EJERCICIOS DE ELECTROMAGNETISMO

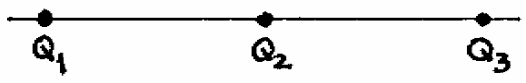
Pruebas y Exámenes
1991 – 2002

Prof. Manuel Aguirre A.

ENUNCIADOS

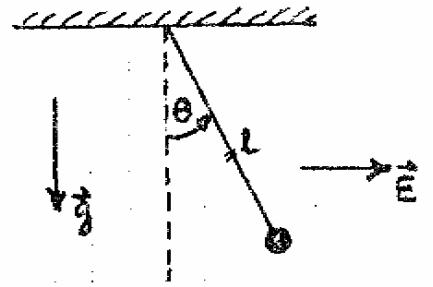
E 1.0. FUERZA ENTRE CARGAS PUNTUALES Y CAMPO ELÉCTRICO

E 1.0.01. Tres cargas puntuales, $Q_1>0$, $Q_2<0$ y $Q_3>0$, se encuentran sobre una recta, equidistantes entre si (ver figura). Si $|Q_2| = Q_1$, calcule Q_3 de modo que Q_1 se encuentre en equilibrio. **{1992/2}**



E 1.0.02. (a) Construya <u>una</u> distribución de tres cargas puntuales, de manera que una de ellas se encuentre en equilibrio electrostático, estando las otras dos fijas. Respalde su respuesta con un diagrama y cálculos. **(b)** Analice la posibilidad de que dos de tres cargas puntuales estén en equilibrio electrostático, manteniendo la otra fija. **{1994/2}**

E 1.0.03. Una esferita plástica se carga con carga de valor absoluto Q y se cuelga de un hilo aislante de longitud l, en una región donde existe un campo eléctrico uniforme de intensidad **E** (ver figura). Calcule su masa m, si permanece en equilibrio en un ángulo θ entre la vertical y el hilo. **{1993/1}**



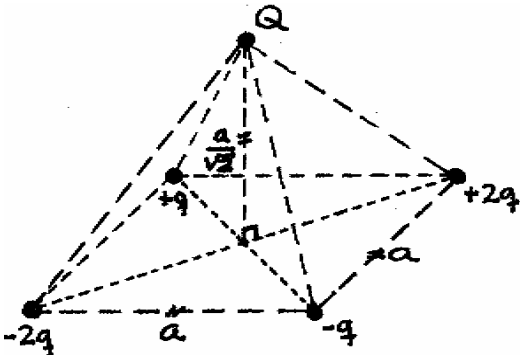
E 1.0.04. En los vértices opuestos de un cuadrado se ubican cargas puntuales Q. En los otros dos vértices se encuentran cargas puntuales q. ¿Qué relación debe existir entre Q y q para que la fuerza eléctrica resultante sobre Q sea nula? **{1993/1}**

E 1.0.05. Tres vértices de un cuadrado de 20 [cm] de lado están ocupados por cargas puntuales de Q [C]. Encuentre la magnitud de la fuerza que ejercen sobre una carga de $2Q$ [C] ubicada en el centro. **{1992/2}**

E 1.0.06. Considere las siguientes cargas puntuales, ubicadas en los puntos del plano XY que se indican: $+q$ en $(-a,0)$, $-q$ en $(a,0)$ y $+q$ en $(-a,-a)$, donde $q>0$ [C] y $a>0$ [m]. Determine las coordenadas (x,y) del punto donde debe ubicarse otra carga $+q$, para que una carga puntual q_0 [C] permanezca en equilibrio en el punto $(0,-a)$. **{1991/1}**

E 1.0.07. Tres cargas puntuales idénticas, cada una de q [C], se localizan sobre los vértices de un triángulo isósceles, con su altura orientada "verticalmente". La base del triángulo es de 6.0 [cm] y su altura es de 4.0 [cm]. **(a)** Si la fuerza eléctrica resultante sobre la carga ubicada en el vértice superior tiene una magnitud de 0.5 [N], determine el valor de q. **(b)** Si la carga del vértice inferior izquierdo se reemplaza por una carga de $-q$ [C], determine la magnitud y dirección de la fuerza resultante sobre la carga del vértice superior del triangulo. (Haga un dibujo, explique bien y recuerde que $1/4\pi\varepsilon_0 = 9.0 \cdot 10^9$ [Nm^2/C^2]). **{1997/2}**

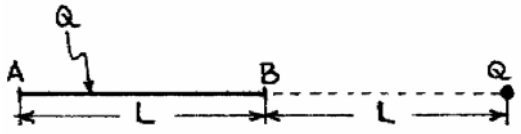
E 1.0.08. Considere las cargas puntuales $+q$ [C], $-q$, $+2q$ y $-2q$ ($q>0$), ubicadas en los vértices de un cuadrado de lado a [m], como se ve en la figura. Obtenga la magnitud de la fuerza que ejercen sobre una carga puntual de $Q>0$ [C], ubicada sobre su eje a una distancia $a/\sqrt{2}$ [m] de su centro. **{1994/1}**



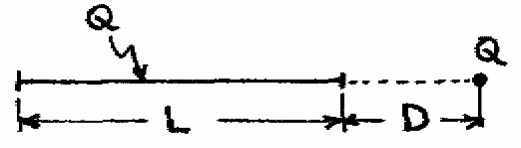
E 1.1. EL CAMPO ELÉCTRICO DE DISTRIBUCIONES LINEALES

E 1.1.01. Considere dos cargas puntuales iguales, de q [C] cada una, separadas por una distancia de $2L$ [m]. Se trata de ubicar un alambre rectilíneo de longitud L [m], uniformemente cargado, de manera que ambas cargas queden en equilibrio electrostático. Ud. debe encontrar cómo colocar el alambre y qué carga total (¿signo?) debe tener. Explique con claridad lo que hace. **{1996/1}**

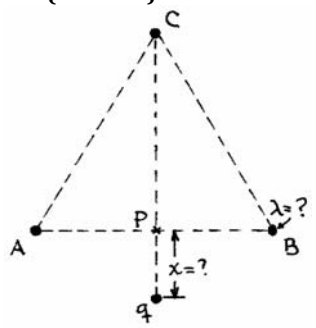
E 1.1.02. El alambre rectilíneo AB de longitud L [m] que muestra la figura, está uniformemente cargado con una carga total $Q>0$ [C]. Colineal con él, a una distancia L [m] del extremo B, se ubica una carga puntual del mismo valor Q. Encuentre un punto donde el campo eléctrico sea nulo. **{2000/1}**



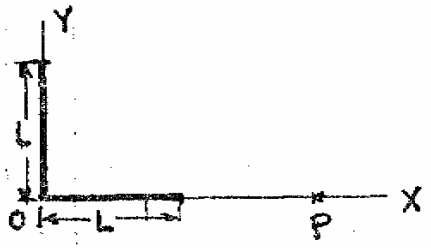
E 1.1.03. Una carga puntual Q [C] está a una distancia D [m] de un extremo de un alambre rectilíneo de longitud L [m], uniformemente cargado con igual carga Q, como muestra la figura). **(a)** ¿Qué % de error se cometería al calcular la fuerza ejercida por el alambre sobre la carga puntual, reemplazando éste por una carga puntual Q ubicada en su centro? Interprete. **(b)** Deduzca una expresión que permita determinar cómo distribuir la carga Q sobre el alambre, de manera de no cometer error al hacer lo anterior. Explique. **{1998/2}**



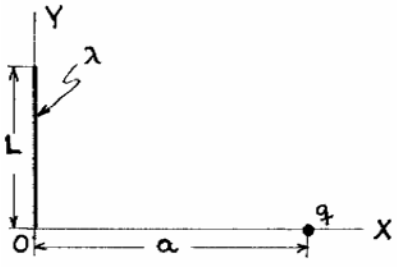
E 1.1.04. Tres alambres rectilíneos muy largos y paralelos entre si, uniformemente cargados, pasan por los vértices de un triángulo equilátero de lado L [m], perpendicularmente al plano del triángulo (ver figura). Las densidades de carga de los alambres que pasan por los puntos A y C son $\lambda_A>0$ [C/m] y $\lambda_C>0$ [C/m], respectivamente. Determine la distancia x a la que debe ubicarse una carga puntual $q>0$ [C] y la densidad λ del alambre que pasa por el vértice B, para que el campo eléctrico sea nulo en P. **{1997/1}**



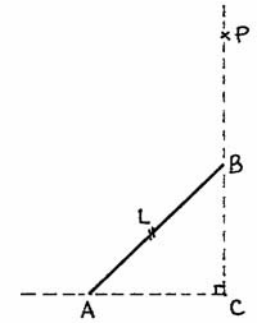
E 1.1.05. La figura muestra una distribución uniforme de carga en forma de "L", la cual tiene una carga total $Q>0$ [C]. Calcule la magnitud y dirección de la intensidad de campo eléctrico que produce en el punto P = $(2L,0)$ [m] de la figura. **{1993/1}**



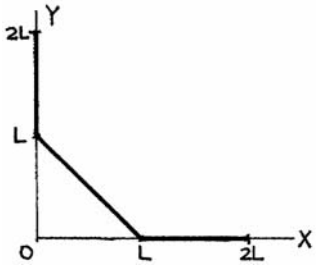
E 1.1.06. El alambre de longitud L [m] que muestra la figura está cargado con una densidad $\lambda = Ay^2$ [C/m], en que A es una constante positiva. **(a)** ¿Cuál es la carga total del alambre? **(b)** Encuentre la magnitud y dirección de la fuerza que ejerce sobre una carga puntual $q>0$ [C] ubicada en el punto $(a,0)$ [m] de la figura. **{1993/2}**



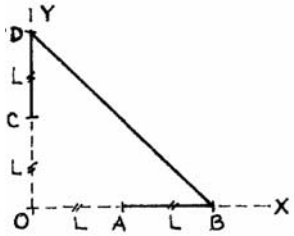
E 1.1.07. Sobre el alambre de longitud L [m] que se muestra en la figura se reparte una carga Q [C], con una densidad que es directamente proporcional al cuadrado de la distancia a su punto medio. **(a)** Calcule la constante de proporcionalidad, indicando sus unidades. **(b)** Calcule el campo eléctrico que produce en el punto P, si $\overline{AC} = \overline{CB} = \overline{BP}$. Sólo plantee las integrales, no las evalúe. **{1998/1}**



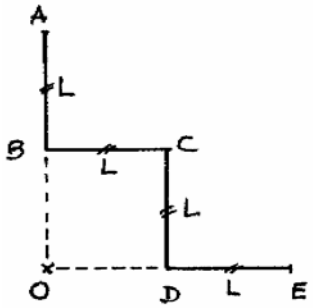
E 1.1.08. Una carga $Q>0$ [C] se distribuye uniformemente sobre el alambre que muestra la figura. Encuentre la magnitud y dirección del campo eléctrico que produce en el origen O de coordenadas. (Justifique sus cálculos acompañando dibujos aclaratorios). **{1994/1}**



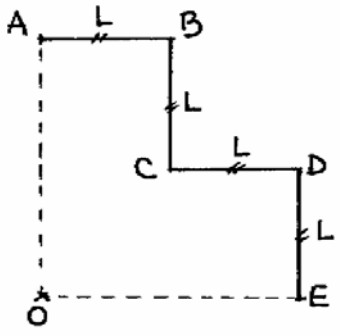
E 1.1.09. Sobre cada uno de los alambres AB y CD de la figura, de longitud L [m], se distribuye uniformemente una carga total Q [C]. ¿Qué cantidad de carga debe repartirse, también uniformemente, sobre el alambre BD, para que una carga puntual ubicada en el origen O permanezca en equilibrio? **{1995/2}**



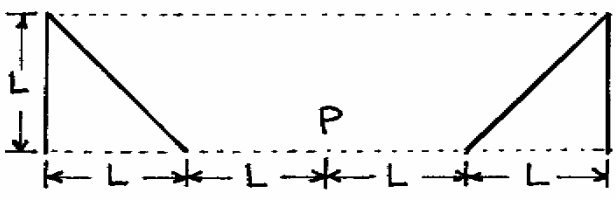
E 1.1.10. Una carga total $Q<0$ [C] se distribuye uniformemente entre los cuatro alambres rectilíneos de longitud L [m] que muestra la figura. Se sabe que ODE⊥OBA, BC//DE y AB//CD. Encuentre la magnitud y dirección del campo eléctrico en el punto O. **{2000/2}**



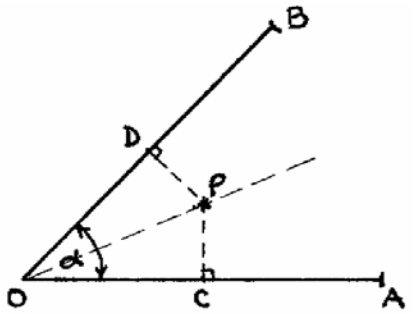
E 1.1.11. Una carga total $Q<0$ [C] se distribuye uniformemente entre los cuatro alambres rectilíneos de longitud L [m] que muestra la figura. Se sabe que OA⊥OE, AB//CD//OE y BC//DE//OA. Calcule la magnitud y dirección del campo eléctrico en el punto O. **{2000/2}**



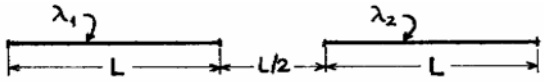
E 1.1.12. Los alambres rectilíneos que muestra la figura están uniformemente cargados con una densidad λ [C/m]. Deduzca la dirección del campo eléctrico que producen en el punto P y exprese su magnitud en forma simple en términos de componentes. (No haga cálculos innecesarios y... ¡no olvide indicar las coordenadas!). **{2002/2}**



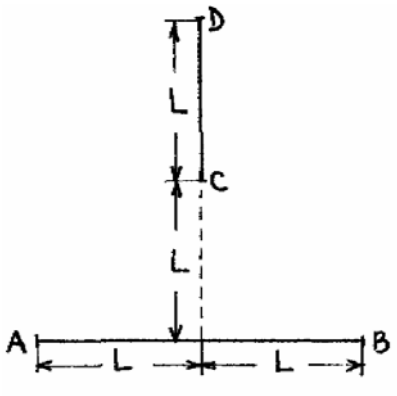
E 1.1.13. Una carga Q [C] se distribuye uniformemente sobre el alambre que muestra la figura, constituido por los trazos $\overline{OA} = L$ [m] y $\overline{OB} = L$ [m], los que forman un ángulo α. Encuentre la magnitud y dirección del campo eléctrico en el punto P ubicado sobre la bisectriz de α, tal que C es el punto medio de OA y D el punto medio de OB. **{1992/2}**



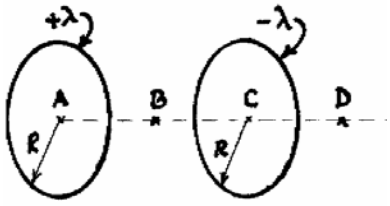
E 1.1.14. La figura muestra dos alambres rectilíneos de longitud L [m], a una distancia $L/2$ [m], uniformemente cargados con densidades λ_1 [C/m] y λ_2 [C/m]. Determine la fuerza entre ellos. **{1991/1}**



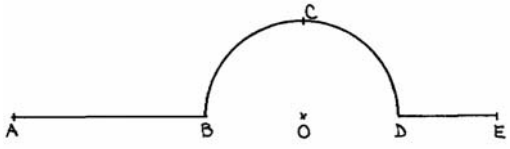
E 1.1.15. En la figura, el alambre AB tiene longitud $2L$ [m] y es perpendicular al alambre CD, de longitud L [m]. Cada uno de ellos tiene la misma carga Q [C], distribuida uniformemente. Calcule la magnitud y dirección de la fuerza que uno de ellos ejerce sobre el otro. **{1999/2}**



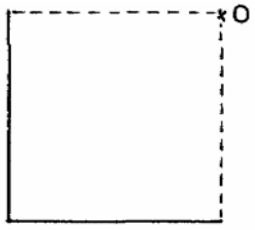
E 1.1.16. Los dos anillos circulares coaxiales de radio R [m] que muestra la figura están uniformemente cargados con densidades $\lambda>0$ [C/m] y $-\lambda$, respectivamente, según se indica. Calcule la magnitud y dirección del campo eléctrico en los puntos A, B, C y D, sabiendo que $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = R$ [m]. **{1992/1}**



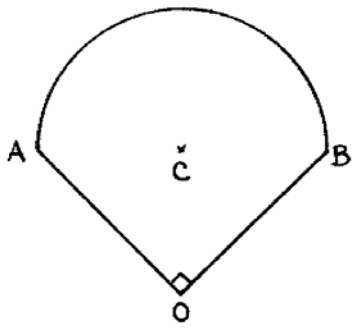
E 1.1.17. El alambre de la figura está formado por una parte semicircular BCD, de radio R [m], y por dos rectilíneas de longitudes $\overline{AB} = 2R$ [m] y $\overline{DE} = R$ [m]. Los arcos BC y CD están uniformemente cargados con cargas $Q>0$ [C] y $-Q$ [C], respectivamente, mientras que sobre AB también se distribuye uniformemente una carga Q. ¿Qué cantidad de carga debe repartirse con densidad constante sobre el trazo DE, para que el campo eléctrico sea nulo en el centro O. (Explique con claridad y use $\pi = 3$). **{1997/2}**



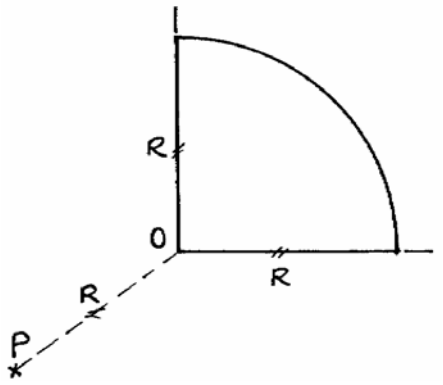
E 1.1.18. Una carga total Q [C] se distribuye uniformemente sobre dos alambres rectilíneos de longitud L [m], perpendiculares entre si, como muestra la figura. Ubique un alambre uniformemente cargado, en forma de arco de circunferencia con centro en el vértice O, de manera que el campo eléctrico total en este punto sea nulo. Halle la carga total (incluyendo signo) que debe tener éste. **{1995/1}**



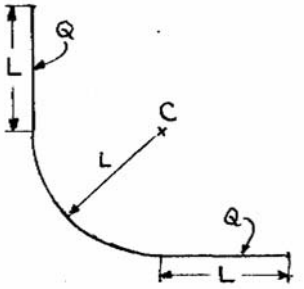
E 1.1.19. Una carga $Q>0$ [C] se reparte uniformemente sobre cada uno de los alambres rectilíneos perpendiculares, de longitudes $\overline{OA} = \overline{OB} = L$ [m] que muestra la figura. Calcule la carga que debe distribuirse, también uniformemente, sobre el alambre semicircular AB, para que la intensidad de campo eléctrico sea nula en su centro C. **{1996/2}**



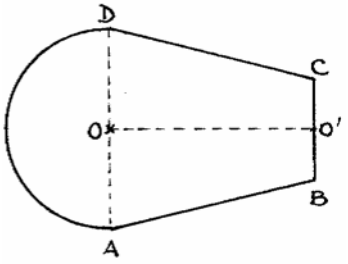
E 1.1.20. Dos alambres rectilíneos de longitud R [m], formando un ángulo recto de vértice en O, se cargan uniformemente con una densidad $\lambda>0$ [C/m]. En el plano determinado por ellos se ubica un alambre en forma de arco de circunferencia con centro en O y radio R, con una densidad $-\lambda$. Encuentre la intensidad de campo eléctrico **E** que produce esta distribución de carga en el punto P, ubicado a una distancia R de O, sobre el eje de ella (ver figura). **{1996/1}**



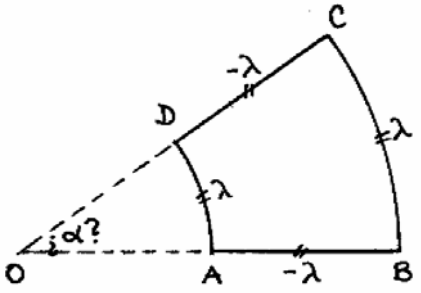
E 1.1.21. La figura muestra un alambre formado por dos segmentos rectilíneos de longitud L [m], cada uno de los cuales tiene una carga total Q [C] uniformemente distribuida, y por un cuarto de circunferencia de radio L. ¿Qué carga Q' debe distribuirse, también uniformemente, sobre el arco de circunferencia, para que el campo eléctrico sea nulo en el centro C? Explique bien. **{2000/1}**



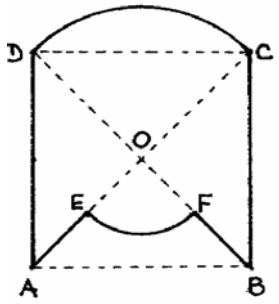
E 1.1.22. El alambre ABCDA de la figura está formado por una parte semicircular de radio $\overline{OA} = \overline{OD} = R$ [m] y por tres porciones rectilíneas tales que $\overline{BC} = R$, $OO' \perp BC$, $\overline{O'C} = \overline{O'B}$ y $\overline{OO'} = 2R$. Se sabe que todos los alambres rectilíneos están uniformemente cargados con la misma densidad de carga λ [C/m]. Calcule la carga total que debe distribuirse uniformemente sobre el alambre semicircular, para que el campo eléctrico sea nulo en el centro O. Explique bien. **{1999/1}**



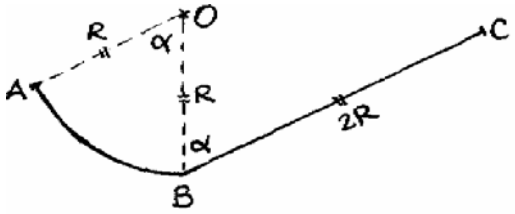
E 1.1.23. El alambre de la figura está formado por dos segmentos rectilíneos de longitud $\overline{AB} = \overline{CD} = L$ [m] y por dos arcos de circunferencia con centro en O, tales que $\overline{OA} = \overline{OD} = L$. Si $\lambda>0$ [C/m] es constante, ¿para qué valor del ángulo α el campo eléctrico es nulo en el centro O? **{2001/1}**



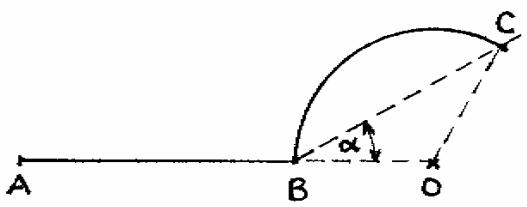
E 1.1.24. A partir del cuadrado ABCD de lado $2L$ [m] que muestra la figura, se forma el alambre AEFBCDA, el cual está formado por dos segmentos rectilíneos de longitud $\overline{BC} = \overline{DA} = 2L$, dos de longitud $\overline{AE} = \overline{FB} = \overline{AO}/2$, y los arcos de circunferencia EF y CD. Todos ellos están uniformemente cargados con una densidad λ [C/m]. Encuentre la magnitud y dirección del campo eléctrico **E** que produce esta distribución de carga en el centro O de las circunferencias. **{2001/1}**



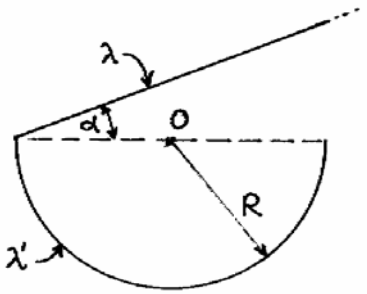
E 1.1.25. El alambre ABC que muestra la figura está uniformemente cargado con una carga total Q [C], la que se distribuye en partes iguales entre el arco de circunferencia AB y la parte rectilínea BC. Sea R [m] el radio de la circunferencia y α [rad] el ángulo del centro subtendido por AB, lo mismo que el "ángulo de inclinación" de $\overline{BC} = 2R$ (ver figura). Calcule las componentes del campo eléctrico **E** en el centro O. **{1994/1}**



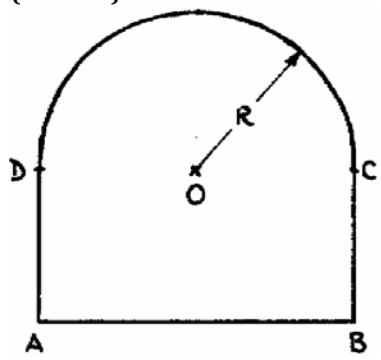
E 1.1.26. Una carga total $Q>0$ [C] se distribuye uniformemente a lo largo de todo el alambre ABC que muestra la figura, formado por el segmento rectilíneo AB de longitud $2R$ [m] y el arco de circunferencia BC de radio R, determinado por el ángulo α. Calcule las componentes del campo eléctrico **E** que produce en el centro O. **{2001/2}**



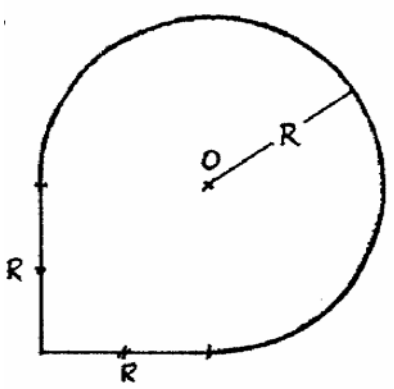
E 1.1.27. Considere un alambre formado por una parte rectilínea semi-infinita, uniformemente cargada con una densidad $\lambda>0$ [C/m], y por una parte semicircular de radio R [m], también uniformemente cargada, siendo α [rad] el ángulo entre la semirrecta y el diámetro de la circunferencia (ver figura). ¿Cuál debe ser la densidad λ' para que el campo eléctrico en el centro O sea paralelo al alambre rectilíneo?¿Cuál es la magnitud del campo en este caso? **{2002/1}**



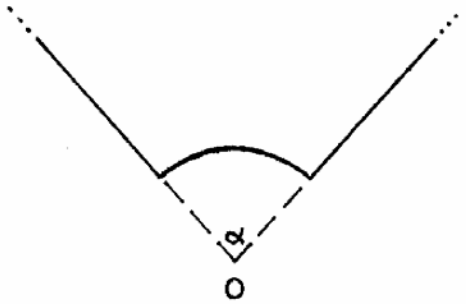
E 1.1.28. La figura muestra un alambre uniformemente cargado con una densidad $\lambda>0$ [C/m]. Está formado por la semicircunferencia CD de radio R [m], y por los segmentos rectilíneos $\overline{AB} = 2R$, $\overline{BC} = \overline{DA} = R$, tales que $BC \,//\, DA$ y $\sphericalangle DAB = \sphericalangle ABC = \pi/2$ [rad]. Encuentre la magnitud y dirección del campo eléctrico **E** que produce en el punto O, centro de la semicircunferencia. Explique bien su desarrollo. **{1993/2}**



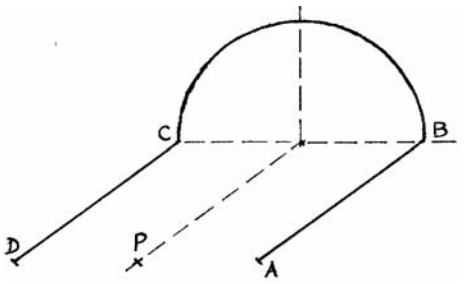
E 1.1.29. Una carga total $Q>0$ [C] se reparte uniformemente sobre el alambre de la figura, formado por ¾ partes de una circunferencia de radio R [m] y por dos segmentos rectilíneos perpendiculares de longitud R. Encuentre la densidad de carga sobre el alambre y calcule la magnitud y dirección del campo eléctrico que produce en el centro O. **{1994/1}**



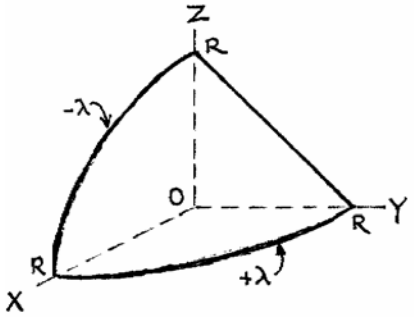
E 1.1.30. El alambre que muestra la figura, formado por dos partes rectas semi-infinitas y un arco de circunferencia de radio R [m] subtendido por un ángulo α [rad], está uniformemente cargado con una densidad λ [C/m]. Calcule la magnitud y dirección del campo eléctrico en el centro O de la circunferencia. **{1994/2}**



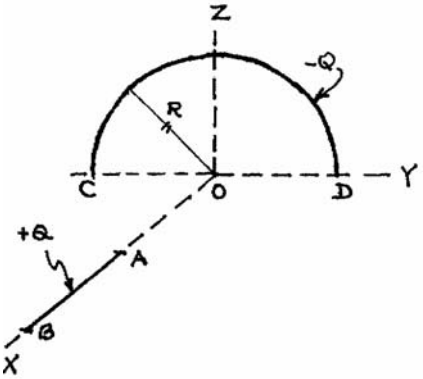
E 1.1.31. El alambre ABCD de la figura, uniformemente cargado con una densidad $\lambda>0$ [C/m], está formado por dos partes rectilíneas paralelas de iguales longitudes $\overline{AB} = \overline{CD} = L$ [m], y por una semicircular BC de radio $L/2$, con sus planos perpendiculares entre si. Calcule la intensidad de campo eléctrico en P, punto medio de DA. **{1994/2}**



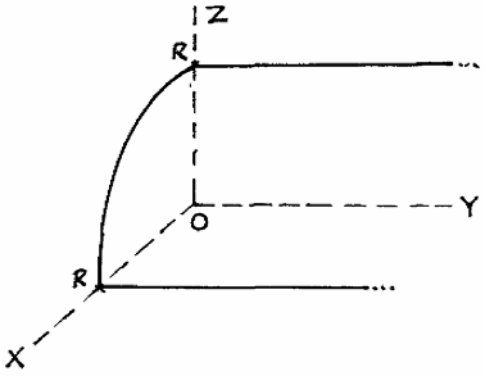
E 1.1.32. Los dos alambres en forma de cuarto de circunferencia que muestra la figura, de radio R [m] y centro en O, se cargan uniformemente con densidades de carga $+\lambda$ [C/m] y $-\lambda$ ($\lambda>0$). **(a)** ¿Qué carga Q debe repartirse uniformemente sobre el alambre rectilíneo del plano YZ, para que el campo eléctrico total en O quede en la dirección del eje Z? **(b)** ¿Cuál es la magnitud de este campo? **{1995/1}**



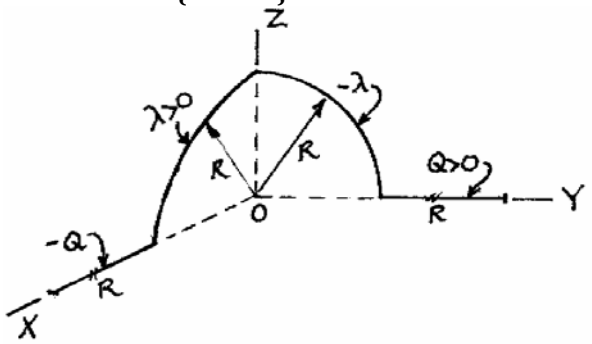
E 1.1.33. Sobre el alambre rectilíneo AB de la figura se distribuye uniformemente una carga $Q>0$ [C]. Sobre el alambre semicircular CD de radio R [m] se reparte, también uniformemente, una carga $-Q$. Este último se encuentra en el plano YZ con su centro en el origen, mientras que AB está sobre el eje X. Suponiendo que $\overline{OA} = \overline{AB} = R$, calcule la intensidad de campo eléctrico **E** que produce en el origen O de coordenadas. **{1995/2}**



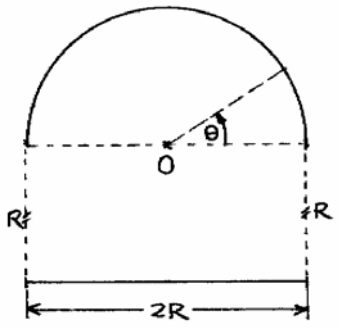
E 1.1.34. El alambre que muestra la figura consta de dos partes rectilíneas semi-infinitas paralelas al eje Y, una en el plano XY y otra en el plano YZ, y una parte curva correspondiente a ¼ de circunferencia de radio R [m]. Todo el alambre está uniformemente cargado con una densidad λ [C/m]. Encuentre las componentes cartesianas rectangulares del campo eléctrico que produce en el origen de este sistema de coordenadas. Sea claro y preciso en sus explicaciones. **{1997/1}**



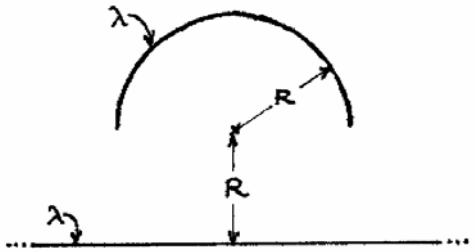
E 1.1.35. El alambre de la figura está formado por dos cuartos de circunferencia de radio R [m] y por dos segmentos rectilíneos de longitud R, ubicados como se indica. Sobre ellos se distribuye carga uniformemente y con signos alternados, en la forma señalada. Encuentre la relación que debe existir entre Q [C] y λ [C/m], para que el campo eléctrico debido a esta distribución sea nulo en el origen O de coordenadas. **{1998/1}**



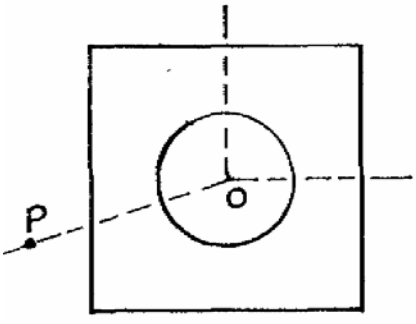
E 1.1.36. Un alambre rectilíneo de longitud $2R$ [m] se encuentra uniformemente cargado con una carga total Q [C], "frente" a un alambre semicircular de radio R. Sobre este último se distribuye carga con una densidad que es directamente proporcional a $sen\theta$ (ver figura), de manera que la intensidad de campo eléctrico resulta ser nula en el centro O. ¿Cuál es la carga total del alambre semicircular? **{1999/2}**



E 1.1.37. Considere un alambre rectilíneo infinito a una distancia R [m] del centro de un alambre semicircular de radio R, como se ve en la figura. Ambos están uniformemente cargados con la misma densidad λ [C/m]. Demuestre que se repelen con una fuerza de magnitud $F = \lambda^2/\pi\varepsilon_0$ [N]. **{1995/1}**



E 1.1.38. La figura muestra un alambre cuadrado de lado L [m] y otro circular de diámetro $L/2$, coplanares y concéntricos. Sobre cada lado del cuadrado se reparte uniformemente una carga Q [C]. ¿Qué carga debe distribuirse, también uniformemente, sobre el alambre circular, para que el campo eléctrico sea nulo en un punto P sobre el eje de la distribución, tal que $\overline{OP} = L$? **{1998/2}**



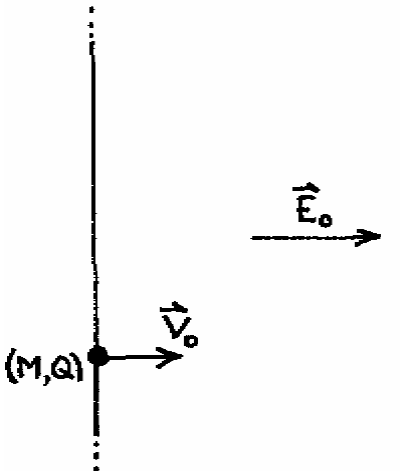
E 1.2. MOVIMIENTO DE PARTÍCULAS EN UN CAMPO ELÉCTRICO

E 1.2.01. Un electrón ($q = -1.6 \cdot 10^{-19}$ [C], $m = 9.1 \cdot 10^{-31}$ [kg]) entra con rapidez $5.0 \cdot 10^{6}$ [m/s], paralelamente a una región donde existe un campo eléctrico uniforme de magnitud $1.0 \cdot 10^{3}$ [N/C], dirigido de modo que retarda su movimiento. **(a)** ¿Qué distancia recorre antes de detenerse instantáneamente? **(b)** ¿Cuánto demora en hacerlo? **(c)** Qué longitud debería tener la región para que pierda la mitad de su energía cinética al atravesarla? (Acompañe dibujos, explicando claramente lo que sucede en cada caso) **{1992/2}**

