الاقتراح الصحيح في كل حالة ممّا يلي.

1) أساس المتتالية (u_n) هو:

أ- $r=3$ ب- $r=-3$ ج- $r=2$

2) 2017 هو الحد من (u_n) الذي رتبته هي:

أ- 2017 ب- 1008 ج- 1009

3) قيمة الحد v_2 هي:

أ- $v_2 = 50$ ب- $v_2 = -5$ ج- $v_2 = 25$

4) عبارة الحدّ العام v_n هي:

أ- $v_n = 2 + 5^n$ ب- $v_n = 2\times 5^n$ ج- $v_n = -2\times 5^n$

5) المجموع $S_n = w_0 + w_1 + \ldots + w_n$ يساوي:

أ- $S_n = (n+1)^2 - \dfrac{5^{n+1}-1}{2}$

ب- $S_n = \dfrac{n+1}{2} + 2\times 5^{n+1}$

ج- $S_n = \dfrac{5^{n+1}-1}{2} - n^2 + 1$



"...All you need is to believe in your self..."