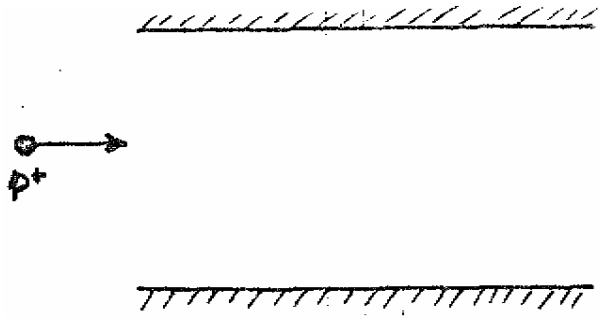
E 1.2.02. Una partícula de masa m [kg] y carga $q<0$ [C] ingresa con velocidad $\mathbf{v_0}$ [m/s] a una región donde existe un campo eléctrico uniforme de magnitud E_0 [N/C], en el mismo sentido de $\mathbf{v_0}$. En el instante en que la partícula ha disminuido su rapidez a la mitad, el campo cambia su dirección en 90°, manteniendo su magnitud. Calcule: **(a)** Dónde se encuentra la partícula τ [s] después de cambiar el campo. **(b)** Cuáles son las componentes de su velocidad en ese instante (coordenadas elegidas por Ud.). **(c)** Cuánto demora en recuperar su rapidez inicial. Haga un diagrama que muestre el movimiento de la partícula y que respalde sus cálculos. **{1996/1}**

E 1.2.03. Una partícula de masa m [kg] y carga $q>0$ [C] ingresa con velocidad $\mathbf{v_0}$ [m/s] a una región donde existe un campo eléctrico uniforme de magnitud E_0 [N/C], en dirección opuesta a $\mathbf{v_0}$. En el instante en que la partícula ha disminuido su rapidez a la mitad, el campo cambia su dirección en 90°, manteniendo su magnitud. Calcule: **(a)** Cuánto tiempo demora la partícula en recuperar su rapidez inicial. **(b)** A qué distancia del punto de partida se encuentra cuando ocurre esto último. Haga un diagrama que muestre el movimiento de la partícula y que respalde sus cálculos. **{1996/2}**

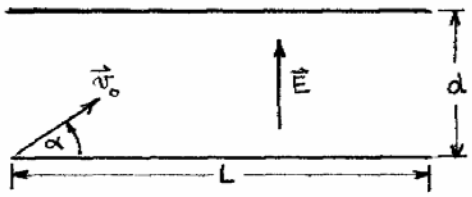
E 1.2.04. Una partícula de masa M [kg] y carga $Q>0$ [C] ingresa con velocidad $\mathbf{V_0}$ [m/s] a una región semi-infinita donde existe un campo eléctrico uniforme de intensidad $\mathbf{E_0}$ [N/C], según muestra la figura. En el instante en que su rapidez se ha duplicado, se desintegra espontáneamente en dos fragmentos de igual masa, uno de los cuales tiene carga $2Q$ y "sale disparado" con velocidad $4\mathbf{V_0}$. **(a)** ¿Cuánto demora el otro fragmento en volver al punto por donde ingresó la partícula "madre"? **(b)** ¿Dónde se encuentra el primero en ese instante? **{1998/2}**



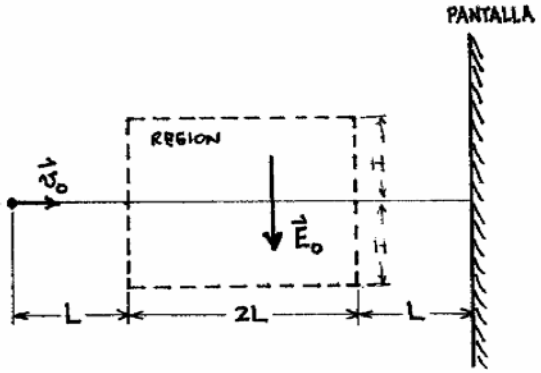
E 1.2.05. Entre dos placas paralelas se dispara un protón ($m = 1.7 \cdot 10^{-27}$ [kg], $q = 1.6 \cdot 10^{-19}$ [C]) con una rapidez de $1.0 \cdot 10^{4}$ [m/s], como se muestra en la figura. En cierto instante aparece un campo eléctrico de intensidad $1.0 \cdot 10^{3}$ [N/C] dirigido "hacia arriba". Después de $1.0 \cdot 10^{-6}$ [s] la dirección del campo se invierte, desapareciendo al cabo del mismo tiempo. ¿Cuáles son la posición y la velocidad del protón cuando el campo desaparece? **{1993/1}**



E 1.2.06. En la región entre dos láminas planas paralelas existe un campo eléctrico uniforme de magnitud $E = 2.0 \cdot 10^3$ [N/C]. En ella se lanza un electrón ($q = -1.6 \cdot 10^{-19}$ [C], $m = 9.1 \cdot 10^{-31}$ [kg]) con una rapidez $v_0 = 6.0 \cdot 10^6$ [m/s] y ángulo de lanzamiento $\alpha = 45°$, según se muestra en la figura. Suponga que $L = 10$ [cm] y $d = 2.0$ [cm]. **(a)** Haga un cálculo para decidir si el electrón choca con la lámina superior, con la inferior o si sale de la región sin chocar. **(b)** Obtenga las componentes de su velocidad en ese instante. **{1991/1}**



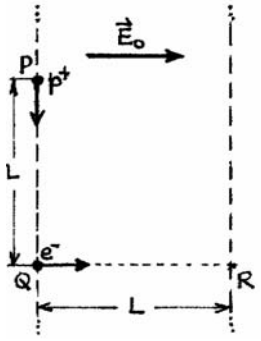
E 1.2.07. La figura muestra una región donde existe un campo eléctrico uniforme de magnitud E_0 [N/C], en la dirección "vertical" indicada, siendo nulo fuera de ella. Se dispara "horizontalmente" un electrón con velocidad $\mathbf{v_0}$ [m/s] en la forma que se señala. **(a)** Encuentre el mínimo valor de v_0 para que el electrón salga por el lado "derecho" de la región. **(b)** ¿En qué punto de la pantalla se produce el impacto? **(c)** Calcule las componentes de su velocidad al salir de la región y al chocar con la pantalla. **(d)** ¿Cuánto tiempo después de ser lanzado llega el electrón a la pantalla? **(e)** Indique la trayectoria completa seguida por el electrón, escribiendo su ecuación en algún sistema de coordenadas. Analice cómo cambia la situación si se trata de un protón. ¿Y si es un neutrón? **{1992/1}**



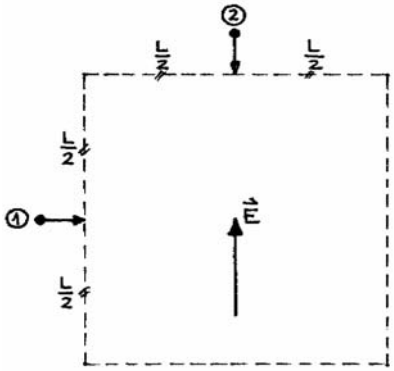
E 1.2.08. En un instante dado las componentes de la velocidad de un electrón que se mueve entre dos placas paralelas son: $v_x = 1.5 \cdot 10^6$ [m/s], $v_y = 2.8 \cdot 10^6$ [m/s]. Si el campo eléctrico entre las placas es $\mathbf{E} = 1.2 \cdot 10^3 \mathbf{j}$ [N/C], encuentre la magnitud y dirección de la velocidad del electrón cuando la coordenada x ha variado en 2.0 [cm]. Primero explique claramente lo que ocurre y luego esboce otra forma de calcular lo que se pide. **{1995/1}**

E 1.2.09. Una partícula de masa m [kg] y carga q [C] ingresa a una región donde existe un campo eléctrico uniforme de intensidad $\mathbf{E_0}$ [N/C], con una velocidad $\mathbf{v_0}$ [m/s] que es perpendicular al campo. Se sabe que la partícula abandona la región en una dirección que forma un ángulo $\alpha = \text{arctg}\sqrt{3}$ [rad] con la dirección de entrada. **(a)** ¿Cuánto tiempo permaneció la partícula en la región? **(b)** ¿En qué % cambió su energía cinética luego de atravesar la región? **(c)** ¿A qué distancia del punto de entrada se encuentra al salir? **{2002/1}**

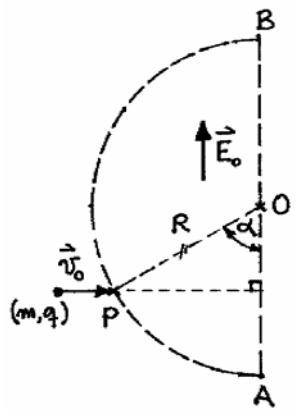
E 1.2.10. A una región de "ancho" L [m], donde existe un campo eléctrico de intensidad $\mathbf{E_0}$ [N/C], ingresan simultáneamente un protón y un electrón (masas y cargas dadas), en la forma que se muestra en la figura, ambos con la misma rapidez v_0 [m/s], de manera que el electrón se detiene instantáneamente en el punto R. **(a)** ¿Cuál es la distancia entre ambas partículas en ese instante? **(b)** ¿Qué valor tiene v_0? **(c)** Escriba la ecuación de ambas trayectorias en coordenadas elegidas por Ud. **(d)** ¿Es posible que las partículas choquen?. En caso afirmativo, ¿dónde lo harían? **{1994/2}**



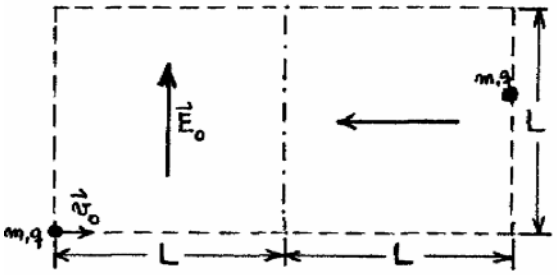
E 1.2.11. La figura nuestra una región cuadrada de lado L [m], en cuyo interior existe un campo eléctrico uniforme de intensidad **E** [N/C] en la dirección indicada. Por los puntos medios de dos lados adyacentes ingresan simultáneamente dos partículas de igual masa m [kg] y carga q>0 [C], con la misma rapidez v_0 [m/s]. **(a)** Explique claramente el movimiento que sigue cada partícula. Demuestre que chocan si $v_0 > (qEL/2m)^{1/2}$ y encuentre dónde lo hacen. **(b)** Analice qué ocurre si las cargas cambian de signo, manteniendo su valor absoluto. **{2000/1}**



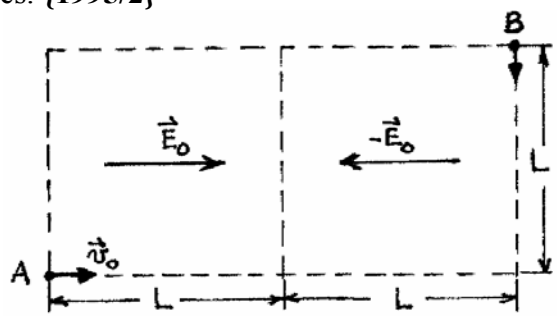
E 1.2.12. La figura muestra una región "semicircular" de radio R [m], donde existe un campo eléctrico uniforme de intensidad $\mathbf{E_0}$ [N/C], paralelo al diámetro AB. A ella ingresa una partícula de masa m [kg] y carga q>0 [C], con una velocidad $\mathbf{v_0}$ [m/s] perpendicular al diámetro AB. Encuentre la ubicación del punto de lanzamiento P (:calcule α), para que la partícula salga por el punto B. Explique claramente lo que ocurre. (Puede ser útil la identidad $\cos 2\theta = 1 - 2sen^2\theta$). **{2001/1}**



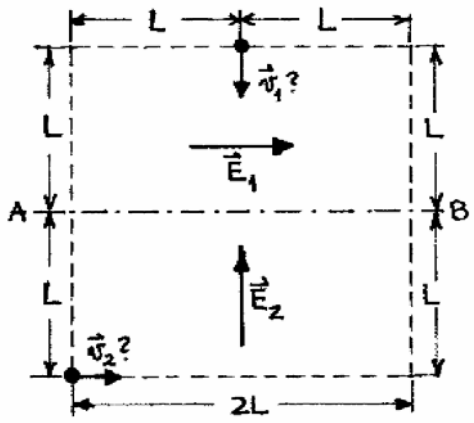
E 1.2.13. Una partícula de masa m [kg] y carga q>0 [C] ingresa con velocidad $\mathbf{v_0}$ [m/s] a una región de tamaño $L\times L$ [m^2], en la forma que muestra la figura, donde existe un campo eléctrico uniforme de intensidad $\mathbf{E_0}$ [N/C]. Además se tiene otra región del mismo tamaño donde existe otro campo uniforme en la dirección señalada. Al final de ésta se abandona (en reposo), en el mismo instante, una partícula idéntica de modo que ambas choquen en el límite entre las dos regiones. **(a)** ¿Qué intensidad debe tener el segundo campo eléctrico para que esto ocurra? **(b)** ¿Qué condición debe cumplir la velocidad de lanzamiento $\mathbf{v_0}$? **(c)** ¿En qué punto se produce la colisión? Justifique sus aseveraciones. **{1995/1}**



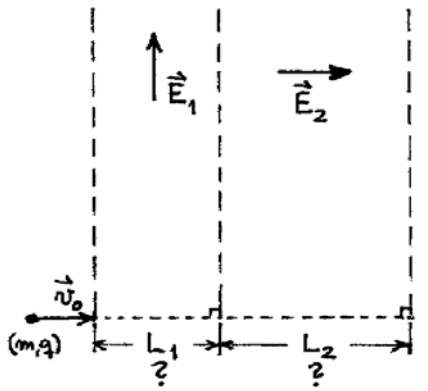
E 1.2.14. La figura muestra dos regiones adyacentes de tamaño $L\times L$ [m^2], dentro de las cuales existen campos eléctricos uniformes de magnitud E_0 [N/C], en direcciones opuestas. Una partícula de masa m [kg] y carga q>0 [C] se lanza con velocidad $\mathbf{v_0}$ [m/s] en el punto A, en la dirección del campo. Simultáneamente, una partícula idéntica se lanza desde el punto B, perpendicularmente al campo. ¿Con qué rapidez debe lanzarse para que se produzca una colisión entre ambas? ¿Dónde ocurre ésta? Razone; no se limite a escribir ecuaciones. **{1995/2}**



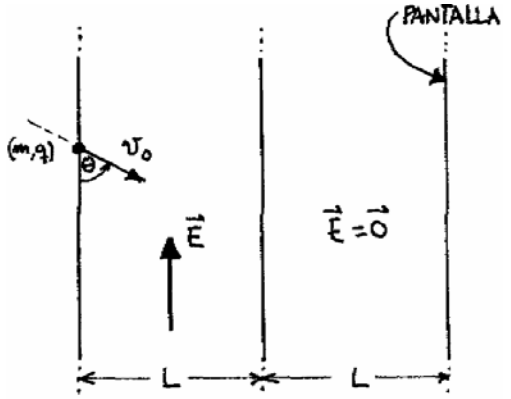
E 1.2.15. Dos partículas idénticas, de masa m [kg] y carga $q>0$ [C], ingresan simultáneamente a regiones donde existen campos eléctricos uniformes de magnitudes $|\mathbf{E_1}| = |\mathbf{E_2}| = E_0$ [N/C], perpendicularmente a la dirección de éstos (ver figura). Ud. debe determinar las magnitudes de las velocidades de entrada $\mathbf{v_1}$ y $\mathbf{v_2}$, para que las partículas choquen sobre la línea divisoria AB. ¿En qué punto de ella se produce la colisión? Explique claramente el movimiento seguido por cada una de las partículas. **{1999/2}**



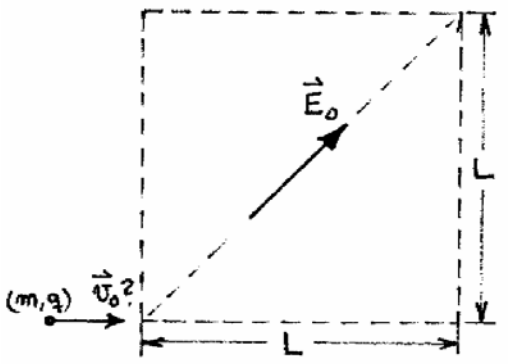
E 1.2.16. Con respecto a la situación que se observa en la figura, Ud. debe calcular las longitudes L_1 y L_2 de cada región para que: 1º) La partícula de masa m [kg] y carga $q>0$ [C] abandone la primera región con una rapidez $v_1 = \sqrt{2}\, v_0$ [m/s], y 2º) Demore en atravesar la segunda región lo mismo que la primera. Suponga que $|\mathbf{E_1}| = |\mathbf{E_2}| = E_0$ [N/C] y calcule también las componentes de su velocidad al abandonar la segunda región. **{1998/1}**



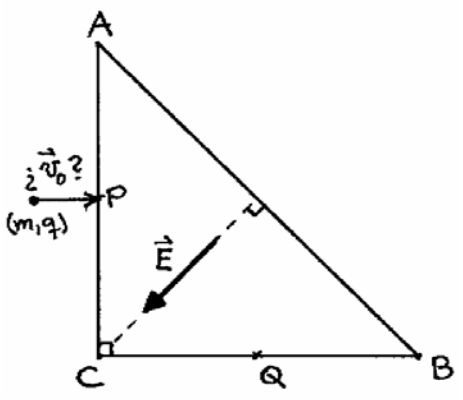
E 1.2.17. Una partícula de masa m [kg] y carga $q>0$ [C] ingresa a una región de "ancho" L [m] con una velocidad inicial $\mathbf{v_0}$ [m/s] en la dirección indicada, donde existe un campo eléctrico uniforme (ver figura). A una distancia L de ella se ubica una pantalla. **(a)** Haga un dibujo indicando la trayectoria de la partícula. **(b)** ¿Qué magnitud debe tener el campo eléctrico **E** para que impacte perpendicularmente sobre la pantalla? **(c)** Calcule el tiempo total que demora en hacerlo, desde que ingresa a la región. **{2000/1}**



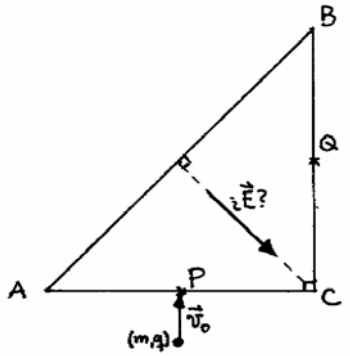
E 1.2.18. Una partícula de masa m [kg] y carga $q>0$ [C] ingresa a una región "cuadrada" de lado L [m], donde existe un campo eléctrico uniforme de intensidad $\mathbf{E_0}$ [N/C], en dirección diagonal, como se ve en la figura. Se sabe que la partícula demora en atravesar la región la mitad del tiempo que emplearía si no existiera campo eléctrico. **(a)** ¿Con qué rapidez v_0 debe lanzarse para que esto ocurra? **(b)** ¿Por dónde abandona la región? **(c)** ¿Cuánto tiempo demora en hacerlo? **{1998/1}**



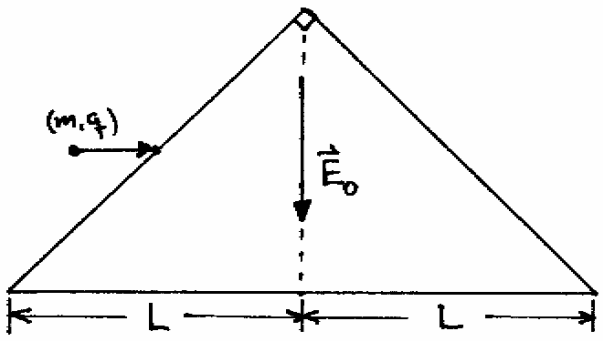
E 1.2.19. En el interior de la región en forma de triángulo rectángulo isósceles ABC que muestra la figura, existe un campo eléctrico uniforme de intensidad **E** [N/C] perpendicular a la hipotenusa, como se indica. Por el punto medio P del cateto AC de longitud L [m] ingresa perpendicularmente una partícula de masa m [kg] y carga q [C]. **(a)** ¿Con qué velocidad $\mathbf{v_0}$ debe ingresar para que salga por el punto medio Q del cateto BC? **(b)** Encuentre la magnitud y dirección de la velocidad de salida. **{2000/2}**



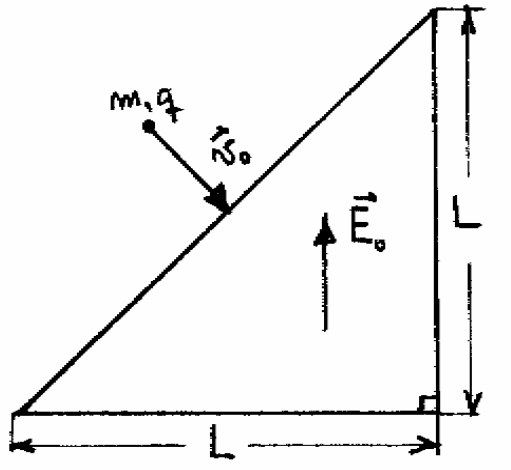
E 1.2.20. En el interior de la región en forma de triángulo rectángulo isósceles ABC que muestra la figura, existe un campo eléctrico uniforme perpendicular a la hipotenusa, como se indica. Por el punto medio P del cateto AC de longitud L [m] ingresa perpendicularmente una partícula de masa m [kg] y carga q [C] con velocidad $\mathbf{v_0}$ [m/s]. **(a)** ¿Qué magnitud debe tener el campo eléctrico **E**, para que la partícula salga por Q, punto medio del cateto BC? **(b)** ¿Con qué velocidad (magnitud y dirección) sale? **{2000/2}**



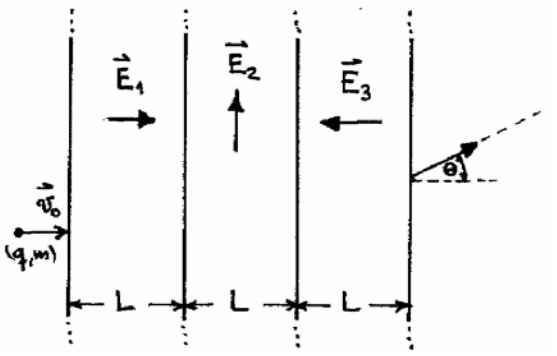
E 1.2.21. En el interior de una región en forma de triángulo rectángulo isósceles hay un campo eléctrico uniforme de magnitud E_0 [N/C], perpendicular a la hipotenusa. Por el punto medio de un cateto ingresa una partícula de masa m [kg] y carga $q>0$ [C] en dirección paralela a la hipotenusa. **(a)** Calcule la magnitud mínima de su velocidad inicial, para que abandone la región por el otro cateto. **(b)** Si la rapidez inicial es $v_0 = (qE_0L/m)^{1/2}$ [m/s], encuentre el punto de salida y la dirección en que sale. Justifique sus ecuaciones y haga un dibujo explicativo. **{2002/2}**



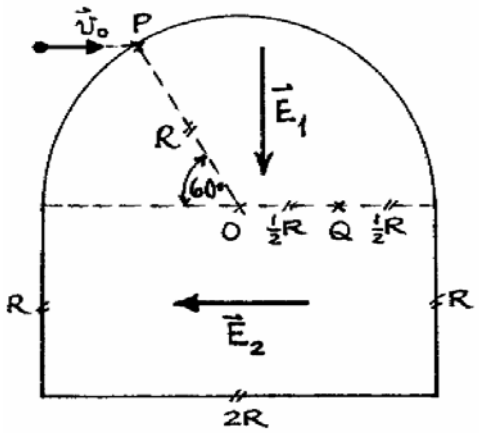
E 1.2.22. En el interior de la región en forma de triángulo rectángulo isósceles con catetos de longitud L [m] que se ve en la figura, existe un campo eléctrico uniforme de intensidad $\mathbf{E_0}$ [N/C] en la dirección señalada. Por el punto medio de su hipotenusa y en dirección perpendicular a ella ingresa una partícula de masa m [kg] y carga $q>0$ [C]. Encuentre en qué punto ésta abandona la región. **{1997/2}**



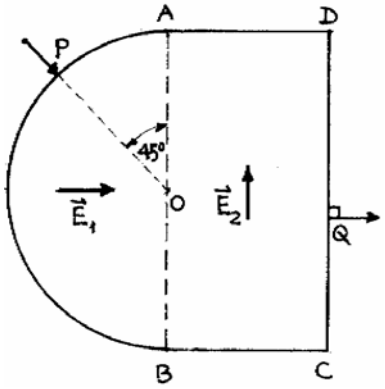
E 1.2.23. En cada una de las tres regiones de "ancho" L [m] de la figura, existen campos eléctricos de igual magnitud E_0 [N/C], pero en diferentes direcciones. Una partícula de masa m [kg] y carga $q>0$ [C] ingresa a la primera región con velocidad $\mathbf{v_0}$ [m/s] en la misma dirección que el campo. Explique claramente el movimiento completo de la partícula y calcule el "ángulo de salida" θ . **{1997/1}**



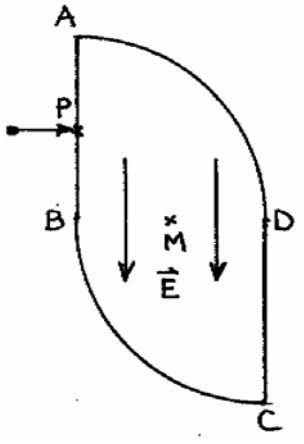
E 1.2.24. La región de la figura está formada por una parte "semicircular" de radio R [m] y otra "rectangular" de "tamaño" $2R\times R$ [m^2]. En cada una de ellas hay campos eléctricos uniformes de igual magnitud pero en direcciones perpendiculares. Una partícula de masa m [kg] y carga $q>0$ [C] ingresa "horizontalmente" con velocidad $\mathbf{v_0}$ [m/s] por el punto P, atravesando a la segunda parte por el punto Q. **(a)** Haga un "bosquejo" de la trayectoria seguida por la partícula. **(b)** ¿Cuál es la magnitud de los campos eléctricos? **(c)** ¿Cuánto tiempo permaneció la partícula en toda la región antes de abandonarla? **{1999/1}**



E 1.2.25. La región que muestra la figura está formada por una parte "semicircular" de radio $\overline{OA} = \overline{OB} = R$ [m] y otra "rectangular" de lados $\overline{AB} = \overline{CD} = 2R$ y $\overline{BC} = \overline{AD} = R$. En ellas existen campos eléctricos uniformes de magnitudes $|\mathbf{E_1}| = |\mathbf{E_2}| =$ E [N/C], en las direcciones indicadas. Una partícula de masa m [kg] y carga $q>0$ [C] ingresa por el punto P y sale por el punto Q, perpendicularmente al lado CD. Calcule el tiempo total que permaneció la partícula en la región. **{2001/2}**



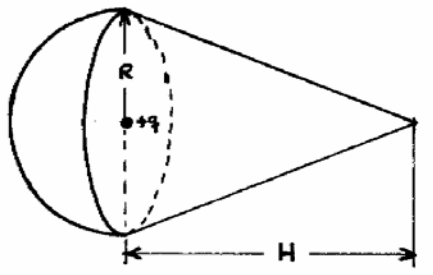
E 1.2.26. La figura muestra una región formada por dos segmentos rectilíneos paralelos de longitud $\overline{AB} = \overline{CD} = L$ [m] y por dos arcos de circunferencia con centros en los puntos B y D. En su interior existe un campo eléctrico uniforme de intensidad $\mathbf{E_0}$ [N/C], paralelo a los lados AB y CD. Una partícula de masa m [kg] y carga $q>0$ [C] ingresa a ella perpendicularmente en P, punto medio de AB, y luego pasa por M, punto medio de BD. **(a)** Calcule la velocidad de lanzamiento $\mathbf{v_0}$. **(b)** Demuestre que sale por un punto del arco BC. **{2001/1}**



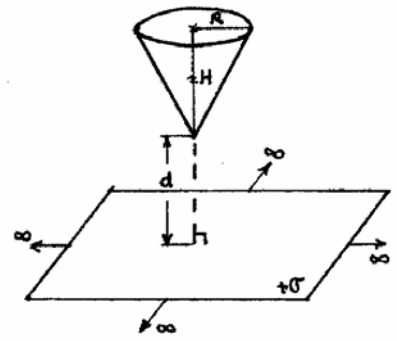
E 1.3. LA LEY DE GAUSS

E 1.3.01. Calcule el flujo del campo eléctrico producido por un disco circular de radio R [m], uniformemente cargado con una densidad σ [C/m^2], a través de la superficie de una semiesfera del mismo radio, cuyo centro y plano ecuatorial coinciden con los del disco. Justifique su respuesta. **{1992/1}**

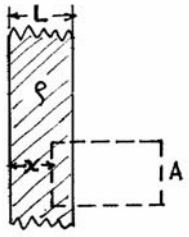
E 1.3.02. Una carga puntual q>0 [C] está rodeada por una superficie cerrada formada por un manto cónico de radio R [m] y altura H [m], y por una superficie semiesférica concéntrica con la carga, según se observa en la figura. Calcule el flujo del campo eléctrico a través del manto cónico. Justifique sus aseveraciones. **{1992/2}**



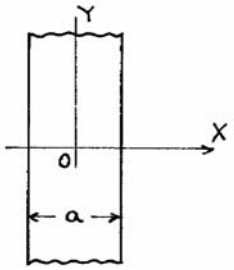
E 1.3.03. Calcule el flujo del campo eléctrico producido por un plano infinito uniformemente cargado con una densidad σ>0 [C/m^2], a través del manto de un cono de radio R [m] y altura H [m], ubicado con su eje perpendicular al plano, quedando el vértice a una distancia d [m] de éste (ver figura). Explique claramente lo que haga, justificando sus aseveraciones. **{1994/2}**



E 1.3.04. La región comprendida entre dos planos paralelos infinitos, separados una distancia L [m], se carga uniformemente con una densidad ρ>0 [C/m^3], según se observa en la figura. **(a)** Calcule el flujo de **E** (con su signo) a través del cilindro (con tapas) de área basal A [m^2] que se indica en la figura, suponiendo que x>L/2. Explique. **(b)** Encuentre el campo eléctrico (magnitud y dirección) tanto en el interior como en el exterior de este "ladrillo" cargado. Explique y comente. **{1994/1}**



E 1.3.05. El interior de una placa plana de espesor a [m] está cargado con una densidad de carga dada por $\rho = Cx^2$ [C/m^3], donde C es una constante positiva y x [m] se mide desde el centro de la placa, como se ve en la figura. La placa es infinita en las direcciones Y y Z. Encuentre el campo eléctrico tanto en el interior ($-a/2 < x < a/2$) como en el exterior de la placa. Justifique su desarrollo.**{1996/1}**

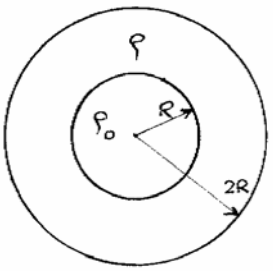


E 1.3.06. La región comprendida entre dos largos cilindros concéntricos de radios R_1 [m] y R_2>R_1, se carga uniformemente con una densidad ρ>0 [C/m^3]. **(a)** Encuentre la magnitud y dirección del campo eléctrico en un punto cualquiera dentro de esta región. Ilustre y explique lo que hace. **(b)** Deduzca qué densidad de carga λ debe tener un alambre rectilíneo infinito ubicado sobre su eje, para que una carga puntual ubicada en cualquier punto exterior a la distribución se encuentre en equilibrio. **{1992/1}**

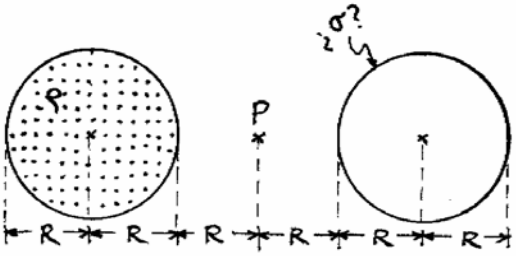
E 1.3.07. La región comprendida entre dos largos cilindros concéntricos de radios R_1 [m] y $R_2>R_1$, se carga con una densidad que es inversamente proporcional a la distancia r medida desde el eje, de modo que en un volumen de longitud L [m] queda una carga Q [C]. **(a)** Encuentre la densidad de carga en términos de Q, L, R_1 y R_2. **(b)** Encuentre el campo eléctrico en un punto cualquiera dentro de la región. Explique bien. **{1995/1}**

E 1.3.08. La región interior a un largo cilindro de radio R [m] se carga con una densidad $\rho = \rho_0 (1 - r/R)$ [C/m^3], donde ρ_0 es una constante positiva, siendo r la distancia medida desde el eje del cilindro. Encuentre a qué distancia del eje el campo eléctrico es máximo y calcule esta magnitud máxima. Explique. **{1999/1}**

E 1.3.09. La figura muestra la sección de dos largos cilindros coaxiales de radios R [m] y $2R$. El volumen interior al primero se carga uniformemente con una densidad ρ_0 [C/m^3], mientras que la región comprendida entre ambos se carga con una densidad ρ que es inversamente proporcional a la distancia r al eje. Se sabe que el campo es igual sobre las superficies r = R y r = $2R$. Demuestre que, entonces: **(a)** El campo tiene magnitud constante en todo punto de la región entre ambos cilindros. ¿Cuál es ésta? **(b)** En ambas regiones existe la misma carga total por unidad de longitud. ¿Cuál es? Explique bien. **{2001/2}**



E 1.3.10. La figura muestra la sección de dos largos cilindros de radio R [m], cuyos ejes están separados una distancia $4R$ [m]. A través del volumen de uno de ellos se distribuye carga con una densidad $\rho = \alpha r$ [C/m^3], donde α es una constante positiva y r es la distancia medida desde el eje. Encuentre con qué densidad σ debe cargarse uniformemente la superficie del otro cilindro, para que el campo eléctrico sea nulo en el punto P, equidistante de sus ejes. **{1997/1}**

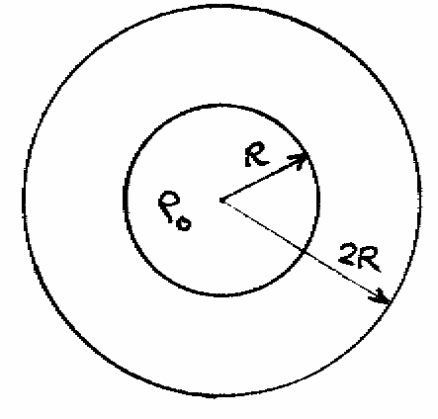


E 1.3.11. Una esfera de radio R_1 [m] tiene una carga $-Q<0$ [C] uniformemente distribuida a través de su volumen. Sobre una esfera concéntrica de radio $R_2>R_1$ se distribuye una carga Q uniformemente a través de su superficie. Calcule la magnitud y dirección del campo eléctrico que produce esta distribución en todo el espacio. **{1991/1}**

E 1.3.12. Un volumen esférico de radio R [m] está cargado con una densidad $\rho = \rho_0 (1 - r/R)$ [C/m^3], donde ρ_0 es una constante positiva y r es la distancia desde su centro. **(a)** Encuentre el campo eléctrico que produce esta distribución de carga, tanto en el interior como en el exterior de ella. **(b)** ¿A qué distancia r_M de su centro el campo eléctrico es máximo? ¿Cuál es este valor máximo? **{1997/1}**

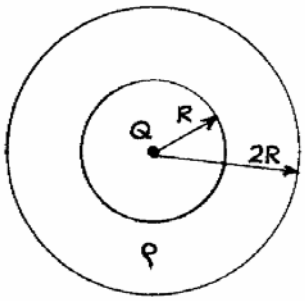
E 1.3.13. Considere dos superficies esféricas concéntricas, de radios R [m] y $2R$, en cuyo centro se ubica una carga puntual $q>0$ [C]. La región comprendida entre ellas se carga uniformemente, de modo que el campo eléctrico es nulo en el exterior de la distribución. **(a)** Encuentre la densidad de carga del "casquete" esférico. **(b)** Obtenga la magnitud y dirección del campo eléctrico en el interior de éste ($R \le r \le 2R$). **(c)** Calcule el flujo de **E** a través de la superficie de un cubo de arista R, centrado en q. Explique bien lo que hace, acompañando dibujos aclaratorios. **{1992/2}**

E 1.3.14. La figura muestra dos esferas concéntricas de radios R [m] y $2R$. El volumen de la primera se carga uniformemente con una densidad de carga ρ_0 [C/m^3], mientras que en la región comprendida entre ellas se distribuye carga con una densidad que en cada punto es inversamente proporcional a la distancia r al centro ($R \le r \le 2R$), de tal manera que la carga total es la misma en ambas regiones. Encuentre la intensidad de campo eléctrico en un punto cualquiera de la región comprendida entre las dos esferas. Luego verifique que éste es el doble sobre la superficie interior ($r = R$) que sobre la exterior ($r = 2R$). **{1998/1}**

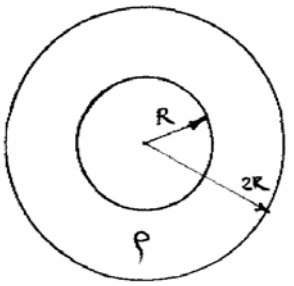


E 1.3.15. Considere dos esferas concéntricas de radios R [m] y $2R$. A través de la región comprendida entre ellas se distribuye una carga total Q [C] con una densidad que es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia r a su centro. ¿Qué carga puntual se debe ubicar en el centro de esta distribución para que el campo eléctrico se anule en todo punto equidistante de ambas esferas (r = 3R/2)? Explique bien. **{1999/2}**

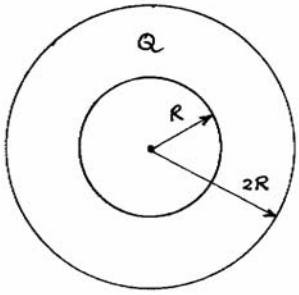
E 1.3.16. La figura muestra dos esferas concéntricas de radios R [m] y $2R$. En su centro se ubica una carga puntual Q>0 [C]. En la región comprendida entre ellas se distribuye carga con una densidad que es inversamente proporcional a la distancia r al centro, de manera que el campo eléctrico es nulo a la distancia r = 3R/2. Encuentre la magnitud y dirección del campo eléctrico en el exterior de la distribución.**{2000/1}**



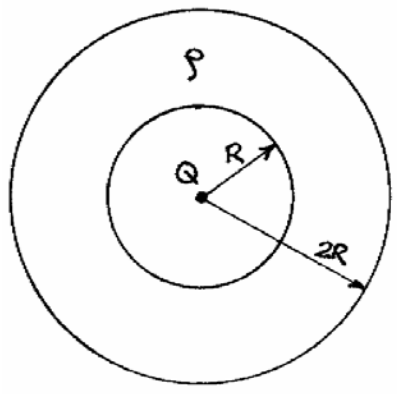
E 1.3.17. La región comprendida entre dos esferas concéntricas de radios R [m] y $2R$ se carga con una densidad que en cada punto es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia de este punto al centro ($\rho \propto 1/r^2$). Encuentre en qué punto exterior a la distribución el campo eléctrico tiene igual magnitud que en el punto equidistante r = 3R/2. Analice la situación. **{2000/1}**



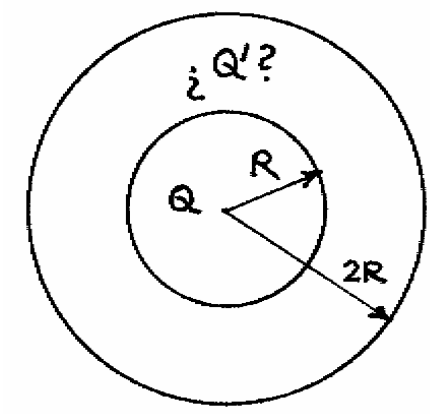
E 1.3.18. A través de la región comprendida entre dos esferas concéntricas de radios R [m] y $2R$ se distribuye una carga total Q [C] con una densidad ρ [C/m^3] que es directamente proporcional a la distancia r al centro de las esferas, donde se ubica una carga puntual, de manera que el campo eléctrico sobre la superficie r = $2R$ es el doble que sobre la superficie r = R. Calcule el flujo del campo eléctrico a través de la superficie de una esfera concéntrica de radio r = 3R/2. **{2000/2}**



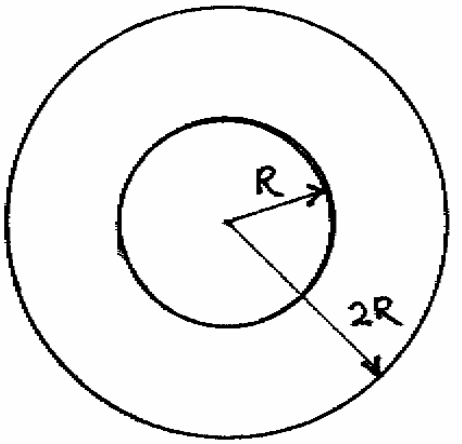
E 1.3.19. A través del volumen comprendido entre dos esferas concéntricas de radios R [m] y $2R$ se distribuye carga con una densidad ρ [C/m^3] que es inversamente proporcional a la distancia r al centro de las esferas, punto don-de se ubica una carga Q [C] (ver figura). Se sabe que el campo eléctrico sobre la superficie r = $2R$ es el doble que sobre la superficie r = R. Calcule el flujo del campo eléctrico a través de la superficie de una esfera concéntrica de radio r = $3R/2$. **{2000/2}**



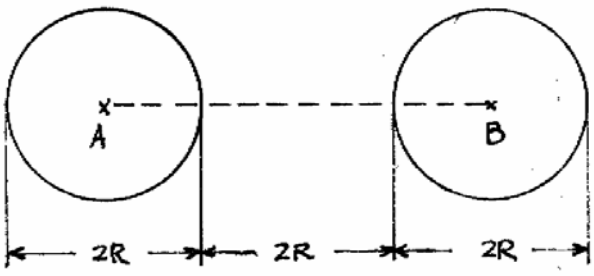
E 1.3.20. Considere dos superficies esféricas concéntricas de radios R [m] y $2R$. A través del volumen interior a la primera se distribuye uniformemente una carga total Q [C]. A través del volumen comprendido entre las dos esferas se reparte carga con una densidad que en cada punto es inversamente proporcional al cuadrado de su distancia al centro, de manera que el campo a una distancia $R/2$ del centro es igual que a una distancia $3R/2$. ¿Cuál es la carga total Q' en el interior de esta región? Explique con claridad. **{2001/1}**



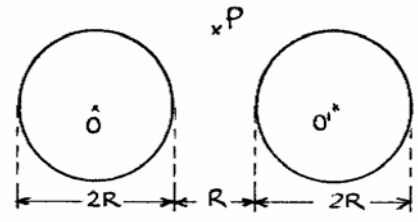
E 1.3.21. La figura muestra dos superficies esféricas concéntricas de radios R [m] y $2R$. En la región comprendida entre ellas se distribuye carga con una densidad que en cada punto es inversamente proporcional a su distancia al centro. Se sabe que al poner una carga puntual Q [C] en el centro, el campo eléctrico es nulo a una distancia $3R/2$ de él. ¿En qué punto exterior la magnitud del campo es un 20% de la magnitud sobre la esfera de radio R? Explique bien.**{2001/1}**



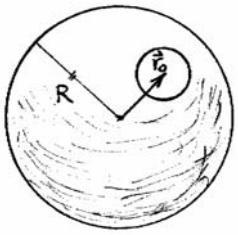
E 1.3.22. Las dos esferas de radio R [m] que muestra la figura tienen sus centros separados por una distancia $\overline{AB} = 4R$. Sobre la superficie de la esfera de la izquierda se reparte uniformemente una carga $Q>0$ [C], mientras que sobre la otra se distribuye la misma carga, pero a través de su volumen, con una densidad que es directamente proporcional a la distancia r a su centro. Calcule la magnitud y dirección del campo eléctrico en los centros A y B. Justifique su desarrollo. **{1995/2}**



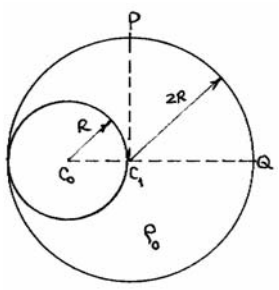
E 1.3.23. Dos esferas del mismo radio R [m] tienen sus centros a una distancia $\overline{OO'} = 3R$ (ver figura). Sobre la superficie de una de ellas se reparte uniformemente una carga $Q>0$ [C]. A través del volumen de la otra se distribuye una carga igual, pero con una densidad que es directamente proporcional a la distancia r medida desde su centro. Obtenga la magnitud y dirección del campo eléctrico en el punto P, equidistante de ambas, si el triángulo OO'P es isósceles de altura R. Explique bien. **{1996/2}**



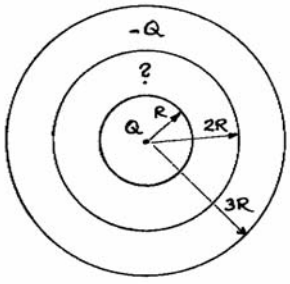
E 1.3.24. En el interior de una esfera de radio R [m] se distribuye carga uniformemente con una densidad ρ [C/m^3], excepto en una cavidad esférica excéntrica que no contiene carga alguna. El vector posición del centro de la cavidad es $\mathbf{r_0}$ (ver figura). Encuentre el campo eléctrico en un punto cualquiera dentro de la cavidad, demostrando que es uniforme, paralelo a $\mathbf{r_0}$, cuya magnitud no depende de los radios de la esfera y de la cavidad. **{1997/2}**



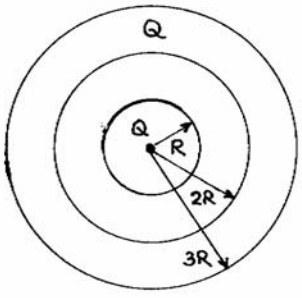
E 1.3.25. Una esfera de radio $2R$ [m] tiene una cavidad esférica de radio R, tangente a su superficie (ver figura). A través de su volumen se distribuye carga uniformemente con una densidad ρ_0 [C/m^3], quedando descargada la cavidad. Encuentre la magnitud y dirección del campo eléctrico: **(a)** En sus centros C_0 y C_1. **(b)** En el punto P, sobre la perpendicular a la recta que une sus centros. **(c)** En el punto Q, colineal con C_0 y C_1. **{1998/1}**



E 1.3.26. La figura muestra tres superficies esféricas concéntricas, de radios R [m], $2R$ y $3R$. En el centro hay una carga puntual Q [C], mientras que en la región comprendida entre las esferas de radios $2R$ y $3R$ se distribuye una carga total $-Q$ con una densidad que es inversamente proporcional a la distancia al centro. ¿Cuánta carga debe distribuirse uniformemente entre R y $2R$ para que el campo en $2R$ sea el promedio de los campos en R y $3R$? **{2002/1}**

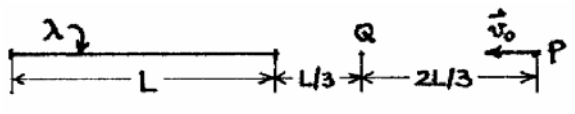


E 1.3.27. La figura muestra tres superficies esféricas concéntricas, de radios R [m], $2R$ y $3R$. En el centro hay una carga puntual Q [C], mientras que en la región comprendida entre las esferas de radios $2R$ y $3R$ se distribuye uniformemente una carga total del mismo valor Q. Finalmente, el volumen entre R y $2R$ se carga con una densidad que es inversamente proporcional a la distancia al centro, de manera que $E(2R) = E(R) + E(3R)$. Calcule el campo eléctrico en $r = 3R/2$. **{2002/2}**

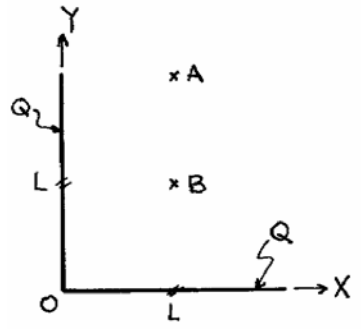


E 2.1. EL POTENCIAL ELÉCTRICO DE DISTRIBUCIONES LINEALES

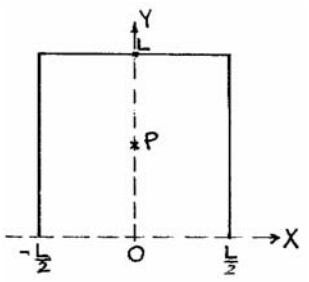
E 2.1.01. El alambre rectilíneo de longitud L [m] que muestra la figura, se encuentra uniformemente cargado con una densidad λ [C/m]. ¿Con qué rapidez v_0 debe lanzarse una carga puntual q [C], desde P, para que se detenga en Q? ¿Cuál debe ser el signo de q para que esto sea posible? **{1992/1}**



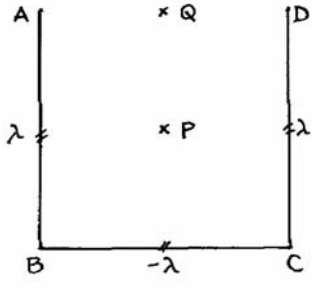
E 2.1.02. Cada uno de los dos alambres rectilíneos perpendiculares de longitud L [m] que muestra la figura, está uniformemente cargado con una carga Q [C]. Calcule el trabajo realizado por un agente externo para trasladar una carga puntual Q, en equilibrio, desde el punto A = (L/2,L) hasta el punto B = (L/2,L/2). Justifique sus cálculos. **{2000/2}**



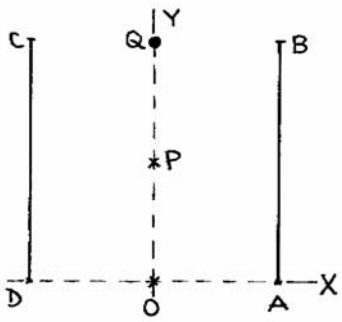
E 2.1.03. Los tres alambres rectilíneos de longitud L [m] que muestra la figura, se encuentran uniformemente cargados con la misma densidad $\lambda > 0$ [C/m]. **(a)** Calcule el trabajo que debe realizar un agente externo para trasladar una carga puntual q>0 [C], en equilibrio, desde el origen O hasta el punto P = (0,L/2). Interprete el signo de su resultado. **(b)** Si esta partícula, cuya masa es m [kg], se deja en reposo en P, ¿qué rapidez tiene al pasar por O? Explique bien. **{1999/2}**



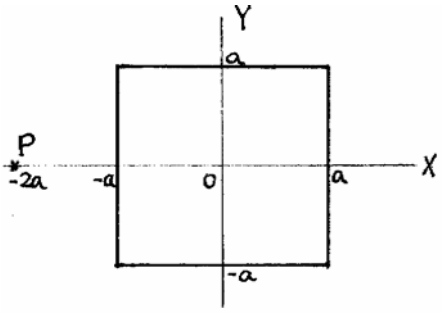
E 2.1.04. La figura muestra tres alambres rectilíneos de igual longitud $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = 2L$ [m], uniformemente cargados con densidades λ [C/m], $-\lambda$ y λ, respectivamente. Calcule la diferencia de potencial entre los puntos P y Q, siendo P el centro del cuadrado ABCD y Q el punto medio del trazo AD. **{2001/1}**



E 2.1.05. La figura muestra una carga puntual Q [C] fija en el punto (0,2L), junto con dos alambres rectilíneos con sus extremos en los puntos A = (L,0), B = (L,2L), C = (–L,2L) y D = (–L,0), donde las coordenadas están en [m]. Cada uno de ellos tiene una carga total Q/2, uniformemente distribuida. Encuentre la rapidez con que ha de lanzarse una partícula de masa M [kg] e igual carga Q desde el origen O, para que se detenga instantáneamente en el punto P = (0,L). ¿Qué trabajo debería realizar un agente externo para trasladar esta partícula con velocidad constante entre estos puntos? Explique bien. **{1999/1}**

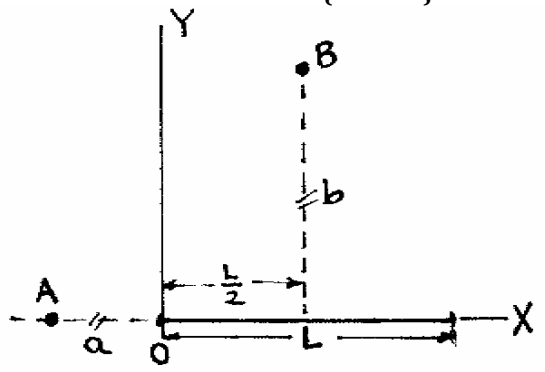


E 2.1.06. El cuadrado de lado $2a$ [m] de la figura está uniformemente cargado con una densidad λ [C/m]. Calcule el potencial que en el punto P = $(-2a,0)$. **{1994/2}**

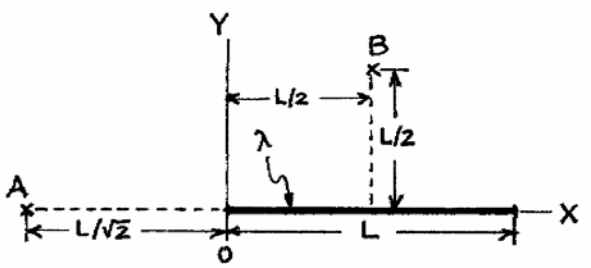


E 2.1.07. Calcule el potencial electrostático en un punto cualquiera sobre el eje de un cuadrado, formado por cuatro alambres de longitud L [m], los cuales están uniformemente cargados con una densidad λ [C/m]. **{1991/1}**

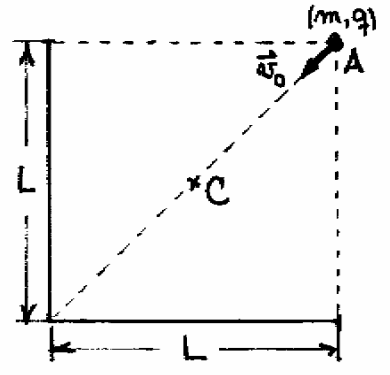
E 2.1.08. Sobre el alambre de longitud L [m] que muestra la figura se distribuye una carga $Q>0$ [C] con una densidad que es directamente proporcional a x [m]. Si desde el punto A se lanza una partícula de masa m [kg] y carga q [C], ¿con qué rapidez pasa por el punto B? Analice su resultado. **{1996/1}**



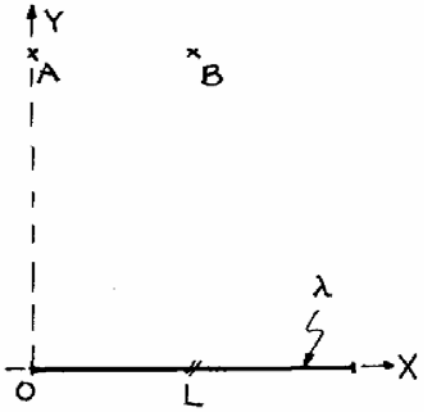
E 2.1.09. El alambre rectilíneo de longitud L [m] que muestra la figura tiene una densidad de carga $\lambda = ax$ [C/m], donde a es una constante positiva. Desde el punto A se desea lanzar una partícula de masa m [kg] y carga q [C], de modo que al llegar al punto B haya perdido la mitad de su energía cinética. ¿Con qué rapidez debe hacerse? ¿Qué signo debe tener q? Analice. **{1997/1}**



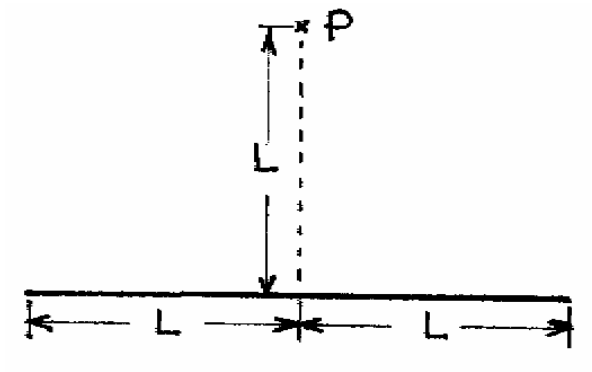
E 2.1.10. Cada uno de los dos alambres rectilíneos perpendiculares de longitud L [m] que muestra la figura, está uniformemente cargado con una carga $Q>0$ [C]. Desde el punto A se lanza una partícula de masa m [kg] y carga q [C], en la dirección indicada. ¿Con qué rapidez v_0 debe lanzarse para que se detenga en el centro C? Analice el tipo de movimiento que realiza la partícula, así como el signo de q para que esto sea posible. **{1997/2}**



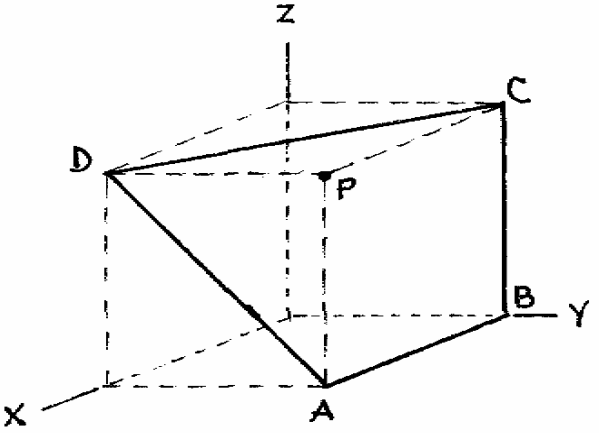
E 2.1.11. El alambre rectilíneo de longitud L [m] que muestra la figura, está cargado con una densidad $\lambda = ax$ [C/m], donde a es una constante positiva. Calcule la diferencia de potencial que produce entre los puntos A = $(0,L)$ y B = $(L/2,L)$. **{2000/2}**



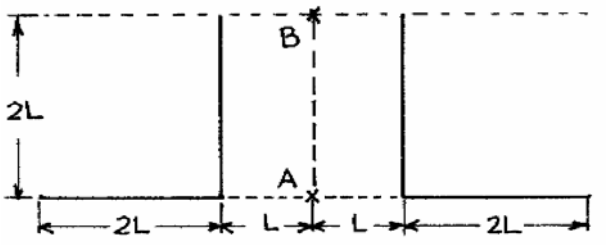
E 2.1.12. El alambre de longitud $2L$ [m] que muestra la figura tiene una carga total Q [C], la que está distribuida con una densidad que en cada punto es directamente proporcional a su distancia al punto medio del alambre. Calcule el potencial en el punto P. **{2001/2}**



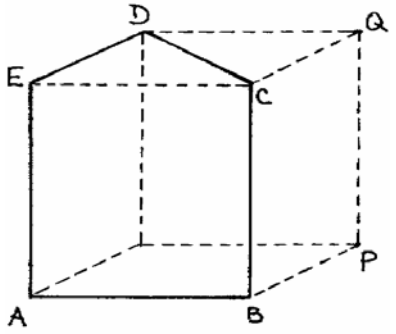
E 2.1.13. Cuatro vértices de un cubo de arista L [m] se conectan mediante la línea poligonal cerrada ABCDA que muestra la figura. Sobre ella se distribuye carga uniformemente con una densidad λ [C/m]. Calcule el potencial electrostático que produce esta distribución de carga en el vértice P del cubo. **{1999/1}**



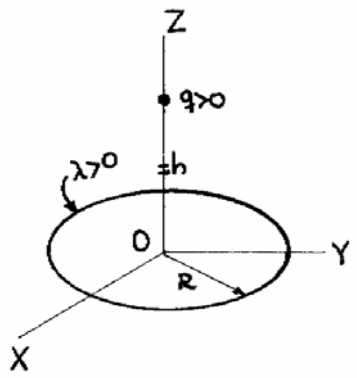
E 2.1.14. La figura muestra dos parejas de alambres en forma de "L". Cada uno de los cuatro alambres tiene una carga total Q [C] uniformemente distribuida, y una longitud $2L$ [m]. ¿Con qué rapidez debe lanzarse una partícula de masa m [kg] y carga q [C] desde el punto A, para que se detenga en el punto B? ¿Qué signo debe tener q? Justifique su desarrollo. **{2001/2}**



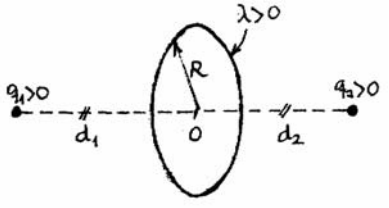
E 2.1.15. El alambre ABCDEA que muestra la figura, construido a partir de un cubo de arista L [m], está uniformemente cargado con una densidad λ [C/m]. Calcule la diferencia de potencial $V_Q - V_P$ que produce esta distribución de carga entre los puntos P y Q del cubo. Explique bien. **{2002/2}**



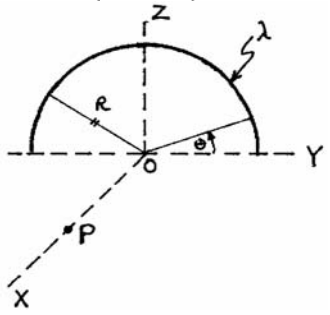
E 2.1.16. La figura muestra un anillo circular de radio R [m], uniformemente cargado con una densidad $\lambda > 0$ [C/m]. Sobre su eje, a una distancia h [m] de su centro, se ubica una carga puntual q>0 [C]. **(a)** Calcule el trabajo que debe realizar un agente externo para llevar q, en equilibrio, desde esa posición hasta el centro del anillo. **(b)** ¿Qué masa debe tener esta partícula para que se detenga en el origen, si se lanza desde el punto inicial con velocidad $\mathbf{v_0}$ [m/s]? **{1993/2}**



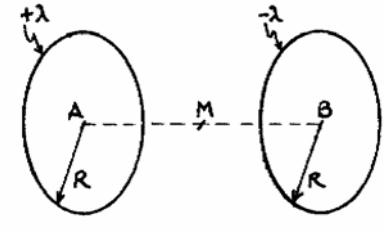
E 2.1.17. Con respecto a la distribución de cargas que muestra la figura, calcule el trabajo que debe realizar un agente externo para intercambiar las posiciones de las cargas puntuales q_1 y q_2, en equilibrio, manteniendo fijo el anillo. Explique bien cómo lo hace y discuta en qué casos este trabajo es positivo, indicando su significado. **{1995/1}**



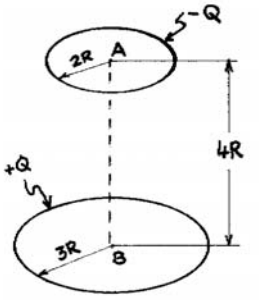
E 2.1.18. Considere un anillo semicircular de radio R [m], ubicado en el plano YZ con su centro en el origen (ver figura). Sobre él se distribuye carga con una densidad $\lambda = \lambda_0(1 + cos\theta)$ [C/m], donde $\lambda_0 > 0$ es una constante y θ es el ángulo con la dirección positiva del eje Y, medido en sentido antirreloj, como muestra la figura. Calcule el trabajo que debe realizar un agente externo para trasladar, en equilibrio, una carga puntual q>0 [C] desde el infinito hasta el punto P, ubicado sobre el eje X, tal que $\overline{OP} = R$. Si m [kg] es la masa de q, ¿con qué velocidad debe lanzarse desde P para que se detenga en O? **{1995/2}**



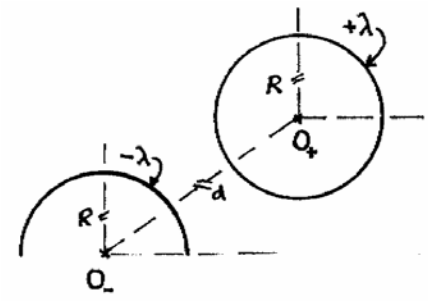
E 2.1.19. Los dos anillos circulares coaxiales de radio R [m] que se muestran en la figura, se cargan uniformemente con densidades $\lambda > 0$ [C/m] y $-\lambda$, respectivamente, según se indica, siendo $\overline{AB} = 2R$ la distancia entre sus centros. **(a)** Calcule el trabajo realizado por un agente externo al traer un electrón, en equilibrio, desde el infinito hasta el punto A. ¿Y hasta el punto B? Comente el signo de éstos. **(b)** ¿Con qué rapidez v_0 debe lanzarse el electrón desde uno de estos puntos para que se detenga en el otro? ¿Qué % de su energía cinética ha perdido al pasar por el punto medio M? **{1993/1}**



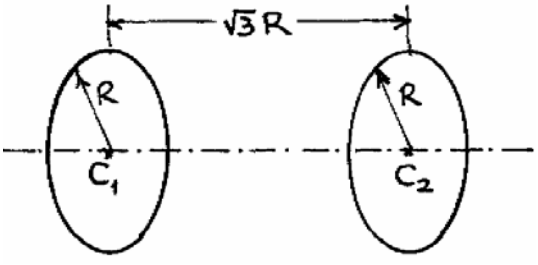
E 2.1.20. Los dos anillos coaxiales paralelos que muestra la figura tienen radios $2R$ [m] y $3R$, y están a una distancia $4R$. Sobre ellos se distribuyen uniformemente cargas $-Q$ [C] y $+Q$, respectivamente, siendo Q>0. Si un electrón se deja en reposo en el centro A, ¿con qué rapidez pasa por el centro B? ¿Qué ocurre si se trata de un protón? Justifique. **{1993/2}**



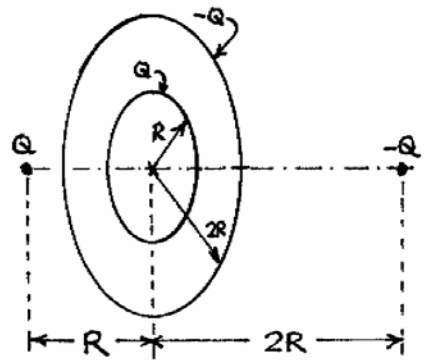
E 2.1.21. Un anillo circular y otro semicircular de radios R [m] se cargan con densidades constantes $\lambda > 0$ [C/m] y $-\lambda$, respectivamente. Sus planos son paralelos y se encuentran a una distancia $O_+O_- = d$ [m], como se muestra en la figura. **(a)** Halle el potencial electrostático en un punto cualquiera sobre el eje O_+O_-. **(b)** Analice la(s) condición(es) para que una partícula cargada lanzada desde O_+ se detenga en O_-. **{1994/2}**



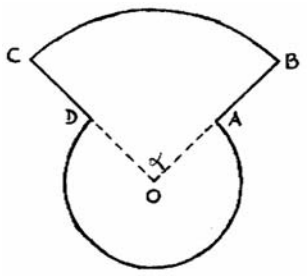
E 2.1.22. Considere dos anillos coaxiales del mismo radio R [m], con sus centros separados por una distancia $\sqrt{3}\,R$ (ver figura). Se sabe que para traer una carga puntual q [C] desde muy lejos hasta C_1 se debe realizar un trabajo W [J]. Para traer la misma carga desde muy lejos hasta el centro C_2 el trabajo requerido es $3W/2$. Determine la carga total sobre cada uno de los anillos. **{1997/1}**



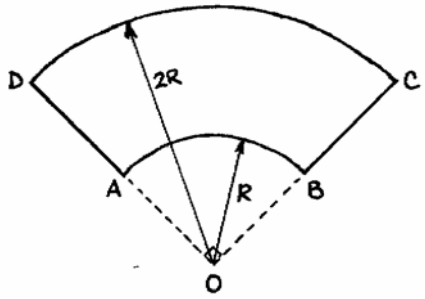
E 2.1.23. La figura muestra dos anillos circulares coplanares concéntricos, de radios R [m] y $2R$, sobre los cuales se distribuyen cargas totales Q>0 [C] y $-Q$, respectivamente. Sobre su eje, a distancias R y $2R$ del centro se ubican cargas puntuales Q y $-Q$, respectivamente. Calcule el trabajo que debe realizar el campo eléctrico para intercambiar la posición de las cargas puntuales. Explique claramente su procedimiento. **{1998/1}**



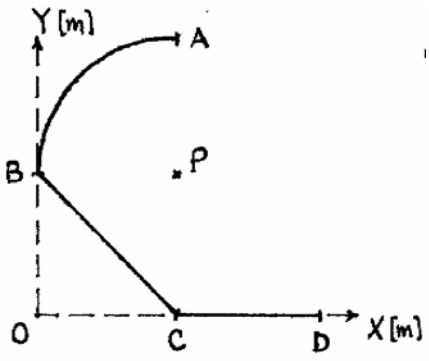
E 2.1.24. Considere el alambre ABCDA que muestra la figura, donde DA y BC son arcos de circunferencia tales que $\overline{OA} = \overline{OD} = \overline{AB} = \overline{DC} = R$ [m]. Sobre él se distribuye carga con densidad constante λ [C/m]. Calcule el potencial electrostático que produce en el centro O. **{1991/1}**



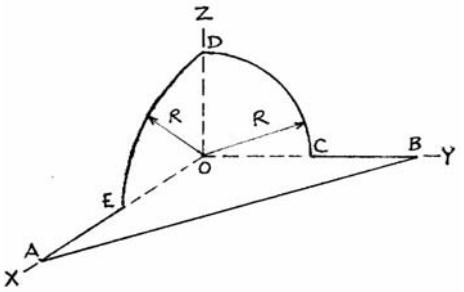
E 2.1.25. Considere el alambre ABCDA que muestra la figura, el que está formado por dos segmentos rectilíneos perpendiculares de longitudes $\overline{BC} = \overline{DA} = R$ [m] y por dos arcos de circunferencia, AB y CD, cuyos radios son R y $2R$, respectivamente. Si este alambre se carga uniformemente con una densidad λ [C/m], calcule el potencial electrostático que produce en el centro O. **{1993/1}**



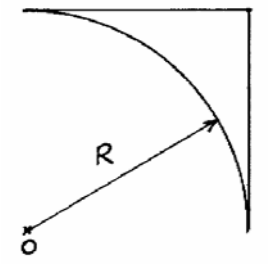
E 2.1.26. Considere los puntos A = (L,$2L$), B = (0,L), C = (L,0) y D = ($2L$,0), referidos al sistema de coordenadas XY que muestra la figura. Suponga que AB es un arco de circunferencia con centro en P = (L,L), mientras que BC y CD son trazos, estando toda la línea ABCD uniformemente cargada con una densidad λ [C/m]. Calcule el potencial electrostático en el punto P. **{1995/2}**



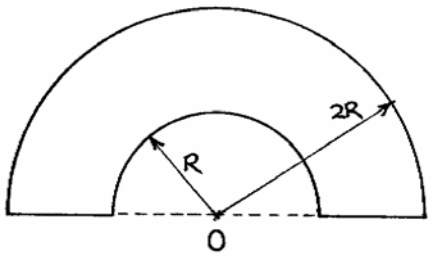
E 2.1.27. El alambre ABCDEA de la figura está uniformemente cargado con una densidad λ [C/m]. Suponga que CD y DE son cuartos de circunferencia de radio R [m] y que $\overline{BC} = \overline{EA} = R$. Calcule el potencial en el origen O, centro de las circunferencias. **{2000/1}**



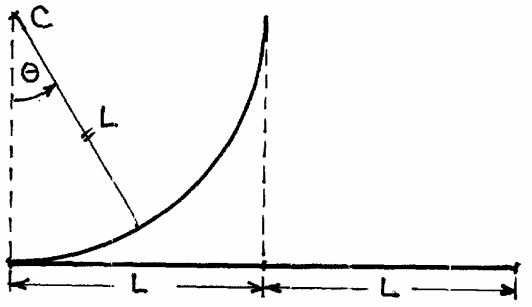
E 2.1.28. La figura muestra un alambre uniformemente cargado con una densidad λ [C/m], el cual está formado por dos segmentos rectilíneos perpendiculares, cada uno de longitud R [m], y por un cuarto de circunferencia de radio R. Calcule el potencial electrostático que produce esta distribución de carga en el centro O. **{2000/1}**



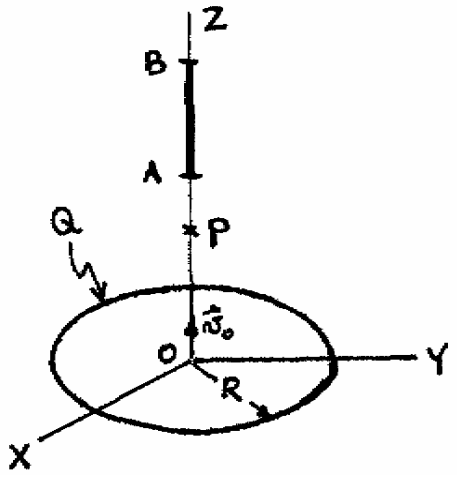
E 2.1.29. El alambre de la figura, formado por dos partes semicirculares de radios R [m] y $2R$ y por dos rectilíneas de longitud R, está uniformemente cargado con una densidad $\lambda > 0$ [C/m]. Calcule el trabajo realizado por el campo eléctrico para trasladar una carga puntual q [C] desde su centro hasta el infinito. Explique, interpretando el signo del resultado. **{2001/1}**



E 2.1.30. El alambre de la figura está formado por un cuarto de circunferencia de radio L [m], sobre el que se distribuye carga con una densidad que es directamente proporcional a $cos\theta$, y por el trazo AB, de longitud $2L$, sobre el que se distribuye una carga total Q [C] con una densidad que en cada punto es directamente proporcional a su distancia al extremo A. ¿Cuánta carga debe distribuirse sobre el arco de circunferencia, para que el potencial sea nulo en su centro C? **{2002/1}**



E 2.1.31. Una carga Q [C] se distribuye uniformemente sobre un anillo circular de radio R [m]. Sobre su eje se ubica un alambre rectilíneo de longitud $\overline{AB} = R$, a una distancia $\overline{OA} = 2R$ de su centro, como muestra la figura. Se desea saber cuánta carga debe distribuirse uniformemente sobre este alambre, para que una partícula de masa m [kg] y carga q [C], lanzada desde O con velocidad $\mathbf{v_0}$ [m/s], se detenga en el punto P tal que $\overline{OP} = 2\,\overline{PA}$. Analice el signo de esta carga y discuta la solución encontrada. **{1994/1**



E 2.2. CONDUCTORES EN EQUILIBRIO ELECTROSTÁTICO

E 2.2.01. Considere dos esferas conductoras, de radios R_1 [m] y R_2 [m], muy alejadas entre si. Si ambas se conectan mediante un hilo conductor y se cargan, calcule la razón σ_1/σ_2 entre las densidades con que se reparten las cargas sobre sus superficies. Comente el resultado obtenido. **{1992/2}**

E 2.2.02. Considere un cascarón esférico conductor de radio interior b [m] y radio exterior c [m], inicialmente cargado con una carga total $Q>0$ [C]. A continuación, en su centro se ubica una carga puntual $-Q$. Una vez restablecido el equilibrio, calcule: **(a)** La densidad con que se distribuye la carga sobre el cascarón conductor. **(b)** El potencial electrostático en todo el espacio. **{1994/1}**

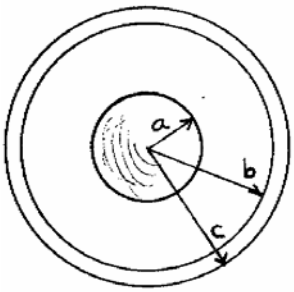
E 2.2.03. Considere un cascarón esférico de radios a [m] y b [m], concéntrico con otro de radios c [m] y d [m], como muestra la figura. Los cascarones son conductores y están inicialmente descargados. Si en el centro se ubica una carga puntual $q>0$ [C], encuentre cómo se reparten las cargas inducidas sobre las superficies de los cascarones. Además, calcule el potencial electrostático en todo el espacio. **{1992/2}**



E 2.2.04. Sea una esfera conductora de radio a [m]. Concéntrica con ella se dispone una capa esférica, también conductora, de radios $b>a$ y $c>b$. Sobre la primera se reparte una carga total $Q>0$ [C]. **(a)** ¿Con qué densidad se distribuye? Explique. **(b)** ¿Cuál es, entonces, el potencial electrostático en el interior de la capa esférica? **(c)** ¿Con qué rapidez debe dispararse un electrón (masa m_e [kg], carga q_e [C]) desde el centro, para que se detenga en el interior de la capa conductora? **{1993/2}**

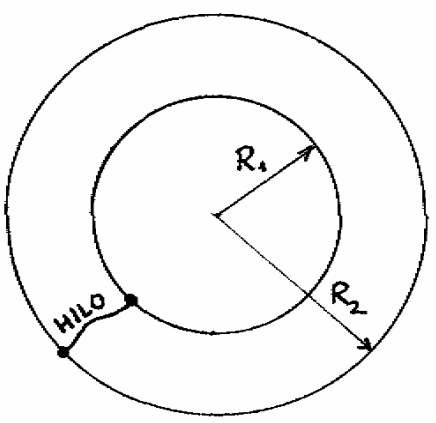
E 2.2.05. Considere dos capas esféricas conductoras muy delgadas, concéntricas, de radios R_1 [m] y $R_2>R_1$. Inicialmente cada una está cargada con cargas totales Q_1 [C] y Q_2 [C], respectivamente. **(a)** ¿Cómo se reparten estas cargas en las superficies interior y exterior de cada capa conductora? Justifique. Luego, en la región comprendida entre ellas se distribuye uniformemente una carga total Q [C]. **(b)** Una vez restablecido el equilibrio, ¿cómo quedan cargadas las capas conductoras? Justifique. Finalmente, la capa de radio R_2 se conecta a tierra. **(c)** ¿Cuál es el estado final de equilibrio? Explique bien. **{1997/1}**

E 2.2.06. Considere una esfera conductora de radio a [m], concéntrica con una capa esférica, también conductora, de radio interior b [m] y exterior c [m], como muestra la figura. La esfera de radio a tiene una carga total Q_0 [C] y la capa esférica una carga Q [C], del mismo signo que Q_0. **(a)** Calcule la diferencia de potencial entre las dos esferas. **(b)** ¿Qué ocurre si la esfera de radio a se conecta a tierra? **{1997/2}**



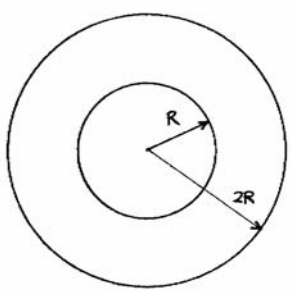
E 2.2.07. Dos superficies esféricas conductoras concéntricas, de radios R [m] y $2R$, se encuentran inicialmente descargadas. ¿Cómo quedan cargados ambos lados de estas superficies, si: **(a)** La región comprendida entre ellas se llena con una carga total Q [C] uniformemente distribuida? Explique. **(b)** A continuación ambas superficies se unen mediante un hilo conductor? Justifique. **{1999/1}**

E 2.2.08. Dos superficies esféricas conductoras concéntricas, de radios R_1 [m] y $R_2>R_1$, se encuentran conectadas mediante un hilo conductor (ver figura). **(a)** Si al sistema se le entrega una carga total Q [C], ¿cómo se reparte entre ambas superficies conductoras? Justifique su respuesta. **(b)** ¿Qué ocurre si a continuación el hilo se desconecta de R_1 y se conecta a tierra? Explique. **{1999/2}**

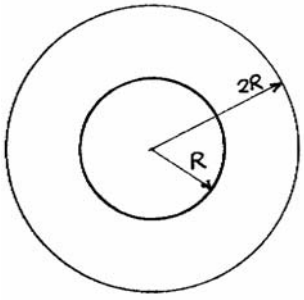


E 2.2.09. Dos superficies esféricas conductoras concéntricas, de radios R [m] y $2R$, tienen una carga total (las dos juntas) $Q>0$ [C]. En el centro de la distribución se coloca una carga puntual $2Q$, observándose que el campo eléctrico a una distancia $3R/2$ del centro viene dado por $Q/3\pi\varepsilon_0 R^2$ [N/C]. **(a)** ¿Cuánta carga hay a ambos lados de cada superficie esférica? Justifique. **(b)** ¿Qué ocurre si ahora ambas esferas se unen mediante un hilo conductor? Explique bien. **{2000/1}**

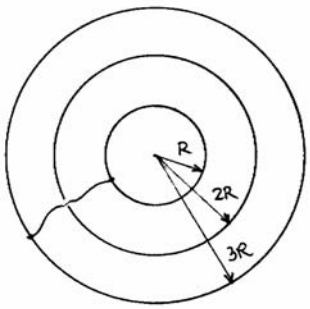
E 2.2.10. La figura muestra dos superficies esféricas conductoras concéntricas, de radios R [m] y $2R$. Inicialmente se encuentran con cargas totales Q [C] y 0, respectivamente. Luego se llena el volumen interior a la esfera de radio R con una carga total Q [C] uniformemente distribuida. A continuación, las dos superficies se conectan entre si. Finalmente se desconectan y la esfera de radio R se conecta a tierra. Ud. debe deducir y explicar cómo se distribuye la carga a ambos lados de cada una de las superficies, en cada uno de los cuatro estados de equilibrio señalados. **{2000/2}**



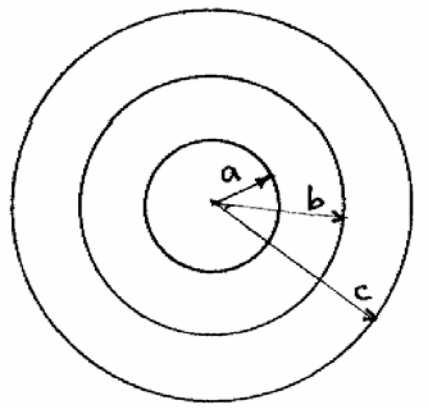
E 2.2.11. La figura muestra dos superficies esféricas conductoras concéntricas, de radios R [m] y $2R$. Inicialmente tienen cargas totales Q [C] y $-2Q$, respectivamente. ¿Cuánta carga queda a cada lado de ellas, si: **(a)** El volumen comprendido entre ellas se llena uniformemente con una carga total Q? **(b)** La esfera de radio R se conecta a tierra, a continuación de lo anterior? Explique y justifique. **{2001/1}**



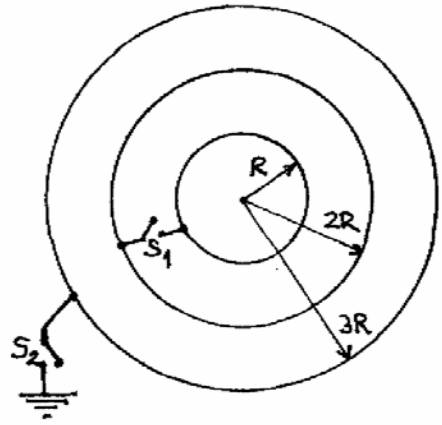
E 2.2.12. La figura muestra tres conductores esféricos delgados, concéntricos, de radios R [m], $2R$ y $3R$. Las superficies interna (R) y externa ($3R$) se interconectan mediante un fino hilo conductor que pasa a través de un pequeño orificio en la esfera intermedia, el cual no afecta la situación. Si sobre el conductor central se coloca una carga total $Q>0$ [C], ¿cómo se reparte a ambos lados de su superficie? ¿Cómo quedan cargadas las otras dos superficies conductoras? Se trata de deducir el resultado, haciendo cálculos adecuados. **{1996/2}**



E 2.2.13. Considere las tres superficies esféricas conductoras concéntricas, de radios a [m], b [m] y c [m] que muestra la figura. Inicialmente se encuentran con cargas totales $-Q$ [C], 0 y Q, respectivamente. Luego se coloca una carga puntual Q en el centro de la distribución. Finalmente, se conectan entre si las esferas de radios a y b. Ud. debe deducir y explicar cómo queda distribuida la carga a ambos lados de cada una de las superficies, en cada uno de los tres estados de equilibrio señalados. **{2000/2}**



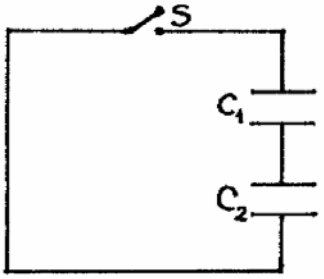
E 2.2.14. Considere las tres superficies esféricas conductoras concéntricas, de radios R [m], $2R$ y $3R$ que muestra la figura. Inicialmente se encuentran con cargas totales $Q>0$ [C], $-2Q$ y $3Q$, respectivamente. Calcule cómo se distribuye la carga a ambos lados de cada superficie al final de los siguientes procesos: **(a)** Se cierra el interruptor S_1. **(b)** A continuación se abre S_1 y se cierra S_2. Justifique sus respuestas y muestre sus cálculos. **{2001/1}**



E 2.3. CAPACITORES

E 2.3.01. Un capacitor de capacitancia C_1 [F] se carga hasta que la diferencia de potencial entre sus placas es V_0 [V]. Luego se conecta a un capacitor descargado, de capacitancia C_2 [F]. Obtenga la carga final en cada uno de ellos y la energía total del sistema, antes y después de establecer la conexión. **{1991/1}**

E 2.3.02. Dos capacitores, de capacitancias C_1 [F] y C_2 [F], están conectados como se muestra en la figura. Se sabe que antes de cerrar el interruptor S hay una diferencia de potencial V_1 [V] entre las placas de C_1, mientras que C_2 está descargado. **(a)** Calcule las cargas en cada capacitor después de cerrar S. **(b)** Compare las energías inicial y final. **{1994/2}**

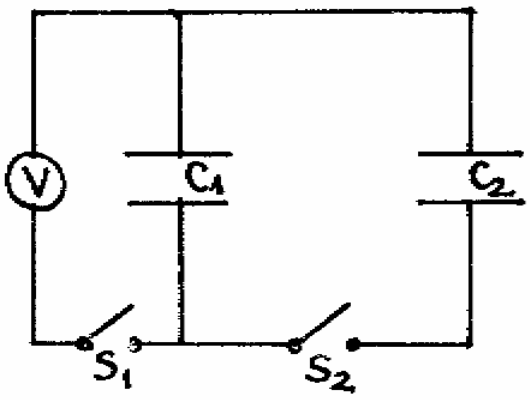


E 2.3.03. (a) ¿Cuántos capacitores de $1.0 \cdot 10^{-6}$ [F] deben conectarse en paralelo para poder almacenar una carga de 1.0 [C], cuando se les aplica una diferencia de potencial de 300 [V]? **(b)** Un capacitor de $6.0 \cdot 10^{-6}$ [F] se conecta en serie con otro de $4.0 \cdot 10^{-6}$ [F], y entre ellos se aplica una diferencia de potencial de 200 [V]. Halle la carga de cada capacitor y la diferencia de potencial entre sus placas. **{1995/1}**

E 2.3.04. Dos capacitores, de capacitancias C_1 = 2 [μF] y C_2 = 4 [μF], se cargan como una combinación en serie a través de una batería de 100 [V]. Luego los dos capacitores se desconectan de la batería, así como uno del otro. Ahora se conectan las placas positivas y las placas negativas entre si. **(a)** Calcule la carga final en cada capacitor. **(b)** Encuentre cómo cambió la energía del sistema. **{1996/1}**

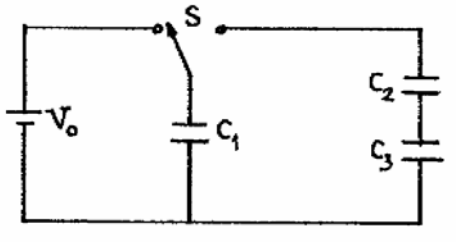
E 2.3.05. Un capacitor de 4 [μF] cargado a 400 [V] y otro de 6 [μF] cargado a 600 [V], se conectan de manera que la placa positiva de cada uno queda conectada a la negativa del otro. **(a)** ¿Con cuánta carga queda cada capacitor luego de hacer la conexión? **(b)** ¿Cuál es la diferencia de potencial final entre sus placas? **(c)** ¿En cuánto cambió la energía del sistema como consecuencia de la conexión? Explique bien. **{1997/1}**

E 2.3.06. Con respecto al circuito que muestra la figura, suponga que C_1 = 6 [μF], C_2 = 3 [μF] y V = 20 [V]. Primero se carga el capacitor C_1, cerrando el interruptor S_1. Luego se carga C_2 cerrando S_2. Ud. debe calcular la carga final (luego de cerrar S_2) de cada capacitor y el cambio en la energía del sistema, en las dos situaciones siguientes: **(a)** El interruptor S_1 permaneció cerrado. **(b)** El interruptor S_1 se abrió antes de cerrar S_2. **{1997/2}**

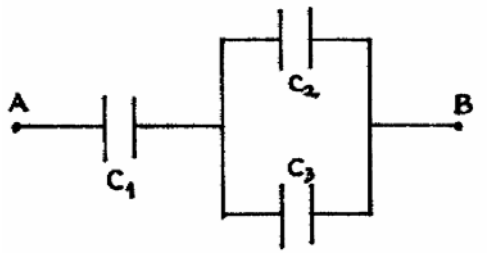


E 2.3.07. Dos capacitores descargados, de capacitancias C_1 = 1 [μF] y C_2 = 3 [μF], se conectan en paralelo con una batería que proporciona una diferencia de potencial de 12 [V]. Una vez cargados se desconectan entre si y de la batería, para luego conectarse entre si de manera que la placa positiva de C_1 queda unida a la negativa de C_2. **(a)** ¿Cuál es la diferencia de potencial final entre las placas de cada capacitor? **(b)** ¿En qué % cambió la energía del sistema al cambiar la conexión? Explique. **{1998/2}**

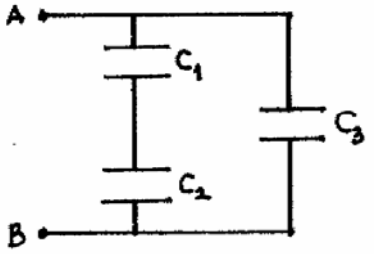
E 2.3.08. Cuando el interruptor S de la figura se mueve hacia la izquierda, las placas del capacitor C_1 adquieren una diferencia de potencial V_0, mientras los capacitores C_2 y C_3 permanecen descargados. Luego se mueve el interruptor hacia la derecha. **(a)** ¿Cuáles son las cargas finales Q_1, Q_2 y Q_3 en cada capacitor? **(b)** ¿Cómo cambió la energía del sistema al cambiar de posición el interruptor? Justifique su desarrollo. **{1991/1}**



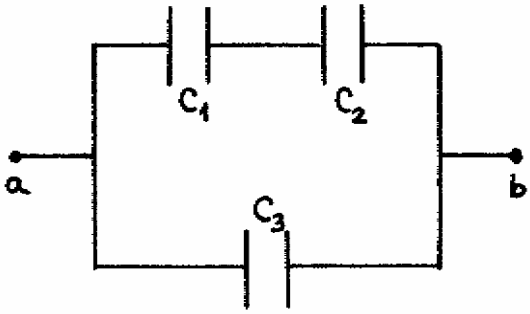
E 2.3.09. Con respecto a la situación que muestra la figura, suponga que $C_1 = 3 \cdot 10^{-6}$ [F], $C_2 = 2 \cdot 10^{-6}$ [F], $C_3 = 4 \cdot 10^{-6}$ [F] y que la diferencia de potencial entre los puntos A y B es 300 [V]. Encuentre la carga y la diferencia de potencial sobre cada capacitor, así como la energía del sistema. **{1992/1}**



E 2.3.10. Con respecto a la situación que muestra la figura, suponga que $C_1 = 1 \cdot 10^{-5}$ [F], $C_2 = 5 \cdot 10^{-6}$ [F], $C_3 = 4 \cdot 10^{-6}$ [F] y que la diferencia de potencial entre los puntos A y B es 100 [V]. Encuentre la carga y la diferencia de potencial sobre cada capacitor, así como la energía del sistema. **{1992/1}**

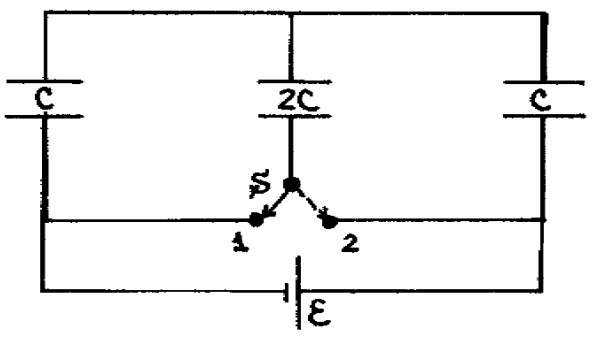


E 2.3.11. Con respecto al sistema que muestra la figura, suponga que $C_1 = 4.0$ [μF], $C_2 = 6.0$ [μF], $C_3 = 5.0$ [μF] y que la diferencia de potencial entre los puntos a y b es $V_a - V_b = -65$ [V]. Calcule: **(a)** La carga sobre cada capacitor, indicando el signo de ésta en cada placa. **(b)** La energía del sistema. **{1993/1}**



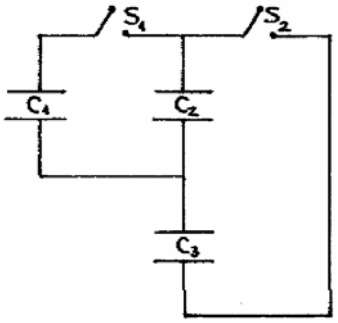
E 2.3.12. Tres capacitores, de capacitancias $1.5 \cdot 10^{-6}$ [F], $2.0 \cdot 10^{-6}$ [F] y $3.0 \cdot 10^{-6}$ [F] están conectados en serie y se les aplica una diferencia de potencial de 20 [V]. **(a)** Calcule la energía de este sistema y la carga que adquiere cada capacitor. **(b)** Si ahora los tres capacitores así cargados se desconectan entre si (y de la batería) y se conectan en paralelo uniendo las placas de igual signo, encuentre cómo cambian las cantidades calculadas en la pregunta anterior. **{1996/2}**

E 2.3.13. Considere los tres capacitores que muestra la figura, los que pueden cargarse mediante una batería que establece una diferencia de potencial $\mathcal{E}$ [V]. Calcule el cambio que experimenta la energía del sistema al pasar el interruptor S de la posición **1** a la posición **2**. Interprete su resultado. **{1996/2}**

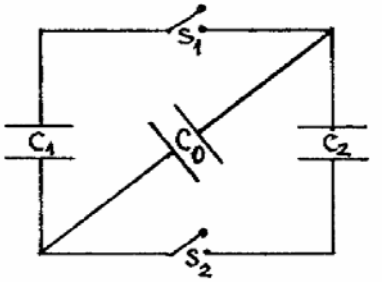


E 2.3.14. Con tres capacitores, cada uno de capacitancia C_0 [F], se forman las siguientes configuraciones: 1ª) Dos de ellos, conectados en paralelo, se conectan en serie con el tercero. 2ª) Dos de ellos conectados en serie, se conectan en paralelo con el tercero. Entre los extremos de cada distribución se establece una diferencia de potencial V_0 [V]. **(a)** ¿Cuál es la energía de cada distribución? **(b)** Indique qué capacitores quedaron con la mayor y con la menor cantidad de carga, calculando éstas. Ha-ga dibujos y explique bien. **{1998/2}**

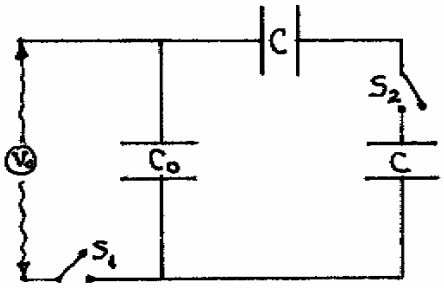
E 2.3.15. En el estado inicial que muestra la figura, los capacitores de capacitancias C_1 [F] y C_3 [F] están descargados, mientras que el de capacitancia C_2 [F] está a una diferencia de potencial V_0 [V]. Si se cierran simultáneamente los interruptores S_1 y S_2, **(a)** ¿Cuál es la carga final de cada capacitor? **(b)** ¿Cómo cambia la energía del sistema? Calcule el % de cambio para $C_1 = C_2 = C_3 = C$. **{1999/2}**



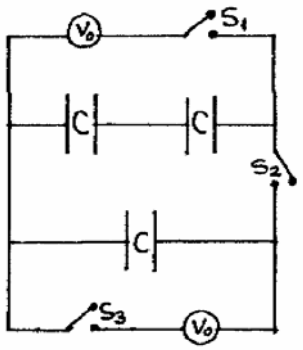
E 2.3.16. En la figura el capacitor de capacitancia C_0 [F] está cargado con una carga Q [C], mientras que los otros dos, de capacitancias C_1 [F] y C_2 [F], se encuentran descargados. Luego se cierra el interruptor S_1. Calcule la carga final en cada uno de los tres capacitores, si se cierra S_2: **(a)** Abriendo primero S_1. **(b)** Dejando cerrado S_1. Explique. **{2000/1}**



E 2.3.17. Con respecto al circuito de la figura, primero se carga C_0 cerrando el interruptor S_1 (diferencia de potencial V_0 [V]). Luego se abre S_1 y se cierra S_2. **(a)** ¿Cuál es ahora la carga en cada capacitor? A continuación se vuelve a cerrar S_1, sin abrir S_2. **(b)** ¿Cuál es la carga final en cada capacitor? Explique bien. **{2000/1}**



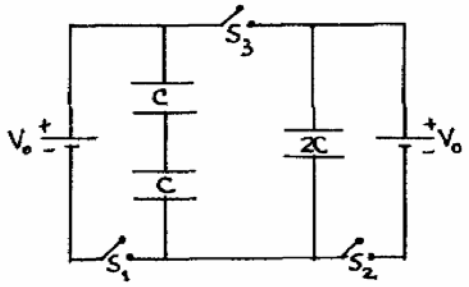
E 2.3.18. La figura muestra tres capacitores de igual capacitancia C [F], los cuales se pueden conectar a dos baterías que proporcionan la misma diferencia de potencial V_0 [V], mediante los tres interruptores S_1, S_2 y S_3. Calcule la energía del sistema al final de cada uno de los procesos consecutivos siguientes: **(a)** Se cierra S_1. **(b)** Se abre S_1 y se cierra S_2. **(c)** Se cierra S_3. Explique bien.**{2000/2}**



E 2.3.19. Tres capacitores de igual capacitancia C [F] se conectan en serie con una batería que proporciona una diferencia de potencial V_0 [V]. Luego se desconectan entre si y de la batería. Estando así cargados se conectan en paralelo, uniendo las placas que tienen carga del mismo signo. **(a)** Calcule el % en que varió la energía del sistema. **(b)** ¿En qué % cambió la carga de cada capacitor? Explique bien. **{2000/2}**

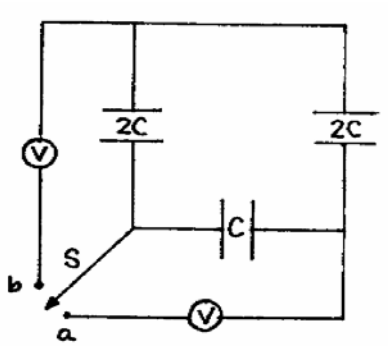
E 2.3.20. Tres capacitores, de capacitancias C [F], $2C$ y $3C$, se conectan en serie y se cargan estableciendo una diferencia de potencial V_0 [V] entre sus extremos. Luego se desconectan y se conectan en paralelo uniendo entre si las placas de igual signo. ¿Cuál es la diferencia de potencial final? Explique. **{2001/1}**

E 2.3.21. Tres capacitores, de capacitancias C [F], C y $2C$, se conectan en la forma que muestra la figura. Primero se cargan cerrando los interruptores S_1 y S_2, quedando conectados a baterías que proporcionan una diferencia de potencial V_0 [V]. Luego se abren estos interruptores y se cierra S_3. ¿Cuál es la diferencia de potencial final entre las placas de cada capacitor? Explique bien. **{2001/1}**

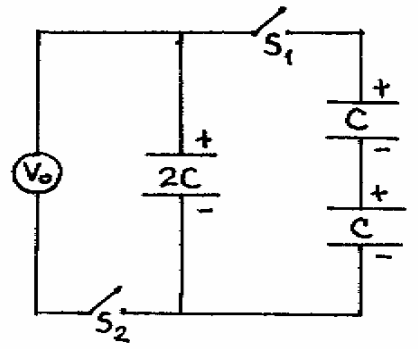


E 2.3.22. Tres capacitores, de capacitancias C [F], C y $2C$, se conectan en serie y se cargan conectando los extremos del sistema a una batería que proporciona una diferencia de potencial V_0 [V]. Luego se desconectan entre si y de la batería. Así cargados ahora se conectan en paralelo, uniendo entre si las placas de igual signo. Calcule, en ambos casos, la carga de cada capacitor y la energía almacenada en el sistema. Explique bien, haciendo dibujos. **{2001/2}**

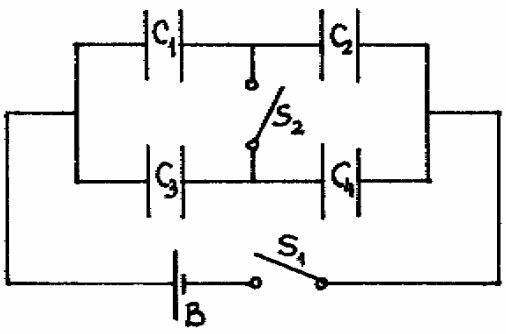
E 2.3.23. Tres capacitores, de capacitancias C [F], $2C$ y $2C$, están dispuestos como se ve en la figura. El interruptor S puede conectar el sistema a baterías que proporcionan una diferencia de potencial V [V]. Primero se conecta al punto a; luego se desconecta de a y se conecta a b. **(a)** ¿Cuál es la carga de cada capacitor al final de cada acción? **(b)** ¿Cuál es la energía del sistema en cada caso? **{2002/1}**



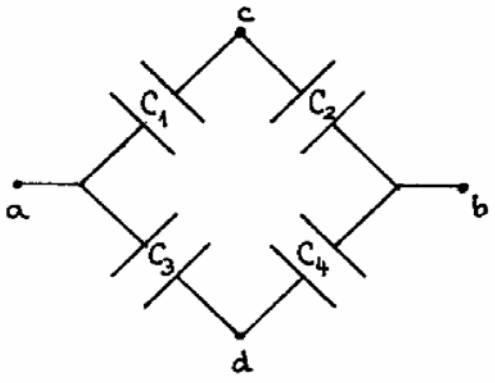
E 2.3.24. Tres capacitores, de capacitancias C [F], C y $2C$, inicialmente cargados con la misma carga Q [C], se disponen en la forma que muestra la figura. **(a)** Encuentre la diferencia de potencial entre las placas de cada uno, luego de cerrar el interruptor S_1. **(b)** Si a continuación se cierra S_2, ¿con cuánta carga queda cada capacitor? Justifique. **{2002/2}**



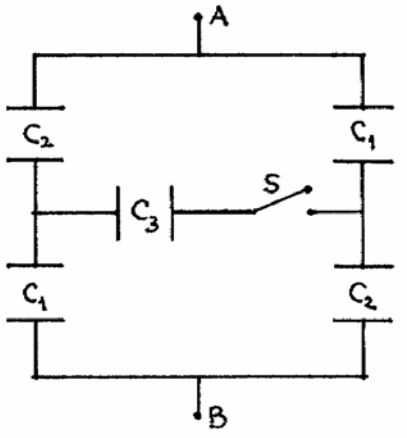
E 2.3.25. Con respecto a la situación que muestra la figura, suponga que $C_1 = C_4 = 1$ [μF], $C_2 = C_3 = 3$ [μF]. Primero se cierra S_1 para cargar los capacitores mediante la batería B que suministra 12 [V]. Luego se cierra S_2. Calcule cómo cambia la energía del sistema, si: **(a)** S_1 permanece cerrado. **(b)** S_1 se abre. Analice sólo <u>uno</u> de estos casos. **{1992/2}**



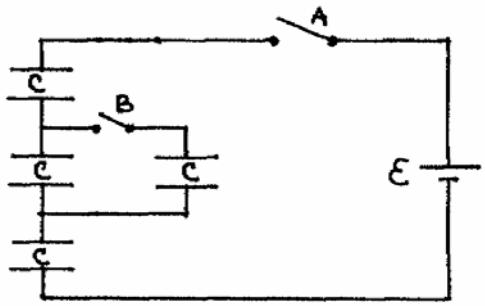
E 2.3.26. Entre los puntos *a* y *b* del sistema de capacitores que muestra la figura se establece una diferencia de potencial V_0 [V]. **(a)** ¿Cuál es su capacitancia equivalente entre esos puntos? **(b)** ¿Qué diferencia de potencial existe entre los puntos *c* y *d*? **(c)** ¿Qué ocurre si $C_1C_4 = C_2C_3$? **{1993/2}**



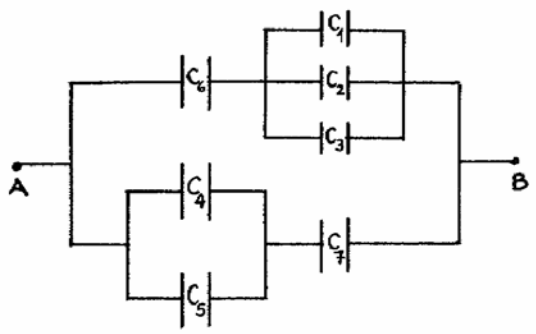
E 2.3.27. Con respecto al circuito de la figura, suponga que $C_1 = 1$ [F], $C_2 = 2$ [F], $C_3 = 3$ [F], $V_A - V_B = 12$ [V]. **(a)** Encuentre la carga y la diferencia de potencial en cada capacitor, cuando el interruptor S está abierto. **(b)** Calcule en qué % cambia la energía del sistema si S se cierra. **{1994/1}**



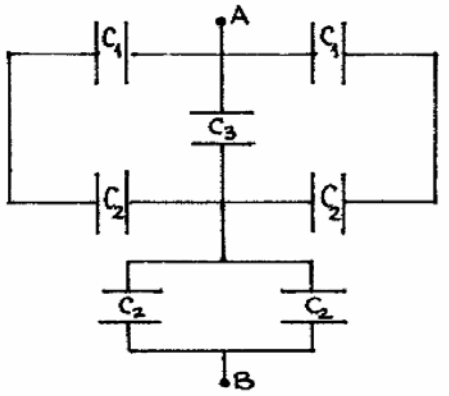
E 2.3.28. En la figura los cuatro capacitores tienen la misma capacitancia *C* [F], mientras la batería establece una diferencia de potencial $\mathcal{E} = 900$ [V]. Primero el interruptor B se mantiene abierto, mientras A está cerrado. Luego A se abre y B se cierra. ¿Cuál es, entonces, la diferencia de potencial en cada uno de los capacitores? Justifique su desarrollo. **{1995/2}**



E 2.3.29. Con respecto al sistema de capacitores de la figura, suponga que $C_1 = 1$ [μF], $C_2 = 2$ [μF], $C_3 = 3$ [μF], $C_4 = 4$ [μF], $C_5 = 5$ [μF], $C_6 = 12$ [μF], $C_7 = 18$ [μF]. Si entre los puntos A y B se establece una diferencia de potencial de 120 [V], **(a)** ¿Cuánta energía se almacena en todo el sistema? **(b)** ¿Cuál es la carga del capacitor C_4? ¿Y la diferencia de potencial entre sus placas? **{1993/2}**



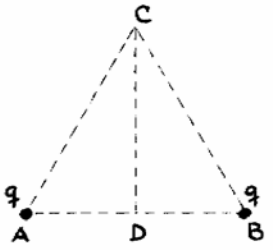
E 2.3.30. Con respecto al sistema de capacitores de la figura, suponga que $C_1 = 5$ [μF], $C_2 = 10$ [μF], $C_3 = 2$ [μF]. **(a)** Encuentre su capacitancia equivalente. Si la diferencia de potencial entre los puntos A y B es 60 [V], **(b)** ¿Cuál es la carga en el capacitor C_3? **(c)** ¿Cuál es la energía del sistema? **{1996/1}**



E 2.4. EJERCICIOS VARIOS

E 2.4.01. Sobre los vértices de un triángulo equilátero de lado L [m] se ubican cargas puntuales $q_1 = q$ [C], $q_2 = -q$ y $q_3 = 2q$. Calcule el trabajo que debe realizar un agente externo para traer una carga puntual $q_4 = -2q$, en equilibrio, desde el infinito hasta su centro. Respalde sus cálculos con las explicaciones necesarias. **{1992/1}**

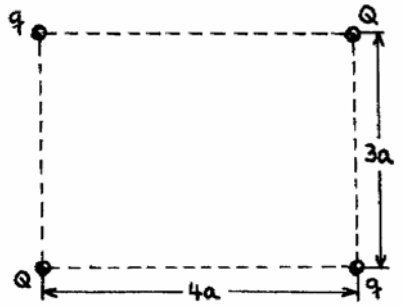
E 2.4.02. El triángulo equilátero ABC que muestra la figura tiene lado L [m] y D es el punto medio del lado AB. En los vértices A y B se ubican cargas puntuales $q>0$ [C]. **(a)** Calcule el trabajo que debe realizar un agente externo para trasladar, en equilibrio, una carga puntual $-q$ desde C hasta D. Interprete el signo del resultado. **(b)** ¿Cuál es el potencial en C luego de que $-q$ llegó al punto D? **{1993/2}**



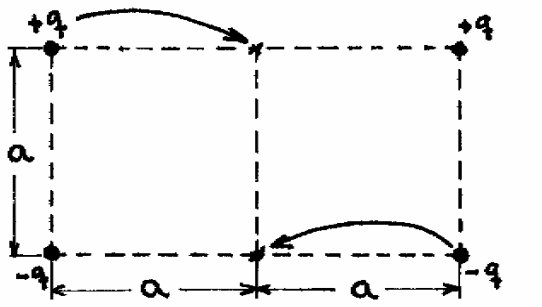
E 2.4.03. Dos cargas puntuales positivas de q [C] y una $-q$ se encuentran sobre los vértices de un triángulo equilátero de lado L [m]. ¿En qué % cambia la energía del sistema, si las cargas se trasladan, en equilibrio, a los vértices de un triángulo rectángulo isósceles con catetos de longitud $2L$, de modo que la carga negativa quede en el vértice opuesto a la hipotenusa? Haga dibujos, explique bien y use $\sqrt{2}$ =1.4. **{1995/1}**

E 2.4.04. (a) Encuentre una distribución de tres cargas puntuales, separadas por distancias finitas, que tenga una energía potencial electrostática nula. **(b)** Verifique que su elección es correcta y explique qué significa que ocurra esto. **(c)** Cuénteme cómo se le ocurrió encontrarla. **{1993/2}**

E 2.4.05. Considere cuatro cargas puntuales, dos de ellas de Q [C] y dos de q [C], ubicadas en los vértices de un rectángulo de lados $4a$ [m] y $3a$, como muestra la figura. **(a)** Demuestre que no es necesario realizar trabajo para intercambiar las cargas Q con las q. Explique. **(b)** Calcule el trabajo que debe realizar un agente externo para cambiar estas cuatro cargas a los vértices de un cuadrado de igual área, disponiéndolas en la misma forma. **{1993/1}**

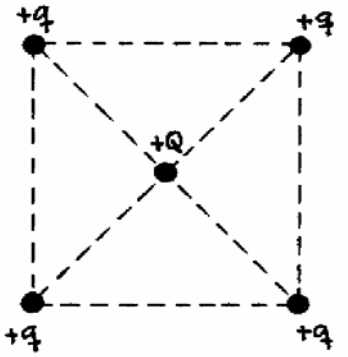


E 2.4.06. Con respecto a la distribución de cargas que muestra la figura, calcule el trabajo que debe realizar un agente externo para trasladar a los vértices vacíos las cargas $+q$ y $-q$, en equilibrio, según indican las flechas. Interprete el signo del resultado. **{1992/2}**

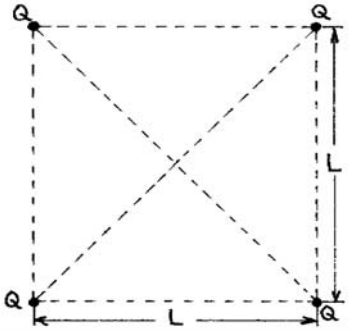


E 2.4.07. Se tienen las cinco cargas puntuales siguientes, ubicadas en los puntos (x,y) que se indican: $Q_1 = +Q$ en (–3,0), $Q_2 = -Q$ en (–3,–4), $Q_3 = +Q$ en (3,0), $Q_4 = -Q$ en (3,4) y $Q_5 = -Q$ en (0,0), donde $Q>0$ se mide en [C] y las coordenadas están en [m]. Encuentre el trabajo que debe realizarse para trasladar Q_5, en equilibrio, hasta el infinito. Justifique quién realiza este trabajo y señale otro método por el cual se pueda hacer este cálculo. **{1991/1}**

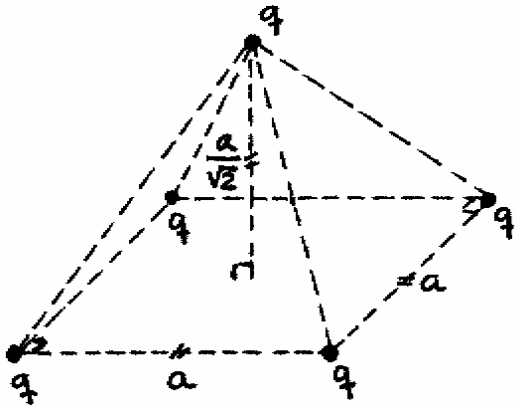
E 2.4.08. Considere la distribución de cargas puntuales positivas que muestra la figura, sobre los vértices y en el centro de un cuadrado de lado a [m]. **(a)** ¿Qué trabajo debió realizar un agente externo para formar esta distribución, trayendo las cargas (en equilibrio) desde el infinito? **(b)** ¿Para qué valor de Q este trabajo duplica al realizado para traer esta carga, en equilibrio, desde el infinito hasta el centro del cuadrado? **{1992/2}**



E 2.4.09. La figura muestra cuatro cargas puntuales, cada una de Q [C], ubicadas en los vértices de un cuadrado de lado L [m]. **(a)** ¿Qué carga puntual q debe traer un agente externo, en equilibrio, desde el infinito hasta el centro del cuadrado, para realizar un trabajo igual al necesario para formar este conjunto de cuatro cargas? **(b)** ¿Qué trabajo debe realizar el agente externo para ubicar estas cuatro cargas en los vértices de un cuadrado que tenga la mitad del área? **{1999/2}**

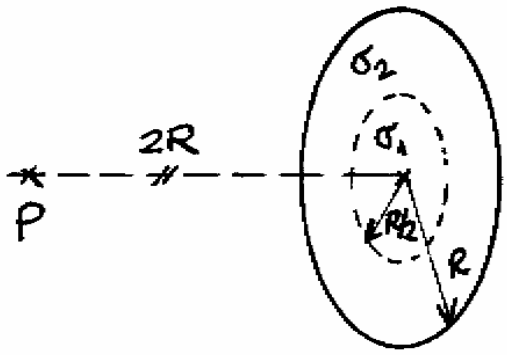


E 2.4.10. Cinco cargas puntuales iguales, de q>0 [C], se encuentran ubicadas en los vértices de una pirámide de base cuadrada de lado a [m] y altura $a/\sqrt{2}$, como se indica en la figura. **(a)** Calcule el trabajo que Ud. debe realizar para llevar la carga del vértice "superior", en equilibrio, hasta el infinito. **(b)** ¿Qué trabajo debe realizar el campo para traer ahora esta carga desde el infinito hasta el centro del cuadrado? Sea preciso en los signos e interprete sus resultados. **{1994/1}**

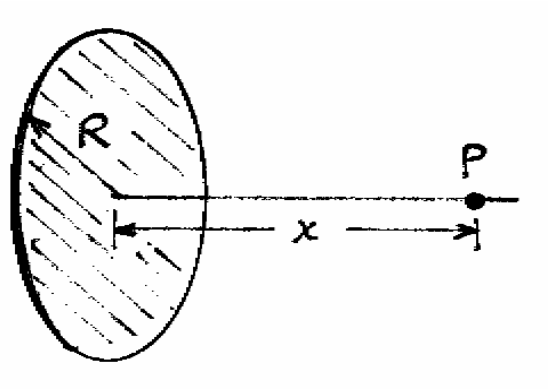


E 2.4.11. (a) Calcule el trabajo que Ud. debe realizar para ubicar ocho cargas puntuales iguales en los vértices de un cubo de lado L [m], trayéndolas en equilibrio desde el infinito. **(b)** ¿Qué carga debe poner en el centro del cubo, para que la energía de configuración se duplique? **{1994/1}**

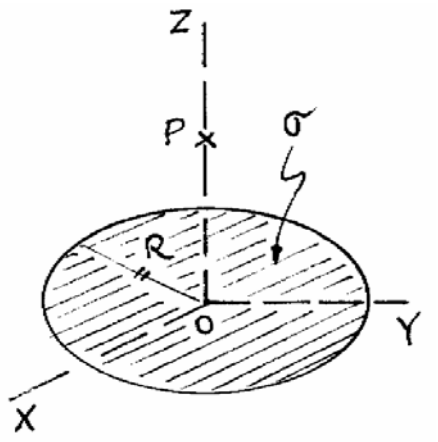
E 2.4.12. El disco circular de radio R [m] de la figura está cargado con una densidad $\sigma = \sigma_1$ si $0 \le r < R/2$ y $\sigma = \sigma_2$ si $R/2 < r \le R$, donde σ_1 [C/m^2] y σ_2 [C/m^2] son constantes positivas. Una partícula de masa m [kg] y carga q [C] se deja en reposo en el punto P, sobre el eje del disco, a una distancia $2R$ de su centro. ¿Con qué rapidez llega a este último punto? ¿Qué ocurre si $\sigma_2 = -\sigma_1$? **{1997/1}**



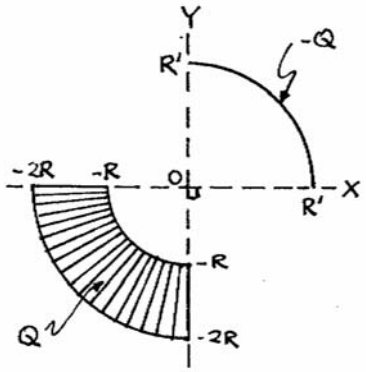
E 2.4.13. Un disco de radio R [m] tiene una densidad de carga $\sigma = C\,\mathrm{r}$ [C/m^2], donde C es una constante positiva y r es la distancia medida desde el centro (ver figura). **(a)** Calcule el potencial electrostático en un punto axial P, a una distancia x [m] del centro. **(b)** Una partícula de masa m [kg] y carga igual a la del disco se lanza desde P con velocidad $\mathbf{v_P}$ [m/s] hacia el centro. ¿Con qué rapidez llega a este punto? **{1996/1}**



E 2.4.14. El disco circular de radio R [m] de la figura está cargado con una densidad $\sigma = \sigma_0(1 - R/\mathrm{r})$ [C/m^2], con $\sigma_0 > 0$, siendo r [m] la distancia de un punto cualquiera del disco a su centro O. **(a)** Demuestre que el potencial en el punto P sobre su eje ($\overline{OP} = R$) es, aproximadamente, $V = Q/4\pi\varepsilon_0 R$ [V], siendo Q [C] la carga total del disco, si se usa la aproximación $ln(1+\sqrt{2}) = \sqrt{2} - 1/2$. **(b)** ¿Hacia dónde se moverá una carga puntual q>0 [C], dejada en reposo en P? Justifique su respuesta. **{1998/2}**



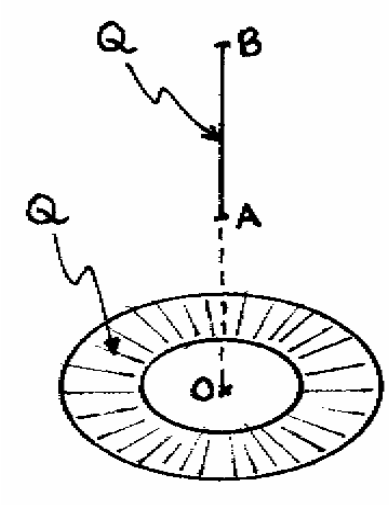
E 2.4.15. Sobre el sector circular que se observa en la figura, limitado por los arcos de circunferencia de radios R [m] y $2R$, se distribuye uniformemente una carga total Q>0 [C]. Sobre el arco de radio R' [m] se reparte una carga total $-Q$. Determine qué valor debe tener R' para que cualquier carga puntual ubicada en el centro O, no tenga energía potencial electrostática. **{1996/2}**



E 2.4.16. Una carga Q>0 [C] se reparte uniformemente sobre la superficie comprendida entre dos circunferencias coplanares concéntricas de radios R_1 [m] y R_2>R_1. **(a)** Calcule el potencial electrostático que produce en un punto cualquiera sobre su eje. **(b)** ¿Con qué rapidez debe lanzarse una partícula de masa m [kg] y carga q [C], ubicada sobre su eje a una distancia h [m] del centro, para que se detenga en el centro? Justifique el signo de q. **(c)** ¿Qué trabajo debe realizar un agente externo para trasladar q, en equilibrio, desde un punto sobre el eje hasta otro equidistante del disco, al otro lado de éste? Explique. **{1995/1}**

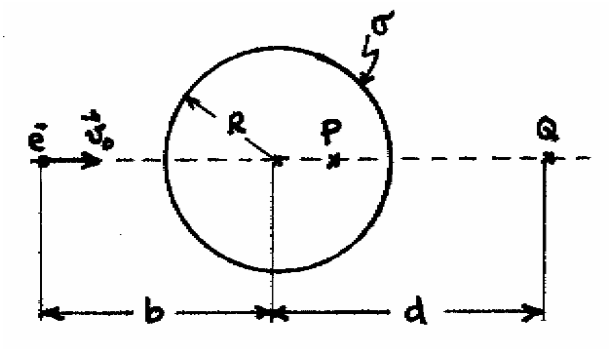
E 2.4.17. La región comprendida entre dos circunferencias coplanares concéntricas, de radios R [m] y $2R$, se carga con una densidad que es inversamente proporcional a la distancia desde el centro, de manera que la carga total es Q [C]. ¿Con qué rapidez v_0 debe lanzarse una partícula de masa m [kg] y carga Q, desde un punto sobre el eje a $2\sqrt{2}\,R$ del centro, para que llegue a este punto con un 25% menos de energía cinética? **{1996/2}**

E 2.4.18. Tanto la "golilla plana" de radios R [m] y $2R$, como el alambre rectilíneo AB de longitud $2R$, tienen una carga total Q [C] uniformemente distribuida. Suponga que $\overline{OA} = 2R$ (ver figura). **(a)** ¿Qué trabajo debe realizarse para llevar una carga puntual Q desde el punto medio de OA hasta el infinito? Explique y comente. **(b)** Si una partícula de masa m [kg] y carga Q [C] se deja en reposo en este punto medio, decida hacia dónde se mueve y cómo llega a O. (Use las aproximaciones: $1/4\pi\varepsilon_0 = 9.0\cdot 10^9\,[Nm^2/C^2]$, $ln2 = 0.7$, $ln3 = 1.1$, $\sqrt{5}-\sqrt{2} = 0.8$). **{1998/2}**

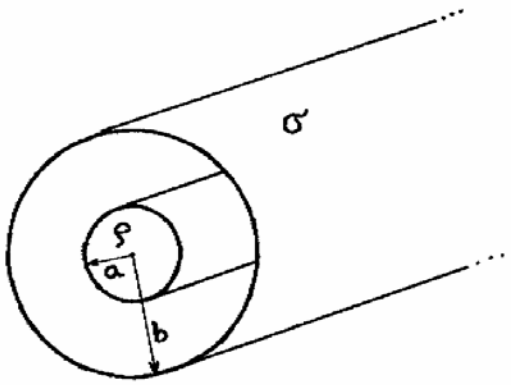


E 2.4.19. Una volumen esférico de radio b [m], uniformemente cargado con una densidad $\rho > 0$ [C/m^3], tiene un hueco concéntrico de radio a [m], en cuyo centro se coloca una carga puntual $-q$ [C]. Calcule el trabajo que debe realizar el campo para traer una carga puntual $+q$ desde el infinito hasta el interior, a una distancia $a/2$ del centro. **{1991/1}**

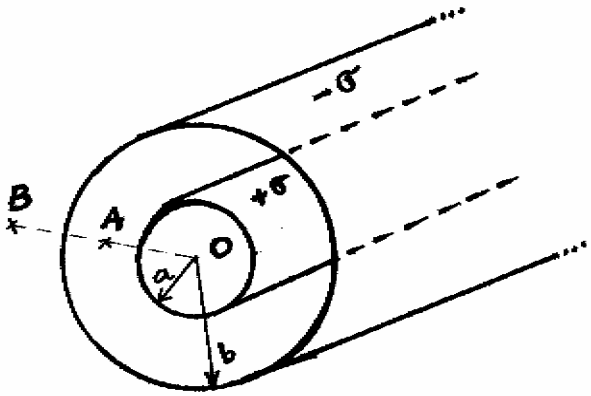
E 2.4.20. Un electrón se dispara con velocidad $\mathbf{v_0}$ [m/s] diametralmente hacia una superficie esférica de radio R [m], cargada uniformemente con una densidad $\sigma > 0$ [C/m^2], desde una distancia b [m] de su centro (ver figura). **(a)** ¿Qué velocidad lleva el electrón al pasar por el punto P? **(b)** ¿A qué distancia d del centro está el punto Q, donde el electrón se detiene? **{1992/2}**



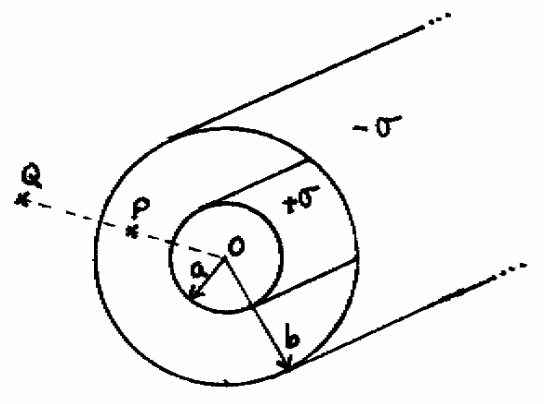
E 2.4.21. Dos cilindros concéntricos muy largos, de radios a [m] y b [m], están uniformemente cargados con densidades ρ [C/m^3] y σ [C/m^2], respectivamente, como se ve en la figura. Calcule el potencial electrostático en todo el espacio. **{1991/1}**



E 2.4.22. Se dispone de dos cascarones cilíndricos muy largos, coaxiales, de radios a [m] y b [m], uniformemente cargados con densidades $+\sigma$ [C/m^2] y $-\sigma$ [C/m^2], respectivamente (ver la figura). Calcule la diferencia de potencial $V_A - V_B$ entre los puntos A y B, si $\overline{OA} = a+(b-a)/2$ y $\overline{OB} = b+(b-a)/2$. **{1992/1}**

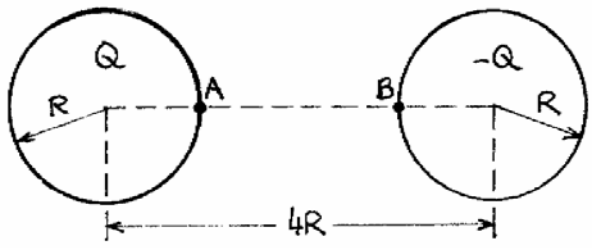


E 2.4.23. Se dispone de dos cascarones cilíndricos muy largos, coaxiales, de radios a [m] y b [m], uniformemente cargados con densidades $+\sigma$ [C/m^2] y $-\sigma$ [C/m^2], respectivamente (ver la figura). Calcule la diferencia de potencial $V_P - V_Q$ entre los puntos P y Q, si $\overline{OQ}/\overline{OP} = 4$ y $b/\overline{OP} =$ e (=2.718...). **{1992/2}**



E 2.4.24. La región comprendida entre dos largos cilindros coaxiales, de radios R [m] y $2R$, se llena con carga distribuida con una densidad $\rho = k/r$ [C/m^3], donde k es una constante positiva y r es la distancia medida radialmente desde el eje. **(a)** Encuentre la diferencia de potencial entre las dos superficies cilíndricas. **(b)** Calcule la energía por unidad de longitud almacenada en el espacio limitado por estas dos superficies. **{1999/2}**

E 2.4.25. La figura muestra dos esferas de radio R [m], con cargas totales $Q>0$ [C] y $-Q$ distribuidas uniformemente a través de sus volúmenes. Si la distancia entre sus centros es $4R$, calcule la diferencia de potencial entre los puntos A y B, ubicados en sus superficies sobre la recta que une sus centros. Explique bien. **{2001/1}**



E 2.4.26. A través del volumen de una esfera de radio R [m] se distribuye una carga total Q [C] con una densidad $\rho = a$ [C/m^3], si $r \le R/2$ y $\rho = 2a\,(1 - r/R)$ [C/m^3], si $R/2 \le r \le R$, donde a es una constante positiva y r es la distancia medida desde el centro de la esfera. **(a)** Exprese la constante a en función de Q y R. **(b)** Encuentre la diferencia de potencial entre las superficies $r = R/2$ y $r = R$. **{1998/1}**

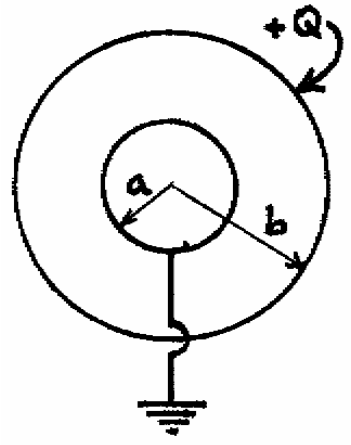
E 2.4.27. Considere dos superficies esféricas concéntricas de radios R [m] y $2R$. En la región comprendida entre ellas se distribuye una carga total Q [C], con una densidad que es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia a su centro. Calcule: **(a)** La diferencia de potencial entre ambas superficies. **(b)** La energía de configuración de esta distribución de carga. **{2000/2}**

E 2.4.28. A través de un volumen esférico no conductor de radio R [m] se distribuye una carga total $Q>0$ [C]. Luego se ubica una delgada capa esférica conductora de radio $2R$, inicialmente descargada, concéntrica con el volumen esférico. **(a)** Encuentre la carga inducida sobre la capa esférica, explicando claramente lo que sucede. **(b)** ¿Qué ocurre si ahora esta capa conductora se conecta a tierra? Vuelva a explicar y a calcular las cargas inducidas. **(c)** ¿Cómo cambió la energía del sistema entre (a) y (b)? Explique. **{1995/1}**

E 2.4.29. Considere una esfera conductora de radio R_1 [m], la que tiene una cavidad central de radio R_2 [m]. Inicialmente el conductor está cargado con una carga total $Q<0$ [C] y luego se ubica una carga puntual de valor $-Q$ en el centro de la cavidad. **(a)** Calcule la carga final sobre las superficies interna y externa del conductor. **(b)** Encuentre el potencial electrostático en todo el espacio. **(c)** Explique cómo se distribuye la carga en cada superficie del conductor si ahora éste se conecta a tierra. **{1996/2}**

E 2.4.30. Considere un conductor esférico de radios a [m] y $b>a$, inicialmente cargado con un carga total $Q>0$ [C]. En el espacio esférico de radio a se distribuye una carga igual, pero con una densidad que es directamente proporcional a la distancia r al centro. **(a)** Calcule el potencial en el centro de la distribución. **(b)** Encuentre cómo cambia la energía de configuración del sistema, si el conductor se conecta a tierra. Explique e interprete. **(c)** Haga dibujos que muestren cómo va cambiando la distribución de carga en el conductor en cada etapa. **{1997/2}**

E 2.4.31. Considere las dos superficies conductoras esféricas concéntricas, de radios a [m] y b [m], que muestra la figura. Sobre la superficie exterior se distribuye uniformemente una carga total $Q>0$ [C]. Calcule la carga inducida en la superficie interior, si está conectada a tierra. Luego, encuentre la energía almacenada en la región comprendida entre las dos esferas. **{1992/1}**

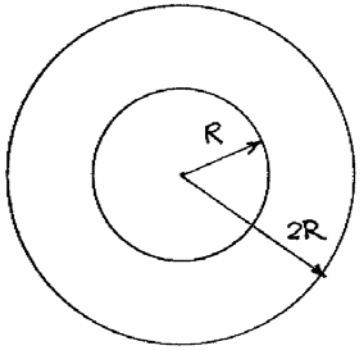


E 2.4.32. Se tienen dos cascarones conductores esféricos, uno de ellos de radios a [m] y $b>a$, siendo $c>$b y $d>c$ los radios del otro. Inicialmente se cargan con cargas netas Q_1 [C] y Q_2 [C], respectivamente. Luego se colocan en forma concéntrica, alcanzándose un nuevo estado de equilibrio. Calcule: **(a)** La densidad con que se reparte la carga en las superficies interna y externa de cada cascarón. **(b)** La energía almacenada en la región comprendida entre ambas esferas. **{1993/1}**

E 2.4.33. Considere una esfera conductora de radio a [m], concéntrica con una capa esférica, también conductora, de radios $b>a$ y $c>b$. En su estado de equilibrio inicial están cargadas con cargas totales $Q_1>0$ [C] y $Q_2>0$ [C], respectivamente. **(a)** Calcule las densidades de carga sobre las superficies r = a, r = b y r = c. **(b)** Encuentre la energía de esta configuración. **(c)** Explique claramente qué ocurre si la capa conductora se conecta a tierra. **{1995/1}**

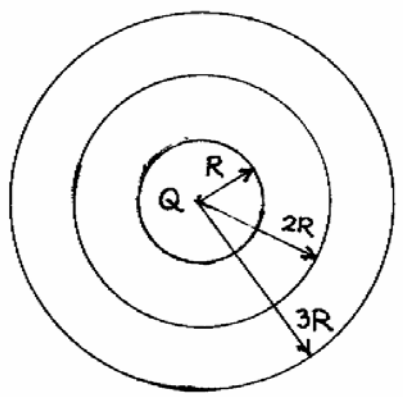
E 2.4.34. Considere dos esferas conductoras concéntricas, de radios R [m] y $2R$, cada una de ellas con una carga total $Q>0$ [C] sobre su superficie. En el centro se ubica una carga puntual del mismo valor Q. **(a)** Encuentre cómo se distribuye la carga a ambos lados de cada superficie esférica. Justifique. Ahora la superficie de radio $2R$ se conecta a tierra. **(b)** Calcule el cambio en la energía almacenada en el exterior ($r>2R$), como consecuencia de la conexión a tierra. Explique. **{2000/1}**

E 2.4.35. La figura muestra dos superficies esféricas conductoras concéntricas, de radios R [m] y $2R$. En el volumen limitado por la primera se distribuye una carga total Q [C] con una densidad que en cada punto es directamente proporcional a su distancia r al centro. Dichas superficies se cargan con cargas totales $-3Q$ y $2Q$, respectivamente. A continuación, se conectan entre si mediante un hilo conductor. **(a)** Indique cuánta carga queda a ambos lados de cada superficie antes y después de interconectarlas. Justifique cada una de sus respuestas. **(b)** ¿En cuánto cambió la energía de configuración del sistema, luego de conectar las superficies entre si? **{2001/2}**



E 2.4.36. Considere dos superficies esféricas conductoras concéntricas, de radios R [m] y $2R$. Inicialmente se encuentran conectadas mediante un hilo conductor, "compartiendo" una carga total $2Q$ [C]. ¿Cuánta carga debe distribuirse uniformemente en el volumen limitado entre ellas, luego de desconectarlas, para que la energía del sistema no cambie? ¿Cómo quedaron distribuidas ahora las cargas? Explique bien. **{2002/2}**

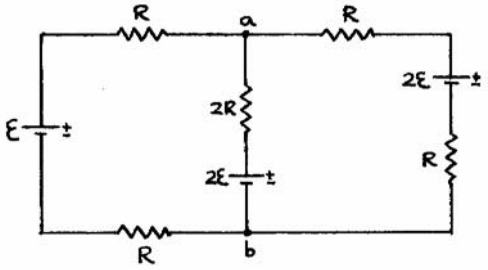
E 2.4.37. Considere las tres superficies esféricas conductoras concéntricas, de radios R [m], $2R$ y $3R$ que muestra la figura, inicialmente cargadas con cargas totales $Q>0$ [C], $2Q$ y $-3Q$, respectivamente. En el volumen limitado por la primera se distribuye uniformemente una carga total Q. Calcule cuánta carga queda a ambos lados de cada superficie y en cuánto cambia la energía del sistema, si se conectan entre si las superficies de radios R y $3R$. Justifique sus respuestas. **{2002/1}**



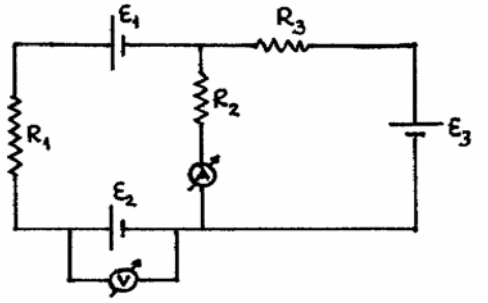
E 2.4.38. Demuestre que la mitad de la energía de una esfera conductora de radio R [m], aislada y cargada, se encuentra en la región comprendida entre la esfera y una esfera imaginaria de radio 2R [m]. ¿Qué ocurre con la mitad de la energía en el caso de un capacitor esférico cargado de radios R [m] y 2R? Justifique. **{1995/2}**

E 3.1. CIRCUITOS SIMPLES

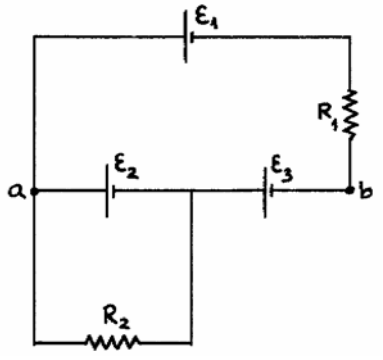
E 3.1.01. Con respecto al circuito que se observa en la figura, suponga que $\mathcal{E} = 2$ [V] y $R = 2$ [Ω]. **(a)** Calcule la diferencia de potencial entre los puntos *a* y *b*. **(b)** ¿Qué potencia se disipa en la resistencia 2R? **{1991/1}**



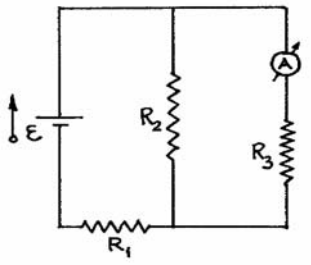
E 3.1.02. Suponga que en el circuito de la figura se tiene: $\mathcal{E}_1 = 2$ [V], $\mathcal{E}_3 = 6$ [V], $R_1 = 8$ [Ω], $R_2 = 4$ [Ω], $R_3 = 3$ [Ω]. Si el amperímetro marca 3 [A], ¿cuál es la lectura en el voltímetro? **{1992/1}**



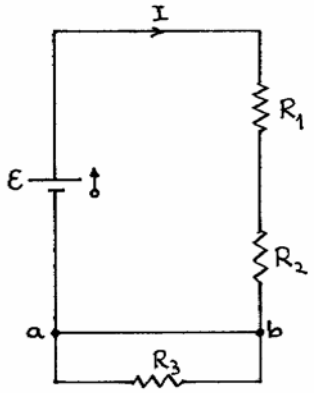
E 3.1.03. Con respecto al circuito de la figura, suponga que: $\mathcal{E}_1 = 6$ [V], $\mathcal{E}_2 = 5$ [V], $\mathcal{E}_3 = 4$ [V], $R_1 = 5$ [Ω], $R_2 = 10$ [Ω]. **(a)** Calcule la intensidad y el sentido de la corriente por cada una de las resistencias. **(b)** Calcule la diferencia de potencial $V_a - V_b$. **{1993/1}**



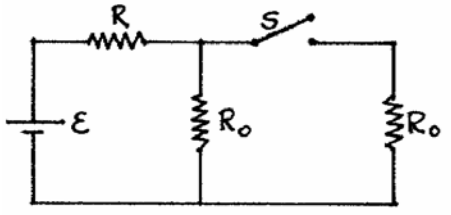
E 3.1.04. Con respecto al circuito de la figura, suponga que $\mathcal{E} = 5$ [V], $R_1 = 2$ [Ω], $R_2 = 4$ [Ω], $R_3 = 6$ [Ω]. **(a)** ¿Cuál es la lectura en el amperímetro? **(b)** Si se intercambian la batería y el amperímetro, ¿en cuánto se modifica la lectura de éste? **{1993/2}**



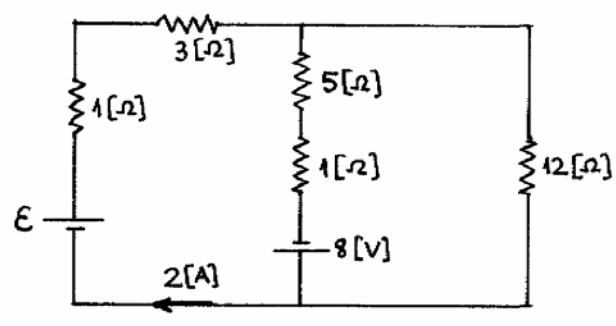
E 3.1.05. Con respecto al circuito que se observa en la figura, se sabe que la resistencia R_2 disipa una potencia de 400 [W] cuando circula una corriente $I = 1$ [A]. **(a)** Calcule el valor de R_2. **(b)** Calcule el valor de R_1, si $\mathcal{E} =$ 500 [V]. **(c)** ¿Qué corriente circula por la resistencia R_3? **(d)** ¿Cuál es la diferencia de potencial entre los puntos *a* y *b*? **{1993/2}**



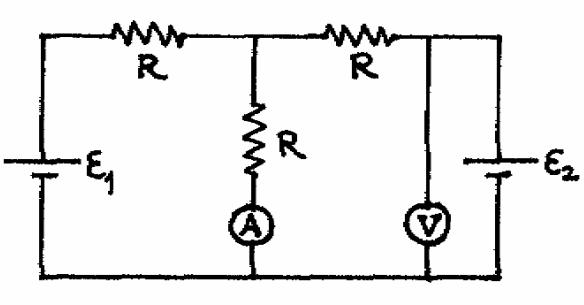
E 3.1.06. Encuentre qué valor debe tener la resistencia *R* del circuito de la figura, para que la potencia disipada en R_0 cuando el interruptor S está abierto, sea igual a la potencia consumida por ambas resistencias R_0 juntas cuando S está cerrado. Analice. **{1994/1}**



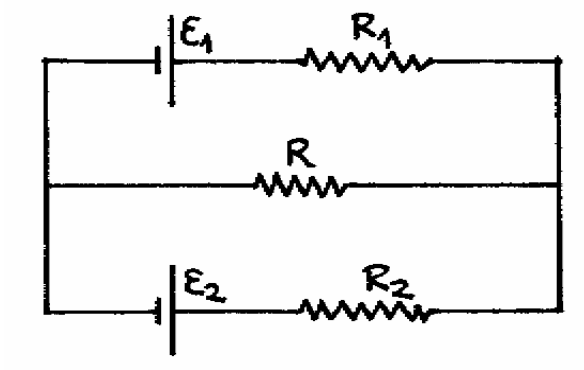
E 3.1.07. (a) ¿Cuál es la fem $\mathcal{E}$ de la batería que se muestra en el circuito de la figura? **(b)** ¿Cuál es la potencia disipada en la resistencia de 5 [Ω]? **{1995/2}**



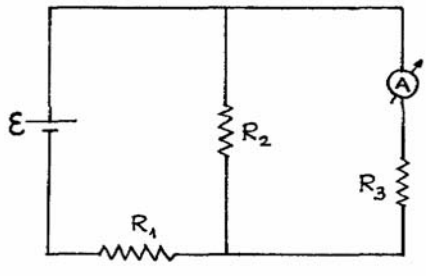
E 3.1.08. Con respecto al circuito que muestra la figura, se tiene: $\mathcal{E}_1 = 10$ [V], $\mathcal{E}_2 = 20$ [V], $R = 4$ [Ω]. Encuentre la corriente que registra el amperímetro y la diferencia de potencial que indica el voltímetro. **{1995/2}**



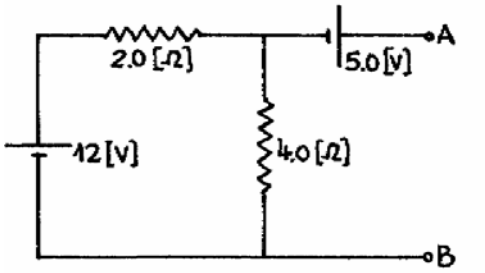
E 3.1.09. En el circuito que muestra la figura se conocen las resistencias R_1 y R_2, así como las fem $\mathcal{E}_1$ y $\mathcal{E}_2$ de las baterías. Ud. debe determinar el valor que debe tener la resistencia R, para que la potencia disipada en ella sea máxima. ¿Cuál es esa potencia? **{1996/2}**



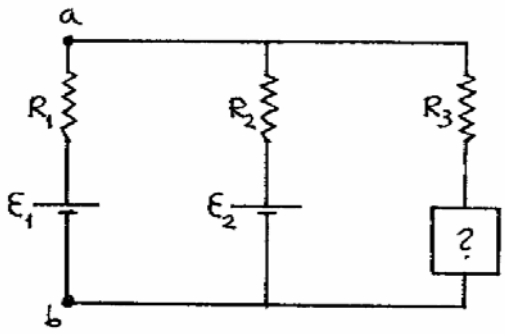
E 3.1.10. Con respecto al circuito de la figura se sabe que si $R_1 = 2$ [Ω], $R_2 = 4$ [Ω] y $R_3 = 6$ [Ω], entonces la lectura en el amperímetro es 5/11 [A]. **(a)** ¿Cuál debe ser la fem de la batería? **(b)** ¿Cuál es la lectura en el amperímetro si éste se intercambia con la batería? **{1998/1}**



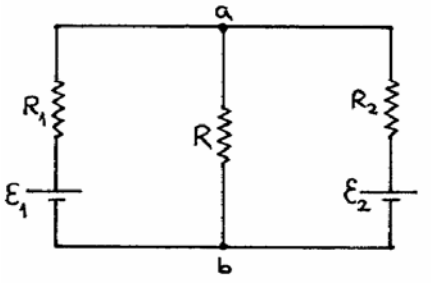
E 3.1.11. Con respecto al circuito que muestra la figura: **(a)** Calcule la diferencia de potencial entre los puntos A y B. **(b)** ¿Qué resistencia debe conectarse entre A y B para que se duplique la corriente a través de la resistencia de 2.0 [Ω]? **{1999/2}**



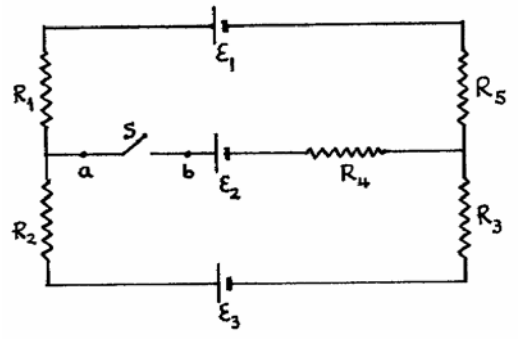
E 3.1.12. Con respecto al circuito de la figura, suponga que: $\mathcal{E}_1 = 1$ [V], $\mathcal{E}_2 = 4$ [V], $R_1 = 6$ [Ω], $R_2 = 3$ [Ω], $R_3 = 5$ [Ω]. Conecte una batería (¿cómo? ¿fem?) en la caja vacía, para que por R_1 circule una corriente de 1 [A] en dirección desde *a* hasta *b*. ¿Cuál es la diferencia de potencial entre estos puntos? **{2000/2}**



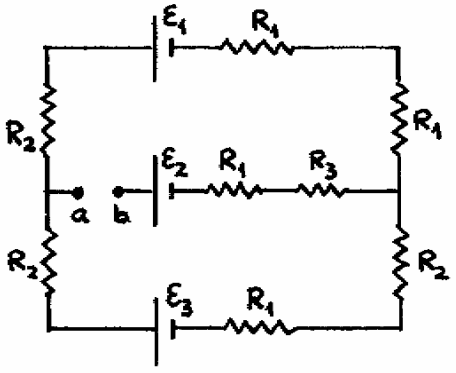
E 3.1.13. Con respecto al circuito de la figura, suponga que: $\mathcal{E}_1 = 3.0$ [V], $\mathcal{E}_2 = 2.0$ [V], $R_1 = 6.0$ [Ω], $R_2 = 5.0$ [Ω]. ¿Qué valor debe tener la resistencia R, para que por ella circule una corriente de intensidad 0.5 [A]? **{2001/1}**



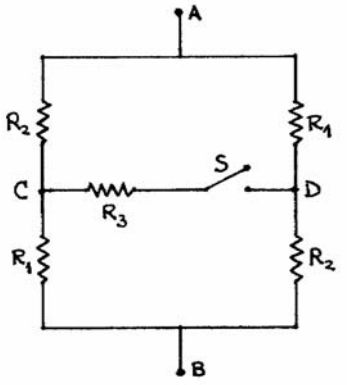
E 3.1.14. Con respecto al circuito de la figura, suponga que: $\mathcal{E}_1 = 12$ [V], $\mathcal{E}_2 = 2$ [V], $\mathcal{E}_3 = 8$ [V], $R_1 = R_2 = R_5 = 2$ [Ω], $R_3 = 3$ [Ω], $R_4 = 4$ [Ω]. **(a)** Si el interruptor S está abierto, calcule la diferencia de potencial entre los puntos a y b. **(b)** Si S está cerrado, encuentre la corriente que circula por $\mathcal{E}_1$. **{1991/1}**



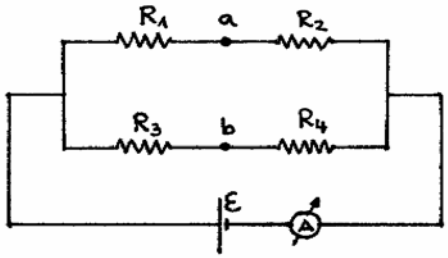
E 3.1.15. (a) Calcule la diferencia de potencial $V_a - V_b$ entre los puntos a y b del circuito que muestra la figura, si: $\mathcal{E}_1 = 12$ [V], $\mathcal{E}_2 = 10$ [V], $\mathcal{E}_3 = 8$ [V], $R_1 = 1$ [Ω], $R_2 = 2$ [Ω], $R_3 = 3$ [Ω]. **(b)** Si los puntos a y b se conectan, ¿qué potencia se disipa en R_3? **{1993/1}**



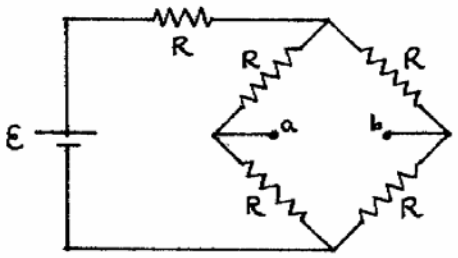
E 3.1.16. Con respecto al circuito de la figura, suponga que: $R_1 = 1$ [Ω], $R_2 = 2$ [Ω], $R_3 = 3$ [Ω], $V_A - V_B = 12$ [V]. **(a)** Encuentre la diferencia de potencial entre los puntos C y D cuando el interruptor S está abierto. **(b)** Calcule la intensidad de corriente que circula por el interruptor, cuando éste se cierra. **{1994/1}**



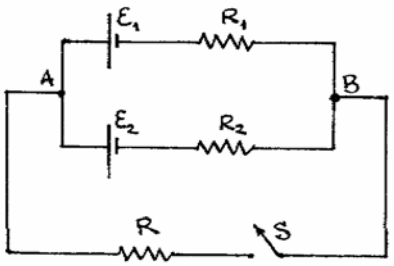
E 3.1.17. Con respecto al circuito que se ve en la figura, suponga que: $R_1 = 5$ [Ω], $R_2 = 15$ [Ω], $R_3 = R_4 = 10$ [Ω]. ¿En qué % cambia la lectura del amperímetro si se conectan los puntos a y b? **{1994/2}**



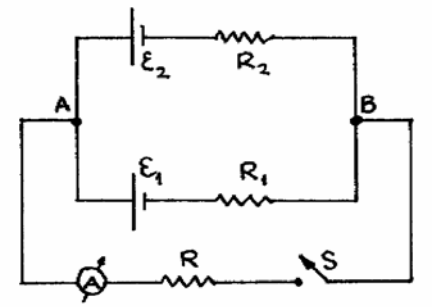
E 3.1.18. Con respecto al circuito que se muestra en la figura, suponga que $\mathcal{E} = 12$ [V] y $R = 50$ [Ω]. Determine: **(a)** Su resistencia equivalente. **(b)** La corriente que circula por la batería. **(c)** La diferencia de potencial entre los puntos a y b. **(d)** La corriente que circula entre los puntos a y b, si éstos se unen. **{1995/1}**



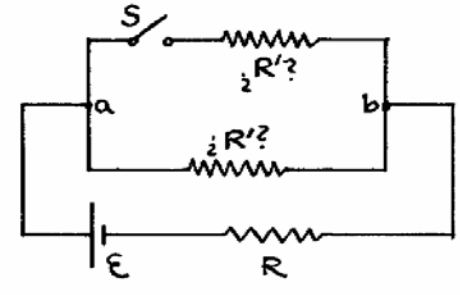
E 3.1.19. Con respecto al circuito de la figura, suponga que: $\mathcal{E}_1 = 12$ [V], $\mathcal{E}_2 = 6$ [V], $R_1 = 5$ [Ω], $R_2 = 1$ [Ω]. **(a)** Halle la diferencia de potencial entre los puntos A y B cuando el interruptor S está abierto. **(b)** Calcule la potencia disipada en la resistencia $R = 10$ [Ω] cuando S está cerrado. **{1996/1}**



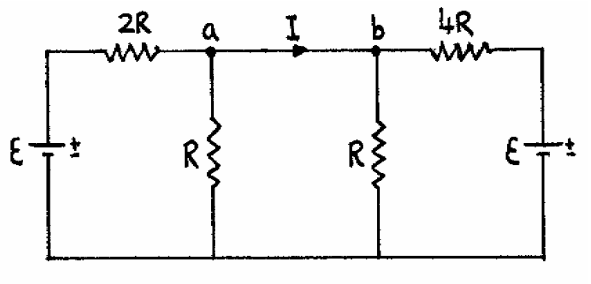
E 3.1.20. Con respecto al circuito de la figura, suponga que: $\mathcal{E}_1 = 6$ [V], $\mathcal{E}_2 = 12$ [V], $R_1 = 1$ [Ω], $R_2 = 2$ [Ω]. **(a)** ¿Cuál debe ser la resistencia R, para que al cerrar el interruptor S disminuya a la mitad la diferencia de potencial entre los puntos A y B? **(b)** ¿Cuánta carga pasa por el amperímetro en un minuto, estando cerrado S? **{1998/2}**



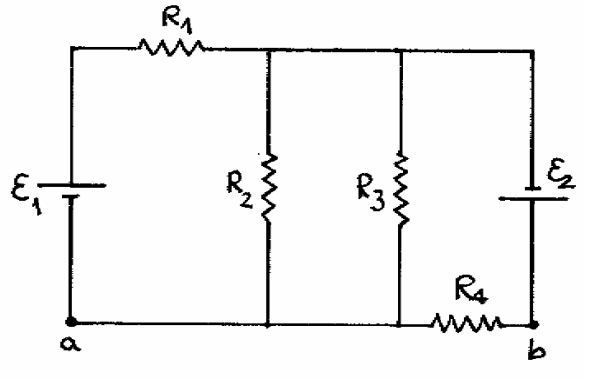
E 3.1.21. Con respecto al circuito de la figura, se sabe que la potencia disipada en su parte superior (entre *a* y *b*), no depende de si el interruptor S está abierto o cerrado. **(a)** ¿Qué valor debe tener *R'*? **(b)** ¿Cuál es la diferencia de potencial entre *a* y *b* en ambos casos (S abierto y cerrado)? **{1999/1}**



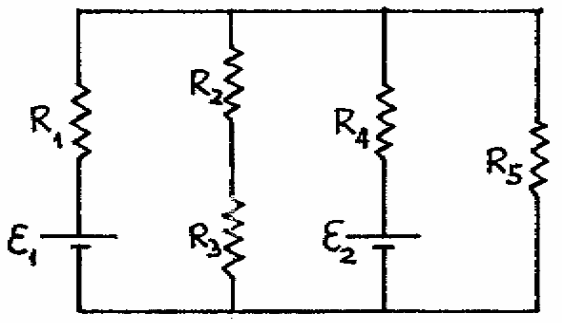
E 3.1.22. En el circuito que se muestra en la figura, suponga que $\mathcal{E} = 10$ [V] y $R = 10$ [Ω]. Calcule la intensidad de corriente I que circula entre los puntos *a* y *b*. **{1991/1}**



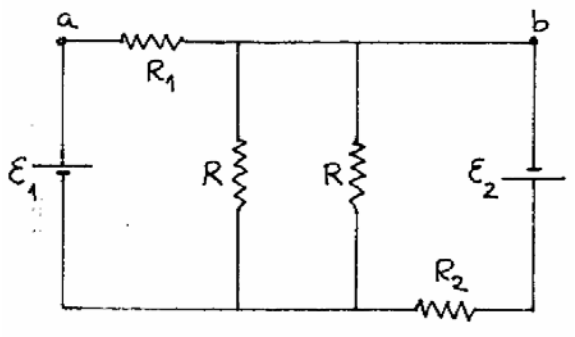
E 3.1.23. Con respecto al circuito de la figura, suponga que: $\mathcal{E}_1 = 50$ [V], $\mathcal{E}_2 = 20$ [V], $R_1 = 2$ [Ω], $R_2 = R_3 = 4$ [Ω]. Además, se sabe que en R_1 se disipa una potencia de 800 [W]. **(a)** Encuentre el valor de la resistencia R_4. **(b)** Calcule la diferencia de potencial entre los puntos *a* y *b*. **{2000/2}**



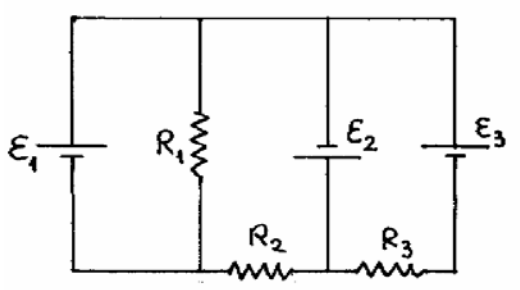
E 3.1.24. En el circuito de la figura se tiene: $\mathcal{E}_1 = 4$ [V], $\mathcal{E}_2 = 6$ [V], $R_1 = 5$ [Ω], $R_2 = 4$ [Ω], $R_3 = 2$ [Ω], $R_4 = 3$ [Ω], $R_5 = 7$ [Ω]. Calcule la diferencia de potencial entre los extremos de cada resistencia. **{2001/1}**



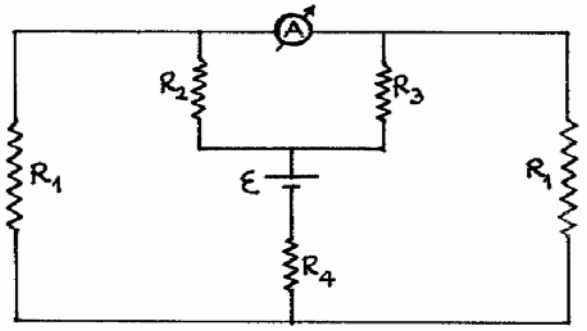
E 3.1.25. Con respecto al circuito de la figura, suponga que: $\mathcal{E}_1 = 20$ [V], $\mathcal{E}_2 = 50$ [V], $R_1 = R_2 = 2$ [Ω]. **(a)** ¿Qué valor debe tener R para que por R_2 circule una corriente de 20 [A]? **(b)** ¿Cuál es la diferencia de potencial entre los puntos a y b? **{2002/1}**



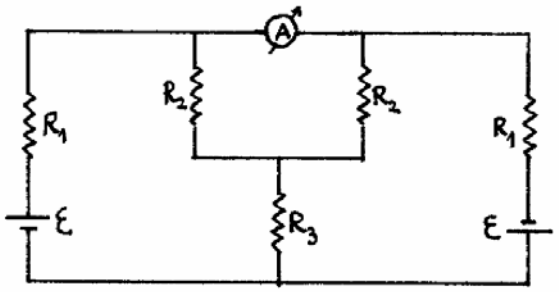
E 3.1.26. Con respecto al circuito de la figura, suponga que: $\mathcal{E}_1 = 4$ [V], $\mathcal{E}_2 = 6$ [V], $\mathcal{E}_3 = 8$ [V], $R_1 = 1$ [Ω], $R_3 = 10$ [Ω]. Además, se sabe que por la resistencia R_2 circula una corriente de intensidad 2 [A]. Calcule: **(a)** La resistencia R_2. **(b)** Las corrientes que circulan por R_1 y R_3 (indique sentido). **{2002/2}**



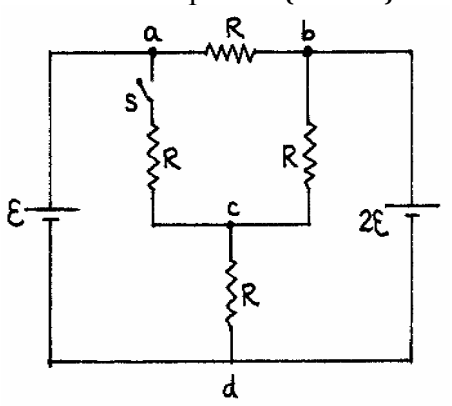
E 3.1.27. Con respecto al circuito que muestra la figura, suponga que: $\mathcal{E} = 10$ [V], $R_1 = 6$ [Ω], $R_2 = 4$ [Ω], $R_3 = 2$ [Ω], $R_4 = 1$ [Ω]. ¿Cuánto marca el amperímetro? **{1992/2}**



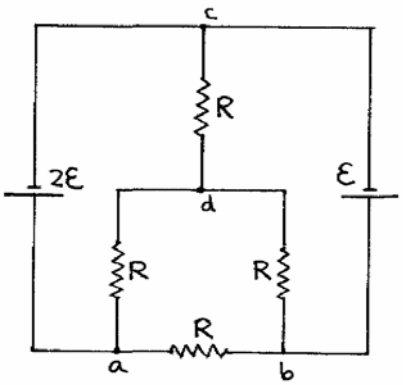
E 3.1.28. Con respecto al circuito de la figura, suponga que: $\mathcal{E} = 12$ [V], $R_1 = 1$ [Ω], $R_2 = 2$ [Ω], $R_3 = 3$ [Ω]. ¿Cuánto marca el amperímetro? **{1992/2}**



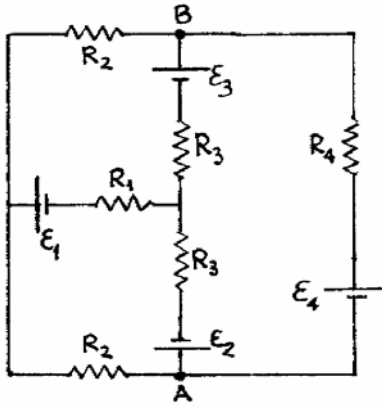
E 3.1.29. Con respecto al circuito que muestra la figura, Ud. debe encontrar cómo cambian: **(a)** La diferencia de potencial entre los puntos a y b. **(b)** La corriente entre los puntos c y d ... al cerrar el interruptor S. **{1999/2}**



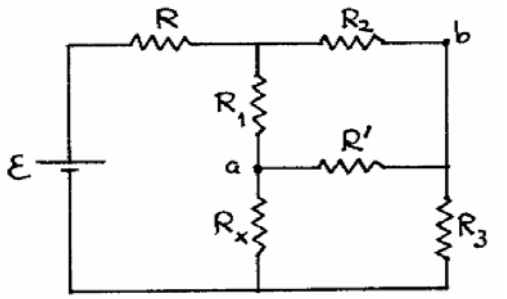
E 3.1.30. Con respecto al circuito que muestra la figura, se sabe que $\mathcal{E} = 6$ [V] y que por la resistencia conectada entre los puntos c y d circula una corriente de 3 [A]. **(a)** Calcule el valor de R. **(b)** Encuentre la diferencia de potencial entre los puntos a y b. **{2001/2}**



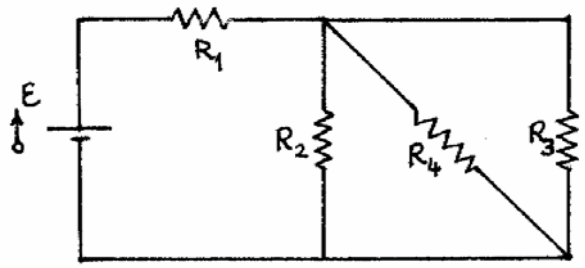
E 3.1.31. Con respecto al circuito de la figura, suponga que: $\mathcal{E}_1 = 6$ [V], $\mathcal{E}_2 = 8$ [V], $\mathcal{E}_3 = 12$ [V], $\mathcal{E}_4 = 24$ [V], $R_1 = 2$ [Ω], $R_2 = 3$ [Ω], $R_3 = 4$ [Ω], $R_4 = 6$ [Ω]. Calcule la diferencia de potencial entre los puntos A y B. **{1998/2}**



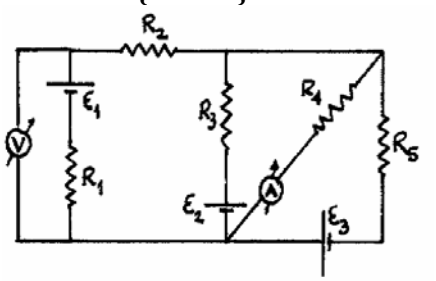
E 3.1.32. En el circuito de la figura se suponen conocidas las resistencias R, R_1, R_2 y R_3, así como la fem $\mathcal{E}$. **(a)** ¿Qué valor debe tener R_x, para que no circule corriente por la resistencia R"? **(b)** En este caso, ¿cuál es la diferencia de potencial entre los puntos a y b? Explique bien. **{2001/2}**



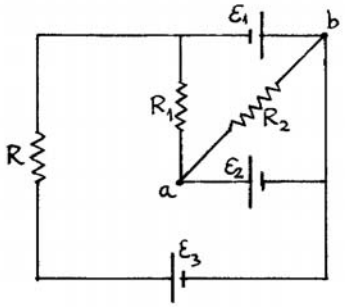
E 3.1.33. Con respecto al circuito que muestra la figura, suponga que: $\mathcal{E} = 6.0$ [V], $R_1 = 100$ [Ω], $R_2 = R_3 = 50$ [Ω], $R_4 = 75$ [Ω]. Calcule: **(a)** La potencia disipada en R_3. **(b)** La diferencia de potencial entre los extremos de R_4. **(c)** Su resistencia equivalente. **{1995/1}{1997/1}**



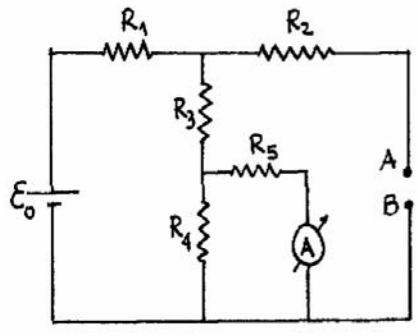
E 3.1.34. Con respecto al circuito de la figura, suponga que: $\mathcal{E}_1 = 20$ [V], $\mathcal{E}_2 = 10$ [V], $\mathcal{E}_3 = 5$ [V], $R_1 = 2$ [Ω], $R_2 = 10$ [Ω], $R_3 = 3$ [Ω], $R_4 = 5$ [Ω], $R_5 = 1$ [Ω]. **(a)** ¿Cuál es la lectura en el voltímetro? **(b)** ¿Cuál es la lectura en el amperímetro? **{1992/2}**



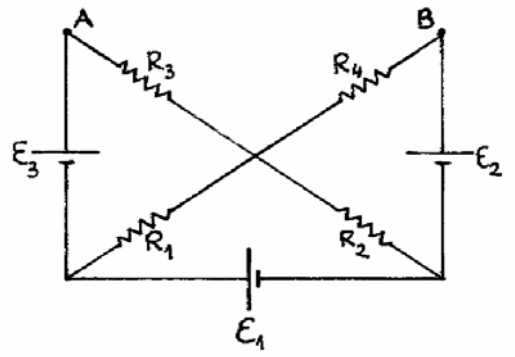
E 3.1.35. Con respecto al circuito de la figura se sabe que $\mathcal{E}_1 = 6$ [V], $\mathcal{E}_2 = 2$ [V], $\mathcal{E}_3 = 12$ [V], $R_1 = 4$ [Ω], $R_2 = 6$ [Ω], y que por R circula una corriente de 2 [A]. **(a)** Halle el valor de R. **(b)** Calcule la diferencia de potencial entre los puntos a y b. **{1996/1}**



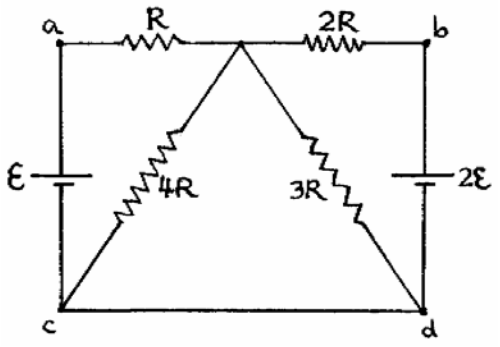
E 3.1.36. Con respecto al circuito de la figura, suponga que: $\mathcal{E}_0 = 10$ [V], $R_1 = 5$ [Ω], $R_2 = 10$ [Ω], $R_3 = 3$ [Ω], $R_4 = 6$ [Ω], $R_5 = 8$ [Ω]. Se trata de conectar una batería entre los puntos A y B, de modo que no pase corriente por el amperímetro. Calcule su fem $\mathcal{E}$ y encuentre la forma de hacer la conexión. Explique. **{1997/1}{1997/2}**



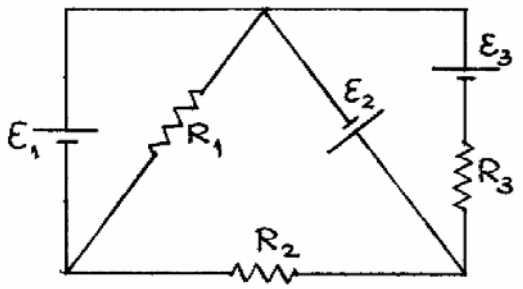
E 3.1.37. Con respecto al circuito de la figura, suponga que: $\mathcal{E}_1 = 6$ [V], $\mathcal{E}_2 = 4$ [V], $\mathcal{E}_3 = 2$ [V], $R_1 = 1$ [Ω], $R_2 = 2$ [Ω], $R_3 = 3$ [Ω], $R_4 = 4$ [Ω]. Encuentre: **(a)** La diferencia de potencial entre los puntos A y B. **(b)** La corriente que circula a través de la batería $\mathcal{E}_1$. **{1998/1}**



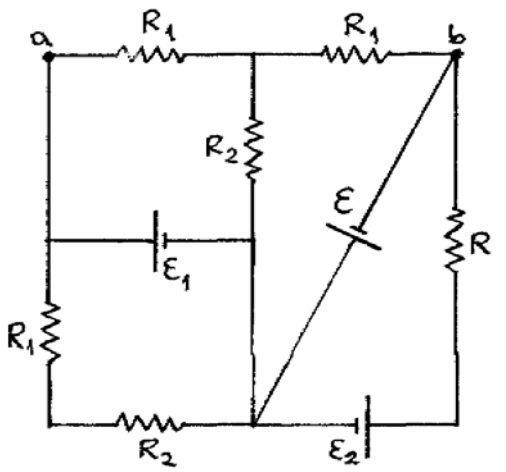
E 3.1.38. En el circuito que se muestra en la figura, suponga que $\mathcal{E} = 250$ [V] y $R = 1.0$ [kΩ]. Calcule: **(a)** La diferencia de potencial entre los puntos *a* y *b*. **(b)** La corriente que circula (indicando el sentido) por el alambre "horizontal" entre *c* y *d*. **{1999/1}**



E 3.1.39. Con respecto al circuito de la figura, suponga que: $\mathcal{E}_1 = 4$ [V], $\mathcal{E}_2 = 6$ [V], $\mathcal{E}_3 = 8$ [V], $R_1 = 1$ [Ω], $R_2 = 5$ [Ω], $R_3 = 10$ [Ω]. Calcule cuánta carga pasa por R_2 en un lapso de 5 [s]. **{2000/1}**

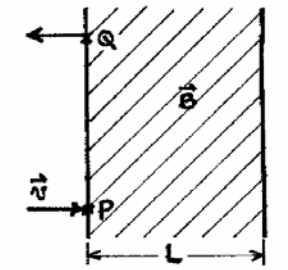


E 3.1.40. Con respecto al circuito que muestra la figura, suponga que: $\mathcal{E}_1 = 4$ [V], $\mathcal{E}_2 = 2$ [V], $R_1 = 2$ [Ω], $R_2 = 4$ [Ω]. Ud. debe calcular el valor de $\mathcal{E}$, para que la diferencia de potencial entre los puntos *a* y *b* sea $V_a - V_b = 10$ [V], y también el valor de la resistencia *R* para que en ella se disipe una potencia de 8 [W]. Explique claramente. **{2000/1}**

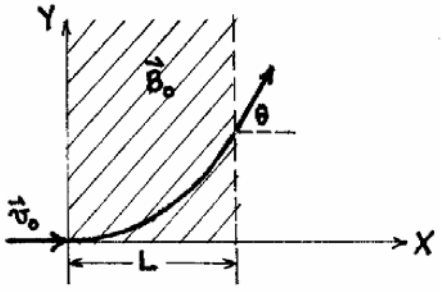


E 3.2. MOVIMIENTO DE PARTÍCULAS EN UN CAMPO MAGNÉTICO

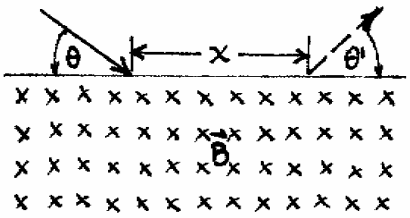
E 3.2.01. Un electrón entra con velocidad **v** [m/s] a una región donde existe un campo magnético uniforme, saliendo a una distancia $\overline{PQ} = D$ [m] del punto de entrada, según se indica en la figura. **(a)** Explique la situación, calculando la magnitud y dirección de **B**. **(b)** ¿Cuál es el mínimo valor *L* para que esto ocurra? **(c)** ¿Cuánto tiempo permanece el electrón en el interior de la región? **{1992/1}**



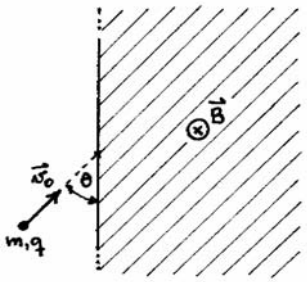
E 3.2.02. Un electrón entra con velocidad $\mathbf{v_0}$ [m/s] a una región donde existe un campo magnético uniforme de inducción $\mathbf{B_0}$ [T]. **(a)** ¿Cuál debe ser la dirección de $\mathbf{B_0}$ para que la trayectoria sea la indicada? ¿Cuál es el radio de ésta? **(b)** ¿En qué dirección θ sale de la región? **(c)** ¿Qué condición debe cumplirse para que el electrón "se devuelva" en la misma dirección incidente? **{1992/1}**



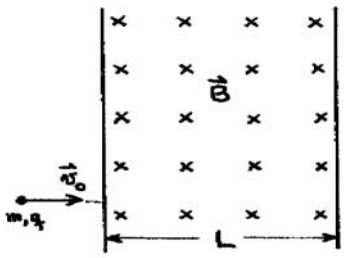
E 3.2.03. Una partícula de masa *m* [kg] y carga *q* [C] ingresa con energía cinética K_0 [J] a una región donde existe un campo magnético uniforme de inducción **B** [T], perpendicular a la página, en una dirección dada por el ángulo θ (ver figura). **(a)** Determine la distancia x entre los puntos de entrada y salida. **(b)** Calcule el ángulo de salida θ'. **(c)** ¿Qué signo tiene la carga de la partícula? **{1996/1}**



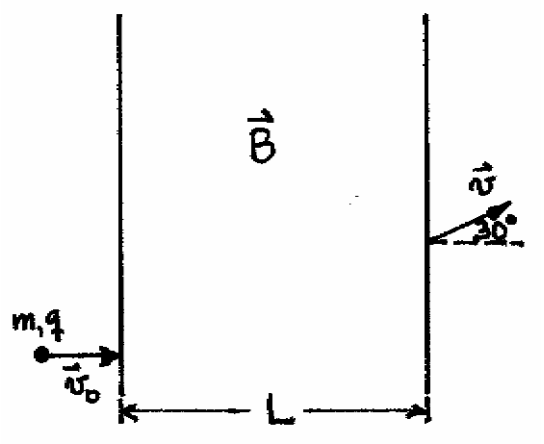
E 3.2.04. Una partícula de masa *m* [kg] y carga *q*>0 [C] ingresa con velocidad $\mathbf{v_0}$ [m/s] a una región donde existe un campo magnético uniforme **B** [T]. El vector $\mathbf{v_0}$ está en el plano del papel, formando un ángulo $\theta < \pi/2$ [rad] con el plano de incidencia, mientras que **B** "entra" perpendicularmente al papel (ver figura). Calcule a qué distancia del punto de entrada la partícula deja la región. **{1992/2}**



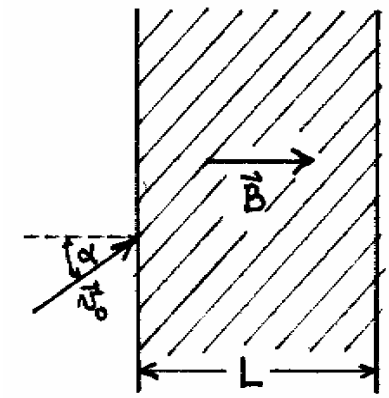
E 3.2.05. Una partícula de masa *m* [kg] y carga *q*>0 [C] ingresa "horizontalmente" a una región de "tamaño" *L* [m], donde existe un campo magnético uniforme de inducción **B** [T], según indica la figura. Calcule el valor crítico de la rapidez de entrada v_0, que permite decidir si la partícula atraviesa toda la región o se devuelve. Para ambos casos en que v_0 difiera de este valor, determine por dónde se devuelve y en qué dirección abandona la región. Explique. **{1993/1}**



E 3.2.06. Una partícula de masa m [kg] y carga $q>0$ [C] ingresa con velocidad $\mathbf{v_0}$ [m/s] perpendicularmente a una región donde existe un campo magnético uniforme, perpendicular al plano de la figura. Se sabe que la partícula abandona la región luego de desviarse un ángulo de 30°, según se muestra en el diagrama adjunto. **(a)** Calcule (en función de m, q, v_0 y L) la magnitud (y sentido) que debe tener el campo magnético para que esto ocurra. **(b)** Encuentre la distancia recorrida por la partícula en el interior de la región. **{1994/1}**

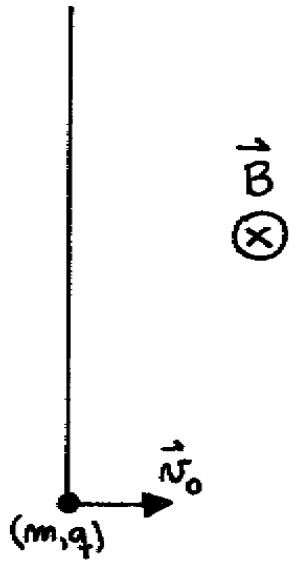


E 3.2.07. Una partícula de masa m [kg] y carga $q>0$ [C] ingresa a una región donde existe un campo magnético uniforme de inducción **B** [T], con velocidad inicial $\mathbf{v_0}$ [m/s], en la forma que se muestra en la figura. Explique claramente cómo se mueve la partícula en el interior de la región y calcule cuántas vueltas alcanza a dar antes de salir de ella. Datos: m, q, v_0, α, B, L. **{1992/2}**

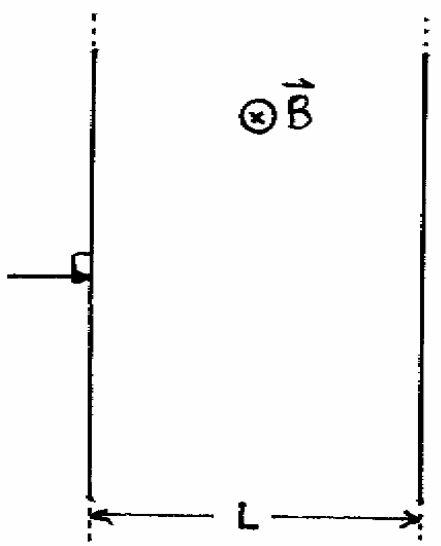


E 3.2.08. Una partícula sin carga, de masa $2m$ [kg], se encuentra en reposo en una región donde existe un campo magnético uniforme de inducción **B** [T]. En cierto instante se desintegra espontáneamente en dos partículas de igual masa, una de las cuales tiene carga $q>0$ [C], las que se separan en trayectorias que se encuentran en un plano perpendicular al campo magnético. Haga un esquema que le permita explicar claramente el movimiento seguido por ambas partículas, justificando cada una de sus aseveraciones. En particular, calcule cuánto tiempo después de la desintegración estas partículas chocan. **{1993/2}**

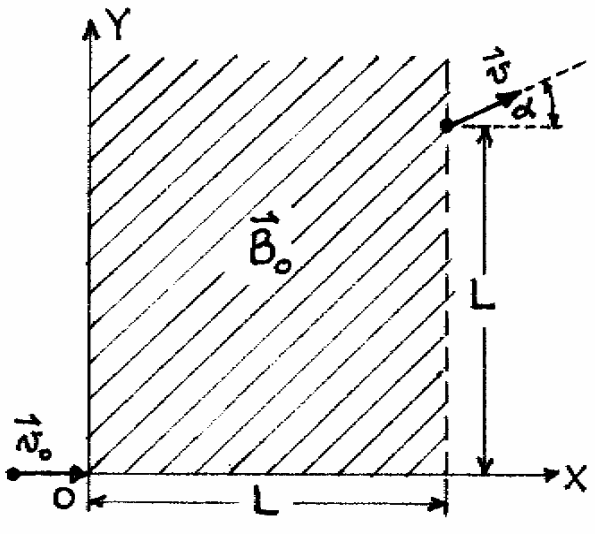
E 3.2.09. Una partícula de masa m [kg] y carga $q>0$ [C] entra a una región donde existe un campo magnético uniforme de magnitud B_0 [T], con una velocidad $\mathbf{v_0}$ [m/s] en la dirección que muestra la figura. Cuando la partícula ha recorrido 1/6 de circunferencia, el campo disminuye su magnitud (instantáneamente) a la mitad. Transcurrido otro intervalo de tiempo igual al anterior, el campo desaparece. Haga un bosquejo del movimiento completo de la partícula, justificando claramente lo que ocurre. En particular, calcule la dirección del movimiento en el instante en que el campo se anuló. **{1995/2}**



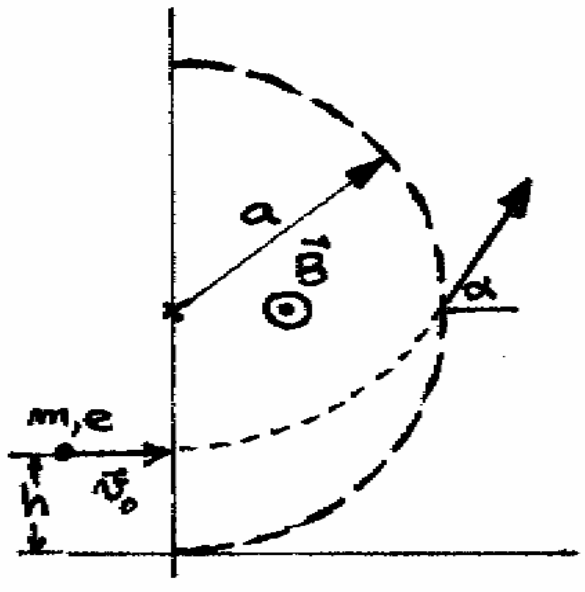
E 3.2.10. La figura muestra una región de "ancho" L [m], en cuyo interior existe un campo magnético uniforme de inducción **B** [T], en dirección perpendicular al plano de esta hoja. Dos partículas de igual masa m [kg] y cargas q [C] y $-q$, ingresan a ella simultáneamente en la dirección normal que se indica. Para ambas se ajusta su velocidad de modo que $|\mathbf{v_0}| = 2q|\mathbf{B}|L/m$ [m/s]. Encuentre a qué distancia se encuentran al abandonar la región y el ángulo entre sus velocidades de salida. **{2000/2}**



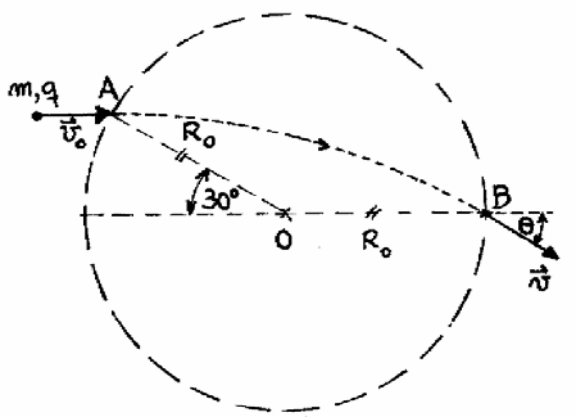
E 3.2.11. Una partícula de masa m [kg] y carga $q>0$ [C] ingresa con velocidad $\mathbf{v_0}$ [m/s] a una región donde existe un campo magnético uniforme de inducción $\mathbf{B_0}$ [T], perpendicular al plano del papel. El campo se extiende desde x = 0 hasta x = L [m] y la partícula entra en el punto (0,0) como se ve en la figura. Se sabe que abandona la región en el punto (L,L) en la dirección dada por el ángulo α [rad]. Sin embargo, antes de que esto ocurriera el campo invirtió su dirección, manteniendo su magnitud. Plantee ecuaciones que le permitan calcular en qué punto se encontraba la partícula cuando se produjo la inversión del campo. Analice bien la situación y explique planteando ecuaciones, sin resolverlas. **{1994/1}**



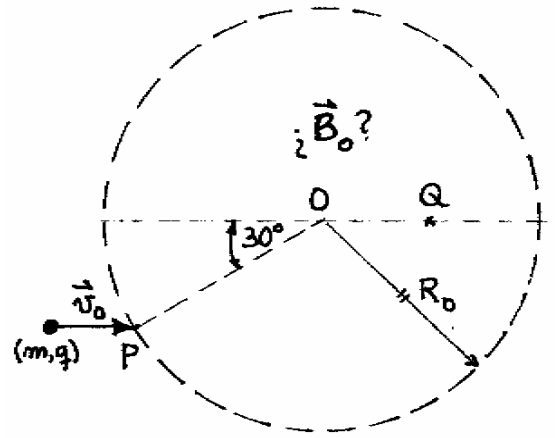
E 3.2.12. Un electrón ingresa a una región semicircular donde existe un campo magnético uniforme de inducción **B** [T], perpendicular a su plano, por un punto a una distancia h [m] de un extremo (ver figura). Suponiendo que v_0 [m/s] es suficiente para que el electrón no se devuelva, calcule el ángulo α en que se desvía de su dirección inicial, luego de abandonar la región. Analice y explique bien lo que hace. **{1994/2}**



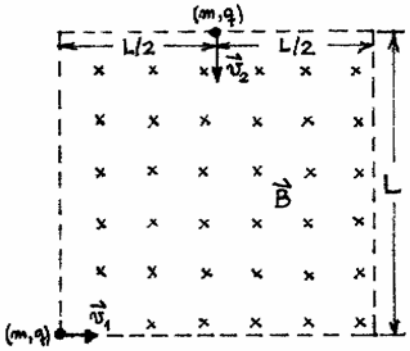
E 3.2.13. En el interior de la circunferencia de radio R_0 [m] que muestra la figura existe un campo magnético uniforme perpendicular al plano del círculo (a esta hoja). Se observa que una partícula de masa m [kg] y carga $q>0$ [C], que ingresa a la región en el punto A con velocidad $\mathbf{v_0}$ [m/s] (ver figura), sale de ella por el punto B. **(a)** Encuentre la magnitud y dirección del campo magnético, para que esto sea posible. **(b)** Calcule el *ángulo de desviación* θ . **{1999/1}**



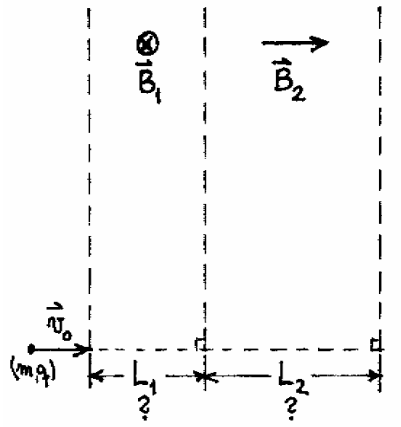
E 3.2.14. Una partícula de masa m [kg] y carga $q>0$ [C] ingresa a una región "circular" de radio R_0 [m], donde existe un campo magnético uniforme en dirección perpendicular al plano del círculo (ver figura). Se sabe que la partícula pasa por el punto Q tal que $\mathbf{OQ}//\mathbf{v_0}$ y $\overline{OQ} = R_0/2$. ¿Cuál debe ser la magnitud y dirección del campo magnético para que esto sea posible? Justifique. **{1999/2}**



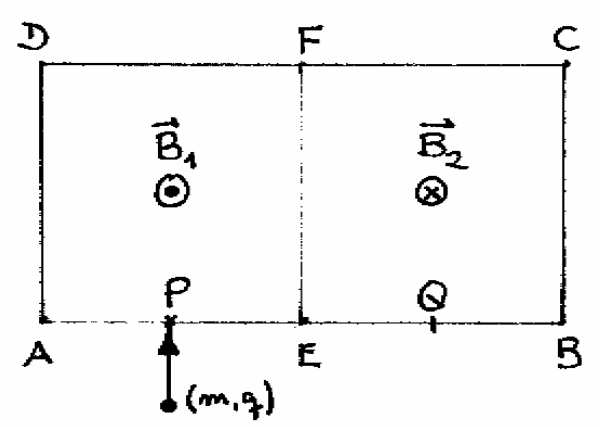
E 3.2.15. Dos partículas idénticas, de masa m [kg] y carga q [C], ingresan simultáneamente a una región "cuadrada" de LxL [m^2], donde existe un campo magnético uniforme de inducción **B** [T], con velocidades perpendiculares $\mathbf{v_1}$ [m/s] y $\mathbf{v_2}$ [m/s], como se ve en la figura. Se observa que ambas chocan habiendo transcurrido un tiempo τ [s] desde su lanzamiento. **(a)** ¿Dónde se produce la colisión? **(b)** ¿Qué ángulo forman sus vectores velocidad en el instante del choque? Haga un dibujo claro, explicando la situación y mostrando las trayectorias. **{1995/1}**



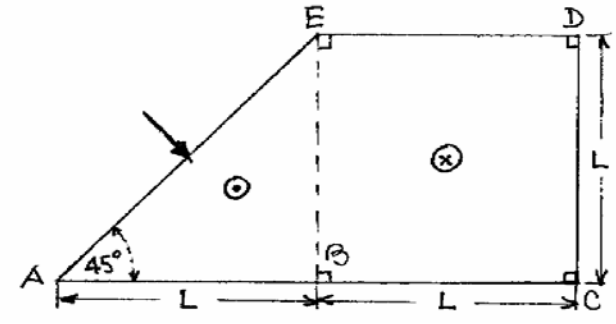
E 3.2.16. Con respecto a la situación que se observa en la figura, Ud. debe calcular las longitudes L_1 y L_2 de cada región para que: **(a)** La partícula de masa m [kg] y carga $q>0$ [C] ingrese a la segunda región formando un ángulo de 30° con el campo $\mathbf{B_2}$, y **(b)** Demore en atravesar la segunda región lo mismo que la primera. Suponiendo que $|\mathbf{B_1}| = B$ [T], calcule $|\mathbf{B_2}|$ de manera que en la segunda región la partícula dé una vuelta completa. Explique. **{1998/1}**



E 3.2.17. La figura muestra dos regiones "cuadradas" de lado L [m], donde existen campos magnéticos $\mathbf{B_1}$ [T] y $\mathbf{B_2}$ [T], perpendiculares a esta hoja en los sentidos indicados. Se sabe que $|\mathbf{B_1}| = 2|\mathbf{B_2}|$. Una partícula de masa m [kg] y carga $q>0$ [C] ingresa perpendicularmente al lado AE por su punto medio P. Si se hubiera tenido $\mathbf{B_1} = \mathbf{B_2}$, habría salido por Q, punto medio del lado EB. Encuentre la magnitud y dirección de la velocidad con que abandona toda la región, indicando por cuál punto lo hace. Explique bien. **{2001/1}**

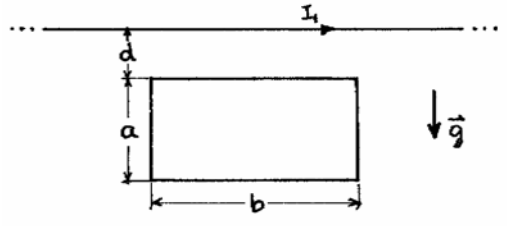


E 3.2.18. En el interior de la región en forma de trapecio que muestra la figura existen campos magnéticos en direcciones opuestas, pero de igual magnitud B_0 [T]. Por el punto medio de la "hipotenusa" EA ingresa perpendicularmente una partícula de masa m [kg] y carga q [C]. Se sabe que atraviesa el "cateto" EB también perpendicularmente. **(a)** Calcule la rapidez de la partícula. **(b)** Encuentre el punto por donde abandona la región. **{2002/2}**

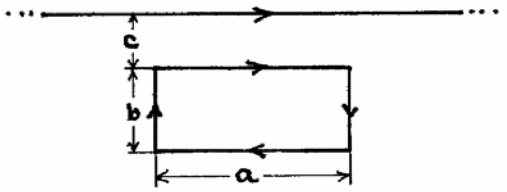


E 3.3. FUERZA SOBRE UNA CORRIENTE ELÉCTRICA

E 3.3.01. Suponga que el sistema que muestra la figura se encuentra en un plano vertical, donde **g** [m/s^2] es la aceleración de gravedad constante. El largo alambre rectilíneo está fijo y por él circula una corriente de intensidad I_1 [A] en la dirección indicada. La espira rectangular, de lados *a* [m] y *b* [m], está ubicada paralelamente a una distancia *d* [m] del alambre, tiene una masa *m* [kg] y está libre para moverse. Encuentre la intensidad I_2 de la corriente que debe hacerse circular por ella, justificando el sentido, para que permanezca en reposo en la posición señalada. **{1991/1}**

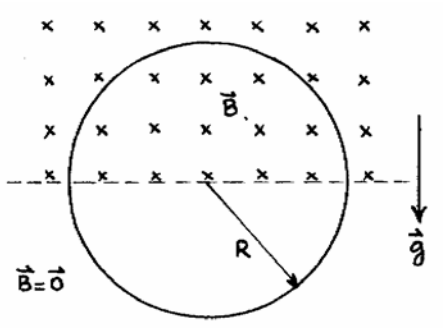


E 3.3.02. Calcule la fuerza que ejerce el alambre rectilíneo infinito sobre el conductor rectangular paralelo a él, si por ambos circulan corrientes de igual intensidad I [A] en las direcciones indicadas. **{1992/1}**

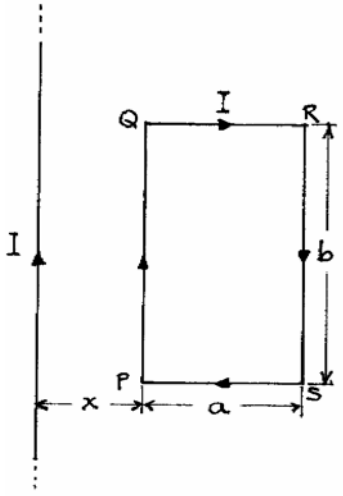


E 3.3.03. Una espira rectangular de alambre, por la cual circula una corriente de 2 [A], se suspende verticalmente de un brazo de una balanza. Después que el sistema se equilibra, se establece un campo magnético perpendicular al plano de la espira en su extremo inferior. Si el ancho de la espira es *a* [m] y es necesario colocar *m* [kg] de masa en el otro brazo para reequilibrar el sistema, determine la magnitud y dirección del campo **B**. Haga un dibujo aclaratorio y explique su planteo. **{1996/1}**

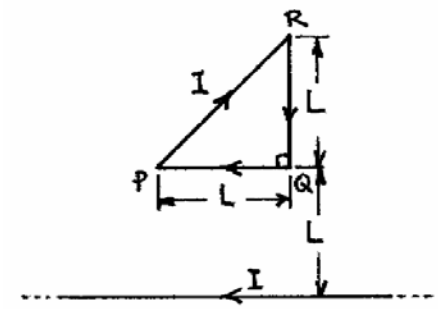
E 3.3.04. Encuentre la intensidad y el sentido de la corriente que debe circular por la espira de radio R [m] y masa *M* [kg] que muestra la figura, para que se mantenga en reposo en un plano vertical, en la posición que se indica. La inducción magnética es uniforme, tiene magnitud B [T] y dirección entrando al plano vertical en que está la espira, en el semiplano superior, siendo nula en el inferior. **{1993/1}**



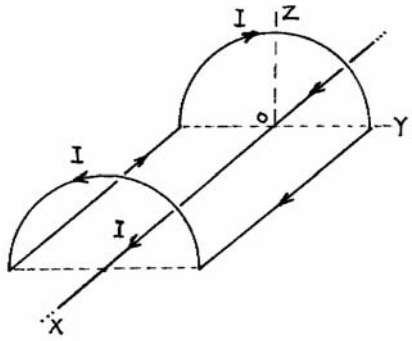
E 3.3.05. En el plano del circuito rectangular PQRS que muestra la figura, por el cual circula una corriente de intensidad I [A], se ubica una corriente rectilínea infinita de igual intensidad. **(a)** Encuentre la magnitud y dirección de la fuerza que ésta ejerce sobre los lados QR y SP del rectángulo. **(b)** ¿Qué fuerza (magnitud y dirección) debe ejercer un agente externo para mover el rectángulo con velocidad constante? Explique. **(c)** ¿Para qué valor de *x* la fuerza sobre el lado PQ tiene una magnitud que triplica a la que se ejerce sobre el lado RS? **{2000/2}**



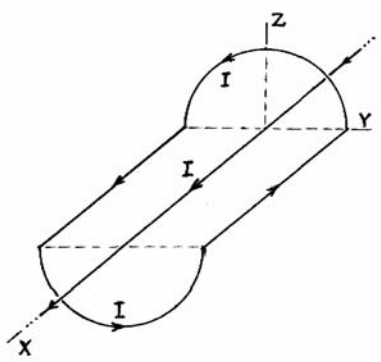
E 3.3.06. Una corriente de intensidad I [A] circula por un conductor rectilíneo infinito. Otra de igual intensidad lo hace por una espira en forma de triángulo rectángulo isósceles de cateto *L* [m], como se observa en la figura, con el lado PQ paralelo al conductor rectilíneo. Ud. debe calcular la fuerza que ejerce el conductor rectilíneo sobre cada lado de la espira triangular. **{1998/2}**



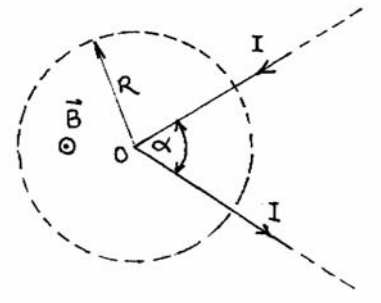
E 3.3.07. Una corriente rectilínea infinita de intensidad I [A] circula en la dirección positiva del eje X (ver figura). Otra corriente de igual intensidad lo hace por un circuito formado por dos corrientes semicirculares de radio *R* [m] y dos rectilíneas paralelas de longitud 2*R*, en el sentido que se indica. Calcule la magnitud y dirección de la fuerza que ejerce la primera sobre la segunda. **{1999/1}**



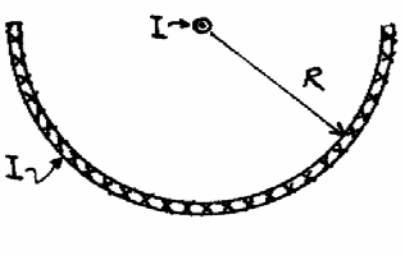
E 3.3.08. Una corriente rectilínea infinita de intensidad I [A] circula en la dirección positiva del eje X (ver figura). Otra corriente de igual intensidad lo hace por un circuito formado por dos corrientes semicirculares de radio *R* [m] y dos rectilíneas paralelas de longitud 2*R*, en el sentido que se indica. Calcule la magnitud y dirección de la fuerza que ejerce la primera sobre la segunda. **{2001/2}**



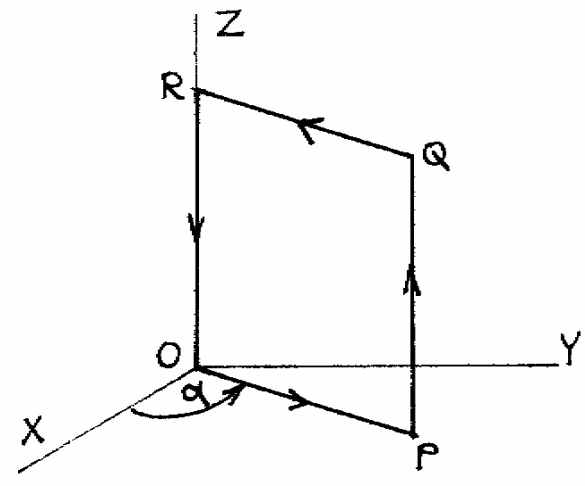
E 3.3.09. Por un alambre rectilíneo muy largo, doblado en la forma que muestra la figura, circula una corriente de intensidad I [A] en la dirección indicada. Parte de él se encuentra en el interior de una región cilíndrica de radio *R* [m], donde existe un campo magnético axial y uniforme de inducción **B** [T]. En el exterior de ella el campo es nulo. Calcule la magnitud y dirección de la fuerza que el campo ejerce sobre el alambre. **{1997/1/2}**



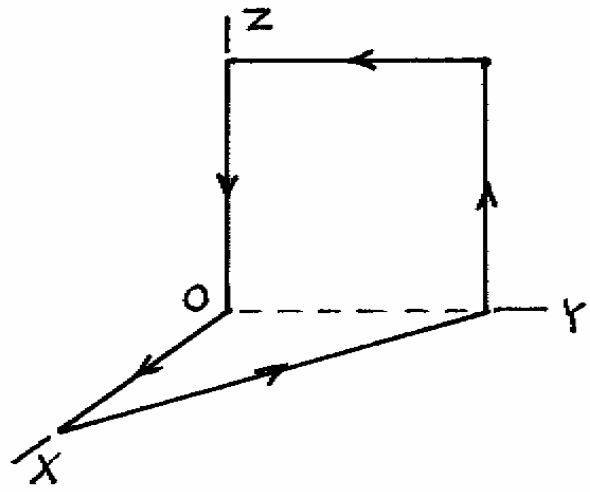
E 3.3.10. Por un largo conductor, cuya sección tiene la forma de un semianillo delgado de radio *R* [m], circula una corriente de intensidad I [A] entrando a la hoja. Por otro largo conductor rectilíneo, ubicado sobre su eje, circula otra corriente de la misma intensidad, pero en sentido opuesto (ver figura). Calcule la magnitud y dirección de la fuerza por unidad de longitud entre ellos. **{1996/2}**



E 3.3.11. Por la espira rectangular de lados $\overline{OP} = \overline{QR} = a$ [m] y $\overline{PQ} = \overline{RO} = b$ [m] que muestra la figura, circula una corriente de intensidad I [A] en el sentido indicado. **(a)** Calcule la magnitud y dirección de la fuerza y del torque sobre la espira, debidos a la presencia de un campo magnético uniforme de inducción $\mathbf{B} = B_0\mathbf{j}$ [T]. **(b)** ¿Qué ocurre si $\mathbf{B} = B_0\mathbf{k}$ [T]? **{1995/1}**

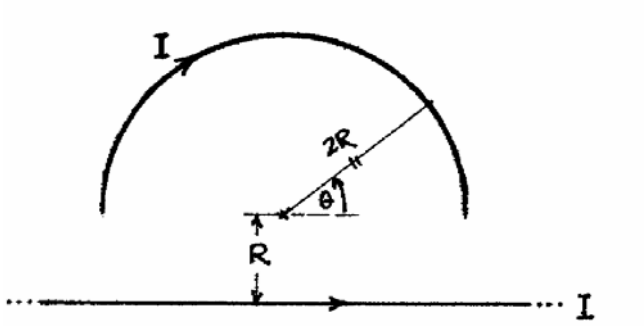


E 3.3.12. El conductor que muestra la figura transporta una corriente eléctrica de intensidad I [A], en la dirección indicada, entre los puntos (0,0,0), (a,0,0), (0,a,0), (0,a,a) y (0,0,a), donde a se mide en [m]. En la región existe un campo magnético $\mathbf{B} = b(\mathbf{i} + \mathbf{k})$ [T]. Calcule la fuerza y el torque que el campo ejerce sobre la corriente. ¿Se cumple la fórmula $\boldsymbol{\tau} = \mathbf{m} \times \mathbf{B}$? **{1996/1}**



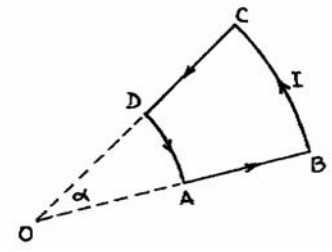
E 3.3.13. Considere un conductor rectilíneo infinito a una distancia R [m] de un conductor semicircular de radio $2R$. Por ambos circulan corrientes de intensidad I [A] en la forma indicada en la figura. **(a)** Encuentre la dirección de la fuerza que la corriente rectilínea ejerce sobre la semicircular. Justifique. **(b)** Calcule su magnitud, demostrando que viene dada por

$$\mathrm{F} = \frac{\mu_0 I^2}{\pi} \int_0^{\pi} \frac{sen\theta}{1+2sen\theta}\, \mathrm{d}\theta. \quad \textbf{\{1994/1\}}$$

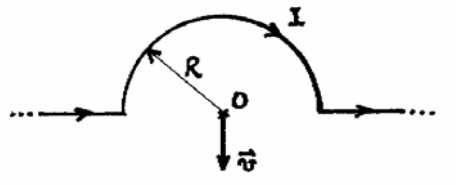


E 3.4. LA LEY DE BIOT–SAVART

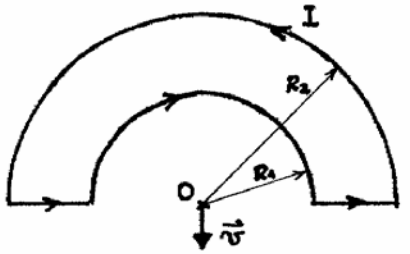
E 3.4.01. Considere el alambre ABCDA que muestra la figura, por el cual circula una corriente de I [A] en la dirección indicada. Suponga que BC y DA son arcos de circunferencia subtendidos por el ángulo α [rad], tales que $\overline{OA}=\overline{OD}=R$ [m] y $\overline{OB}=\overline{OC}=2R$ [m]. Calcule la inducción magnética **B** que produce en el centro O. **{1991/1}**



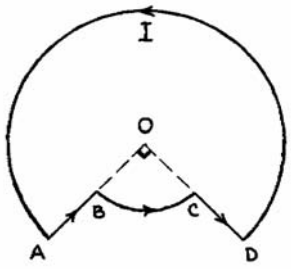
E 3.4.02. Por el conductor que muestra la figura circula una corriente de intensidad I [A]. Calcule la magnitud y dirección de la fuerza que ejerce sobre un electrón, cuando éste pasa por el centro O con rapidez v [m/s], en la dirección señalada. **{1992/1}**



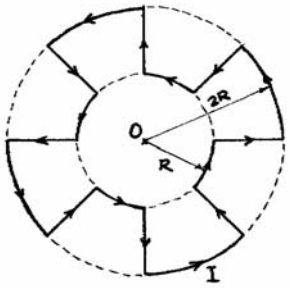
E 3.4.03. Considere una corriente de intensidad I [A] a lo largo del circuito que muestra la figura, compuesto por dos porciones semicirculares, de radios R_1 [m] y R_2 [m], y dos rectilíneas. Encuentre la magnitud y dirección de la fuerza que ejerce sobre una carga puntual $q<0$ [C], cuando ésta pasa por el centro O con velocidad **v** [m/s], perpendicular a los segmentos rectilíneos. **{1992/1}**



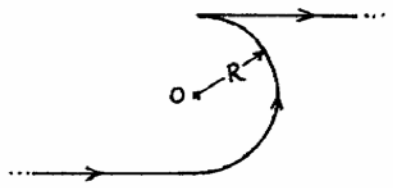
E 3.4.04. Encuentre la magnitud y dirección de la inducción magnética en el centro O, debida a la corriente de intensidad I [A] que circula por el conductor ABCDA de la figura. BC y DA son arcos de circunferencia de radios $\overline{OB}=\overline{OC}=R$ [m] y $\overline{OA}=\overline{OD}=2R$ [m], mientras $\angle$AOD=$\angle$BOC=$\pi/2$ [rad]. **{1993/1}**



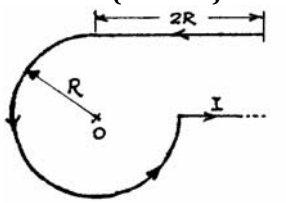
E 3.4.05. La curva cerrada simétrica que muestra la figura, se construye a partir de dos circunferencias concéntricas de radios R [m] y $2R$ [m]. Por ella se hace circular una corriente estacionaria de intensidad I [A], en el sentido que se señala. Encuentre la magnitud y dirección de la inducción magnética que produce en el centro O. **{1993/1}**



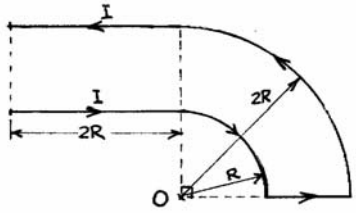
E 3.4.06. El conductor de la figura, formado por dos partes rectilíneas paralelas semi-infinitas y una semicircular de radio R [m], transporta una corriente de intensidad I [A] en la dirección indicada. Encuentre la magnitud y dirección del campo magnético que produce en el centro O. **{1992/2}**



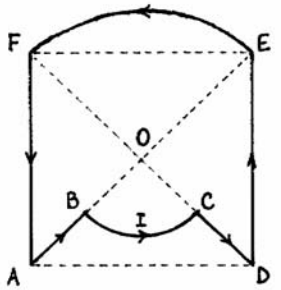
E 3.4.07. Una corriente de intensidad I [A] circula por el conductor de la figura, formado por una parte rectilínea de longitud 2*R* [m], ¾ de circunferencia de radio *R* [m] y otra parte rectilínea semi-infinita. Calcule la magnitud y dirección de la inducción magnética que produce en el centro O. **{1994/2}**



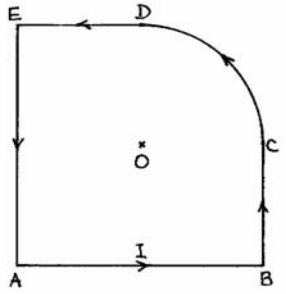
E 3.4.08. El alambre que muestra la figura, por el cual circula una corriente de intensidad I [A], está formado por un segmento rectilíneo de longitud *R* [m], dos de longitud 2*R* [m] y dos cuartos de circunferencias de radios *R* [m] y 2*R* [m]. Calcule la inducción magnética **B** que produce en el centro O. **{1997/1}**



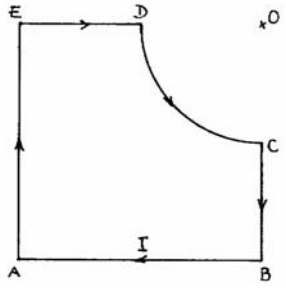
E 3.4.09. Considere el conductor ABCDEFA que muestra la figura, donde $\overline{DE}=\overline{FA}=L$ [m] son dos lados del cuadrado ADEF; AB y CD son partes de sus diagonales tales que $\overline{AB}=\overline{CD}=\overline{AO}/2$; BC y EF son arcos de circunferencia con centro en O. Por él circula una corriente de intensidad I [A] en la forma indicada. **(a)** Calcule la inducción magnética que produce en el centro O. **(b)** Encuentre la magnitud y dirección de la fuerza que ejerce sobre un electrón que pasa por O con rapidez v [m/s] en dirección **OE**. **{1995/1}**



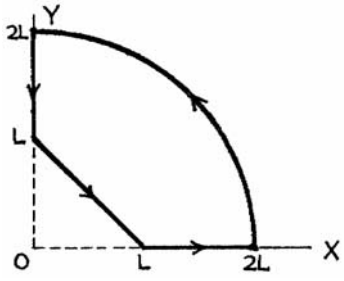
E 3.4.10. A lo largo del circuito ABCDEA que muestra la figura circula una corriente de intensidad I [A] en el sentido indicado. Se sabe que $\overline{AB}=\overline{EA}=2L$ [m], $\overline{BC}=\overline{DE}=L$ [m], $\overline{EA}\perp\overline{AB}$, $\overline{DE}\perp\overline{EA}$, $\overline{BC}\perp\overline{AB}$ y $\overline{OC}\perp\overline{OD}$. Calcule la inducción magnética que produce en el centro O del arco de circunferencia de radio *L* [m]. **{2001/1}**



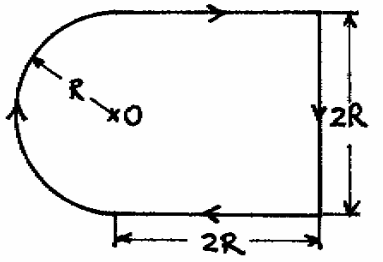
E 3.4.11. A lo largo del circuito ABCDEA que muestra la figura circula una corriente de intensidad I [A] en el sentido indicado. Se sabe que $\overline{AB}=\overline{EA}=2L$ [m], $\overline{BC}=\overline{DE}=L$ [m], $\overline{EA}\perp\overline{AB}$, $\overline{DE}\perp\overline{EA}$, $\overline{BC}\perp\overline{AB}$ y $\overline{OC}\perp\overline{OD}$. Calcule la inducción magnética que produce en el centro O del arco de circunferencia de radio *L* [m]. **{2001/1}**



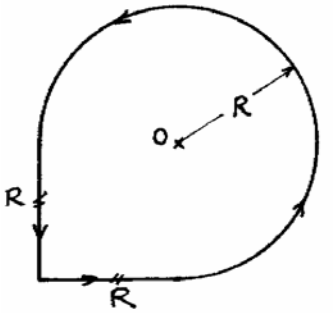
E 3.4.12. Una corriente de intensidad I [A] circula por el conductor de la figura, donde la parte curva es un arco de circunferencia con centro en O. Halle la magnitud y dirección del campo magnético que produce en O. **{1994/1}**



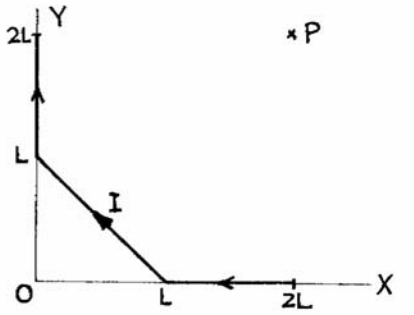
E 3.4.13. Por el circuito que se observa en la figura circula una corriente de intensidad I [A] en la dirección indicada. **(a)** Halle la magnitud y dirección de la inducción magnética **B** que produce en el centro O. **(b)** ¿Qué fuerza ejercerá sobre una carga puntual q [C], cuando ésta pasa por O con velocidad **v** [m/s] "hacia la derecha"? **{1992/2}**



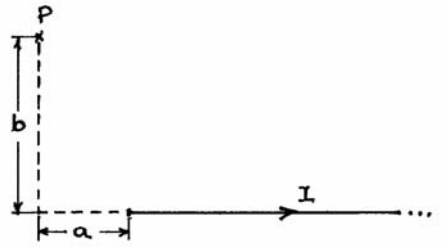
E 3.4.14. Por el circuito de la figura, formado por ¾ partes de una circunferencia de radio R [m] y por dos segmentos rectilíneos perpendiculares de longitud R [m], circula una corriente de intensidad I [A] en el sentido que se indica. Calcule la magnitud y dirección de la inducción magnética **B** que este circuito produce en el centro O. **{1996/2}**



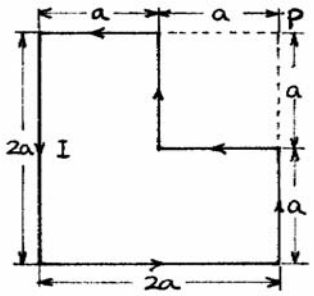
E 3.4.15. Una corriente de intensidad I [A] circula por el conductor que muestra la figura. Calcule la magnitud y dirección de la inducción magnética **B** que produce en el punto P = (2L, 2L). **{1993/2}**



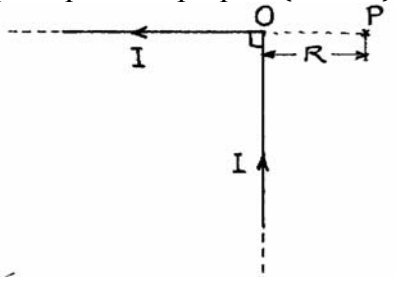
E 3.4.16. Por un conductor rectilíneo semi-infinito circula una corriente eléctrica de intensidad I [A] en el sentido que muestra la figura. Encuentre la magnitud y dirección de la inducción magnética que produce en el punto P. **{1994/2}**



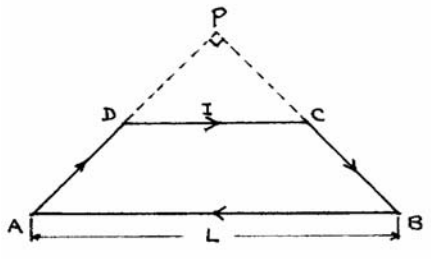
E 3.4.17. (a) Calcule la magnitud y dirección del campo magnético producido por una corriente rectilínea de longitud L [m] e intensidad I [A] en un punto cualquiera. **(b)** Adapte el resultado anterior para obtener el campo magnético en el punto P, vértice del cuadrado de lado 2a [m] que muestra la figura, debido a la corriente de intensidad I [A] que se indica. **{1995/1}**



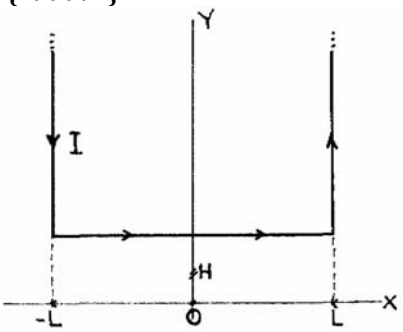
E 3.4.18. Por un alambre infinito, doblado en ángulo recto, circula una corriente de intensidad I [A] en la forma que muestra la figura. Ud. debe demostrar que si este alambre se estira convirtiéndolo en uno solo, sin mover el vértice O, el campo magnético que produce en el punto P aumenta. ¿En qué posición debe quedar para que se duplique? **{1997/2}**



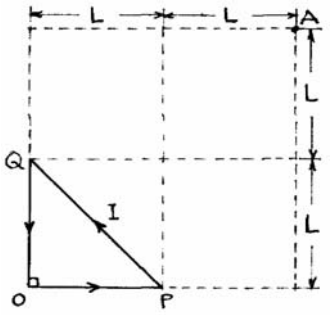
E 3.4.19. Por la espira en forma de trapecio isósceles que muestra la figura, circula una corriente de intensidad I [A] en la forma indicada. Se sabe que $\overline{AB}=L$ [m], $\overline{CD}\,//\,\overline{AB}$ y que $\overline{AD}=\overline{DP}$. Encuentre la magnitud y dirección del campo magnético **B** que produce en el punto P. **{1998/2}**



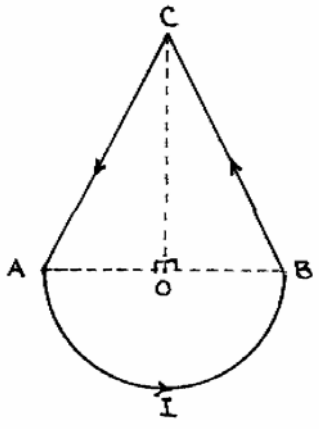
E 3.4.20. Un conductor está formado por un tramo rectilíneo de longitud *L* [m], `perpendicular a otros dos paralelos y semi-infinitos. Por él circula una corriente de intensidad I [A] en la forma indicada en la figura. Ud. debe encontrar la magnitud y dirección de la inducción magnética que produce en el punto O, a una distancia *H* [m] del conductor de longitud 2*L* [m]. **{1999/1}**



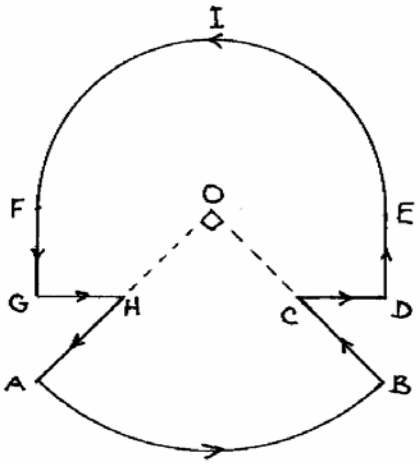
E 3.4.21. Calcule la magnitud y dirección del campo magnético que produce la corriente de intensidad I [A], que circula por el triángulo rectángulo isósceles QOP, en el punto A de la figura. **{2000/1}**



E 3.4.22. Por el conductor ABCA que muestra la figura, circula una corriente de intensidad I [A] en el sentido que se indica. El arco AB es una semicircunferencia de radio $\overline{AO}=\overline{OB}=R$ [m]. Los segmentos rectilíneos $\overline{BC}$ y $\overline{CA}$ son iguales y $\overline{OC}=2R$ [m]. Calcule la magnitud y dirección del campo magnético que produce en el punto O, centro de la semicircunferencia. **{2000/2}**



E 3.4.23. Una corriente de intensidad I [A] circula por el circuito ABCDEFGHA de la figura. Suponga que $\overline{CD}=\overline{DE}=\overline{FG}=\overline{GH}=R$ [m], $\overline{FO}=\overline{OE}=2R$ [m], $\overline{BC}=\overline{CO}=\overline{OH}=\overline{HA}$ y $\angle AOB=\angle CDE=\angle FGH=\pi/2$ [rad]. Calcule la magnitud del campo magnético en el punto O, centro de los arcos AB y EF. **{2002/1}**



E 3.4.24. Calcule la inducción magnética **B** en el centro de una espira cuadrada de lado *L* [m], por la cual circula una corriente de intensidad I [A]. **{1992/1}{1998/2}**

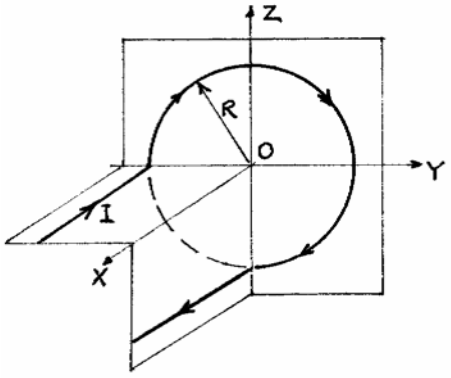
E 3.4.25. Considere una corriente eléctrica de intensidad I [A], que circula a lo largo de un triángulo equilátero de lado L [m]. Calcule: **(a)** La magnitud y dirección del campo magnético que produce en el centro del triángulo (punto donde se intersectan sus medianas). **(b)** La magnitud y dirección de la fuerza que ejerce sobre una partícula de masa m [kg] y carga $q<0$ [C], que se mueve con rapidez v [m/s] a lo largo de una de sus alturas, cuando está pasando por su centro. **{1996/1}{1997/2}**

E 3.4.26. Si el alambre de E 3.4.24 se dobla en forma de triángulo equilátero, ¿qué intensidad de corriente debe circular por él para que el campo magnético en su centro no cambie? **{1998/2}**

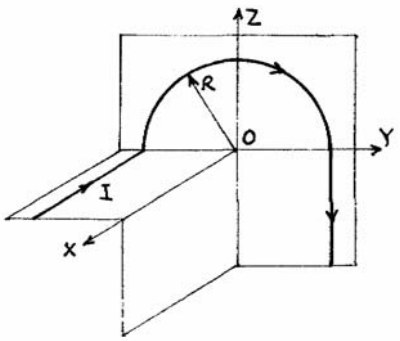
E 3.4.27. Por los lados de un hexágono regular inscrito en una circunferencia de radio R [m] circula una corriente de intensidad I [A]. Calcule el campo magnético que produce en su centro. **{1994/1}**

E 3.4.28. Una corriente de intensidad I [A] circula por una espira plana que tiene la forma de un polígono regular de N lados, inscrito en una circunferencia de radio R [m]. Calcule el campo magnético en su centro. **{1998/1}**

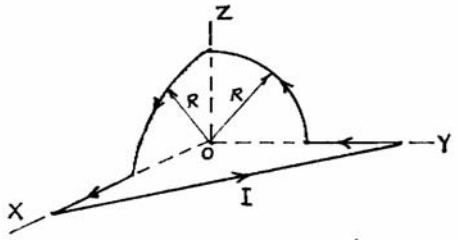
E 3.4.29. A lo largo del conductor de la figura circula una corriente de intensidad I [A] en la forma indicada. El radio de la circunferencia es R [m] y los tramos rectilíneos son semiinfinitos. Calcule la magnitud y dirección de la inducción magnética que produce en el origen O de coordenadas. **{1996/2}**



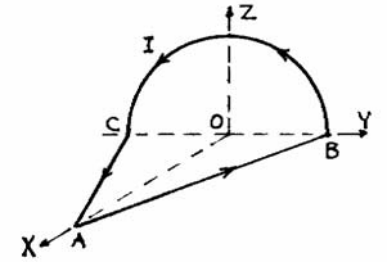
E 3.4.30. A lo largo del conductor de la figura circula una corriente de intensidad I [A] en la forma indicada. El radio de la circunferencia es R [m] y los tramos rectilíneos son semiinfinitos. Calcule la magnitud y dirección de la inducción magnética que produce en el origen O de coordenadas. **{1997/1}**



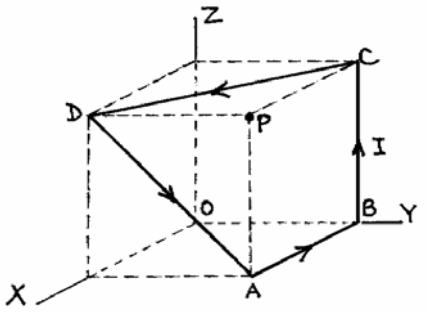
E 3.4.31. El alambre de la figura está formado por dos cuartos de circunferencia de radio R [m], por dos segmentos rectilíneos de longitud R [m] y por otro que conecta los extremos de estos dos. Por él circula una corriente de intensidad I [A] en el sentido señalado. Calcule la inducción magnética que produce en el origen O de coordenadas. **{1998/1}**



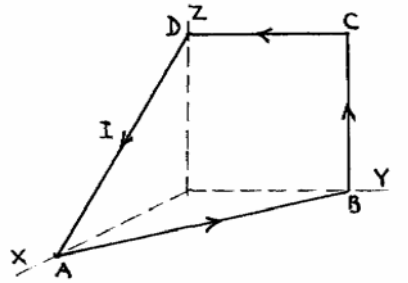
E 3.4.32. Por el conductor ABCA de la figura circula una corriente de intensidad I [A] en el sentido que se indica. El arco BC (plano YZ) es una semicircunferencia de radio $\overline{CO}=\overline{OB}=R$ [m]. Los segmentos AB y CA (plano XY) son iguales y $\overline{OA}=2R$ [m]. Halle la magnitud del campo magnético en el centro O. **{2000/2}**



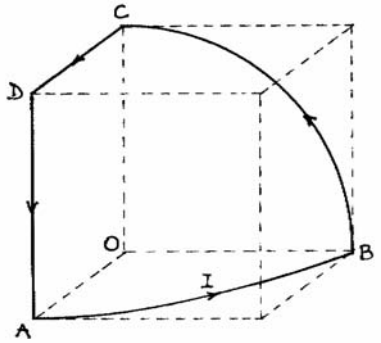
E 3.4.33. Cuatro vértices de un cubo de arista L [m] se conectan mediante la línea poligonal cerrada ABCDA que muestra la figura. Por ella circula una corriente de intensidad I [A] en la forma indicada. Calcule la inducción magnética en el vértice P del cubo. **{1999/1}**



E 3.4.34. Considere el alambre ABCDA que conecta los puntos A = (L,0,0), B = (0,L,0), C = (0,L,L) y D = (0,0,L), donde L se mide en [m], como se ve en la figura. Por él circula una corriente de intensidad I [A] en la forma que se indica. Encuentre la magnitud y dirección del campo magnético que produce en el origen O de coordenadas. **{1999/2}**



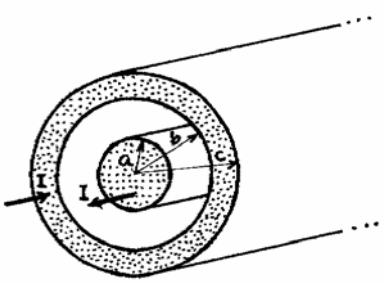
E 3.4.35. Una corriente de intensidad I [A] recorre el alambre ABCDA de la figura, que conecta cuatro vértices de un cubo de arista L [m]. Encuentre la magnitud de la inducción magnética en el vértice O, centro de los arcos de circunferencia AB y BC. **{2001/2}**



E 3.5. LA LEY DE AMPÈRE

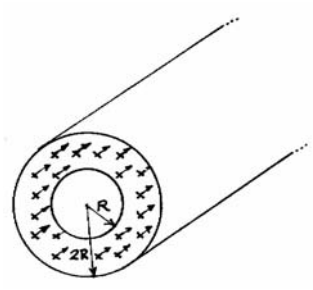
E 3.5.01. A través de la región comprendida entre dos largos cilindros de radios *a* [m] y *b*>*a*, circula axialmente una corriente de intensidad I [A] uniformemente distribuida. Obtenga la magnitud y dirección de la inducción magnética **B** que produce en todo el espacio. **{1992/1}**

E 3.5.02. Considere un cable coaxial muy largo, de radios *a* [m], *b* [m] y *c* [m], el cual conduce una corriente de intensidad I [A], uniformemente distribuida, como se ve en la figura ("entra" por el exterior y "sale" por el interior). Obtenga la inducción magnética **B** en todo el espacio. **{1991/1}**

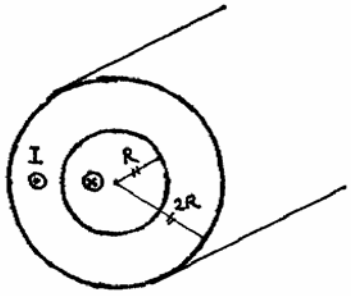


E 3.5.03. Una corriente estacionaria de intensidad I_0 [A] circula axialmente por un largo cilindro macizo de radio *R* [m], con una densidad de magnitud J(r) = k (*R* – r) [A/m^2] a una distancia r ≤ *R* del eje. **(a)** Calcule el valor de la constante k. **(b)** Obtenga la magnitud de la inducción magnética, tanto en el interior como en el exterior del cilindro. Acompañe diagramas que ilustren su desarrollo. **{1994/1}**

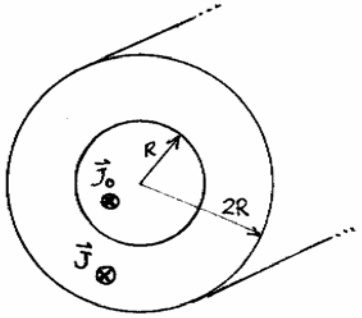
E 3.5.04. A través de la región comprendida entre dos largos cilindros de radios *R* [m] y 2*R*, circula axialmente una corriente distribuida con una densidad J = kr [A/m^2] en la dirección indicada, donde k es una constante y r es la distancia medida radialmente desde el eje. **(a)** Encuentre la intensidad de corriente total que circula por la región. **(b)** Encuentre la magnitud y dirección de la inducción magnética que esta corriente produce en todo el espacio. Haga dibujos explicativos. **{1993/2}**



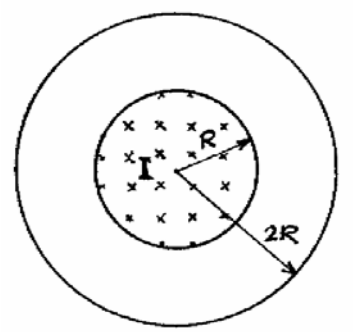
E 3.5.05. Considere los dos largos cilindros coaxiales de radios *R* [m] y 2*R* que muestra la figura. Por el cilindro interior circula axialmente una corriente de densidad J = $(2I/\pi R^4)r^2$ [A/m^2], donde r es la distancia radial medida desde el eje, mientras que por el exterior (*R*< r<2*R*) lo hace una corriente de intensidad I [A] en sentido contrario. Calcule la inducción magnética **B** en todo el espacio. **{1995/2}**



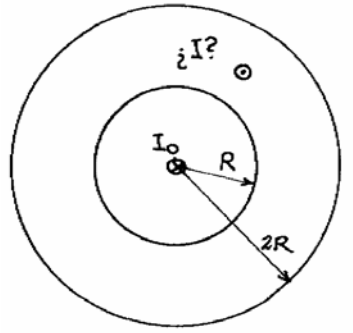
E 3.5.06. La figura muestra dos largos cilindros coaxiales de radios *R* [m] y 2*R*. A través de la sección del primero circula axialmente una corriente uniformemente distribuida con una densidad $\mathbf{J_0}$ [A/m^2], mientras que por la región comprendida entre ambos circula, en la misma dirección, una corriente de igual intensidad pero con una densidad **J** de magnitud inversamente proporcional a la distancia r al eje (R<r<2R). Encuentre el campo magnético en un punto cualquiera de la región comprendida entre los dos cilindros. Explique. **{1998/1}**



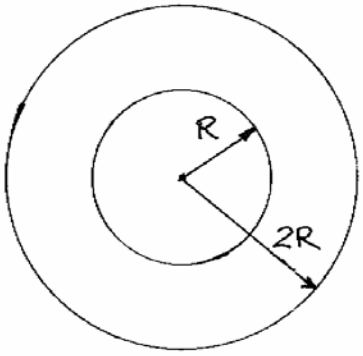
E 3.5.07. La figura muestra la sección de dos largos cilindros coaxiales de radios R [m] y $2R$. Por el cilindro interior circula axialmente una corriente de intensidad I [A], como se indica. Por la región comprendida entre los dos cilindros se hace circular una corriente, también axialmente, con una densidad que es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia al eje. Se sabe que el campo magnético es nulo en todo punto equidistante de ambas superficies cilíndricas. Encuentre la magnitud y dirección del campo magnético en cualquier punto exterior a esta distribución **{1998/2}**



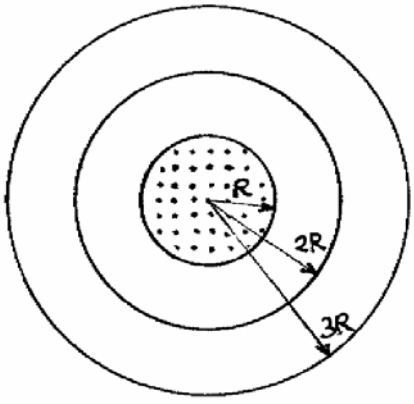
E 3.5.08. La figura muestra la sección de dos largos cilindros coaxiales de radios R [m] y $2R$. Por su eje circula una corriente (rectilínea infinita) de intensidad I_0 [A] "entrando" a esta hoja. Por la región comprendida entre las dos superficies cilíndricas circula, también axialmente, una corriente "saliendo" de esta hoja con una densidad que es directamente proporcional a la distancia r al eje (R<r<$2R$). Se sabe que el campo magnético es nulo a una distancia $3R/2$ del eje. **(a)** ¿Cuál es la intensidad de corriente I? **(b) ¿**Cuál es la magnitud y la dirección del campo magnético en el exterior de esta distribución? **{1999/1}**



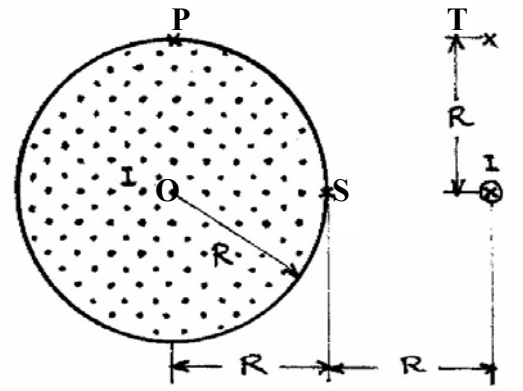
E 3.5.09. La figura muestra la sección de dos largos cilindros coaxiales de radios R [m] y $2R$. A través de la sección del primero circula axialmente una corriente de intensidad I [A] uniformemente distribuida. A través de la región comprendida entre ambos circula una corriente de intensidad 2I, en sentido contrario, con una densidad que es directamente proporcional a la distancia al eje. Encuentre todos los puntos donde el campo magnético: **(a)** Es nulo. **(b)** Tiene una magnitud igual a la mitad de su valor máximo. Explique bien. **{2002/2}**



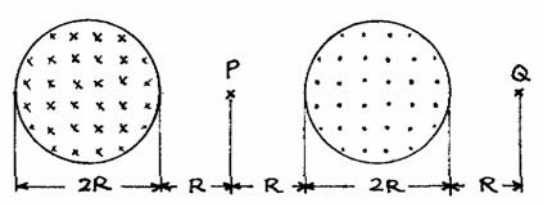
E 3.5.10. La figura muestra la sección de un conjunto de tres cilindros coaxiales muy largos, de radios R [m], $2R$ y $3R$. A través de la sección del primero circula una corriente de intensidad I [A], uniformemente distribuida, saliendo del plano de esta hoja. ¿Qué intensidad de corriente I' debe circular a través de la región comprendida entre los cilindros de radios $2R$ y $3R$, para que el campo magnético sea nulo a una distancia $5R/2$ del eje común? ¿Cuál será entonces el campo magnético en el exterior de la distribución? Explique. **{1999/2}**



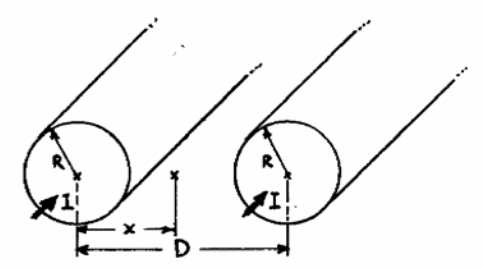
E 3.5.11. La figura muestra la sección de un largo conductor cilíndrico de radio R [m], por el cual circula axialmente una corriente de intensidad I [A]. Paralelamente, a una distancia $2R$ de su eje, circula una corriente de la misma intensidad, pero en sentido contrario, por un largo conductor rectilíneo. Calcule la magnitud y dirección de la inducción magnética que esta distribución de corriente produce en los puntos P, S y T, ubicados donde se indica. Explique bien. **{1996/2}**



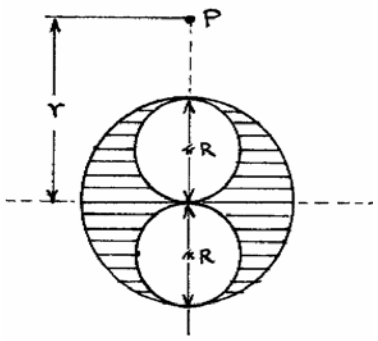
E 3.5.12. La figura muestra las secciones circulares de dos largos cilindros de radio R [m], de ejes paralelos, por los cuales circulan corrientes de igual intensidad I [A], en sentidos opuestos. Calcule la magnitud y dirección del campo magnético que producen en los puntos P y Q, suponiendo que las corrientes están uniformemente distribuidas. **{1995/1}**



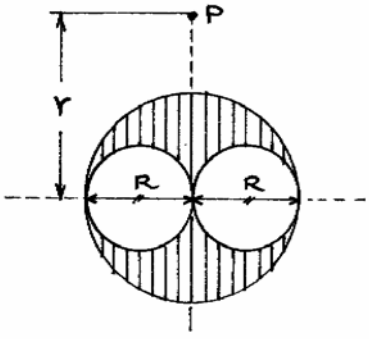
E 3.5.13. La figura muestra dos largos cilindros paralelos, de iguales radios R [m], por cuyas secciones circulan corrientes axiales de iguales intensidades I [A], en la misma dirección. Calcule la magnitud del campo magnético **B** que producen en un punto que está a una distancia x del eje de uno de los cilindros, en los casos $x \leq R$, $R \leq x \leq (D - R)$ y $(D - R) \leq x \leq D$. **{1993/1}**



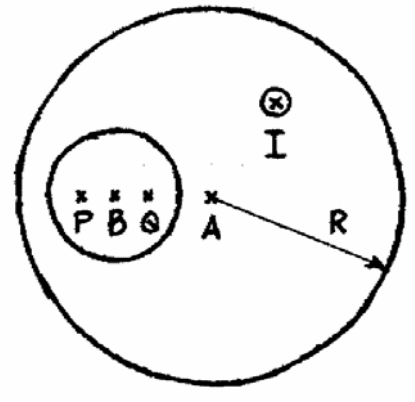
E 3.5.14. Un largo conductor cilíndrico de radio R [m] tiene dos cavidades de diámetro R a través de toda su longitud, como se ve en la figura. Una corriente de intensidad I [A], dirigida hacia afuera de esta hoja, está uniformemente distribuida a través de la sección transversal del conductor (parte "achurada"). Determine la magnitud y dirección del campo magnético en el punto P, en términos de μ_0, I, r y R. **{1996/1}**



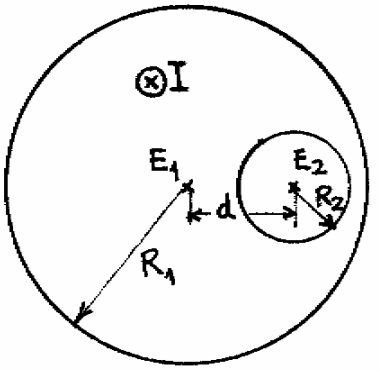
E 3.5.15. Un largo conductor cilíndrico de radio R [m] tiene dos cavidades de diámetro R a través de toda su longitud, como se ve en la figura. Una corriente de intensidad I [A], dirigida hacia afuera de esta hoja, está uniformemente distribuida a través de la sección transversal del conductor (parte "achurada"). Determine la magnitud y dirección del campo magnético en el punto P, en términos de μ_0, I, r y R. **{1996/1}**



E 3.5.16. La figura muestra la sección trans–versal de un largo cilindro de radio R [m], por el cual circula axialmente una corriente de intensidad I [A], uniformemente distribuida, en el sentido indicado. En su interior hay un orificio cilíndrico de radio $R/3$, con su eje paralelo al eje del cilindro, a una distancia $\overline{AB} = R/2$ de éste. Halle la magnitud y dirección del campo magnético en los puntos P y Q dentro del orificio. Los puntos A, B, P y Q son coli-neales tales que $\overline{PB} = \overline{BQ} = R/6$. **{1994/2}**

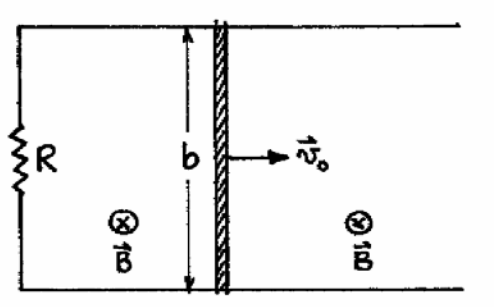


E 3.5.17. Una corriente de intensidad I [A], uniformemente distribuida, circula axialmente por un largo cilindro de radio R_1 [m], en el sentido que muestra la figura. A una distancia d [m] de su eje existe una cavidad de radio $R_2<R_1$, también cilíndrica y muy larga, de eje paralelo al anterior, por la cual no circula corriente. Obtenga la magnitud y dirección del campo magnético sobre el eje E_1 del cilindro y sobre el eje E_2 de la cavidad. **{1997/2}**

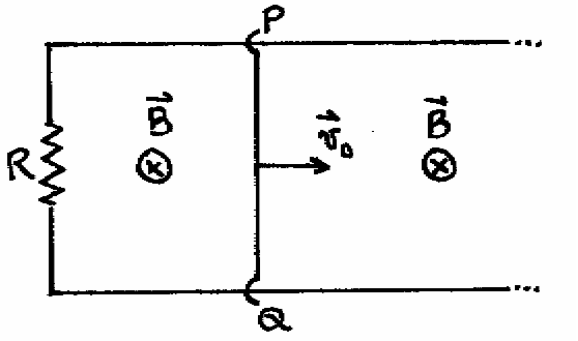


E 3.6. LA LEY DE FARADAY

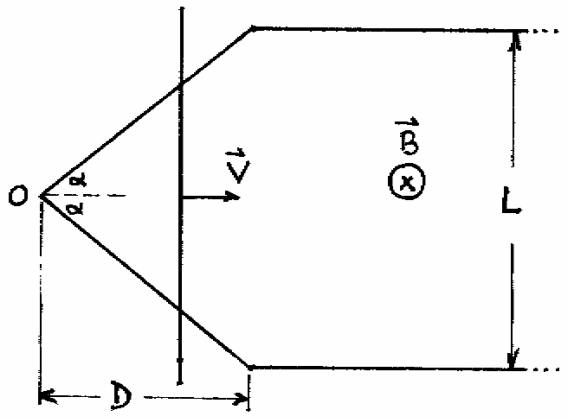
E 3.6.01. El sistema de rieles que se observa en la figura tiene una resistencia total R [Ω] y posee una barra móvil de largo *b* [m]. Perpendicularmente a su plano (entrando a esta hoja de papel) existe un campo magnético uniforme de inducción **B** [T]. Si *M* [kg] es la masa de la barra y se le da una velocidad inicial $\mathbf{v_0}$ [m/s] en la dirección indicada, explique claramente y con fundamentos (plantee ecuaciones) qué sucede posteriormente. En particular, refiérase a la energía disipada en el proceso. **{1991/1}**



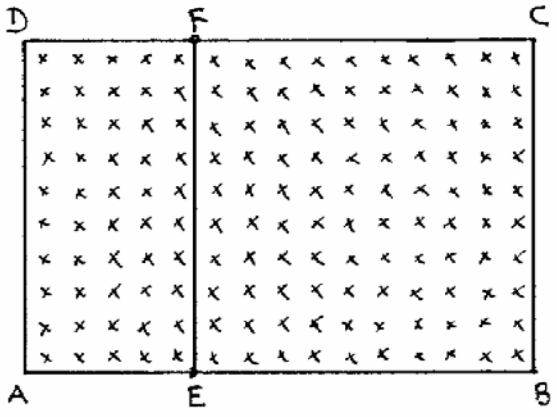
E 3.6.02. El conductor PQ de la figura, de masa *m* [kg], desliza sin roce por dos rieles conductores muy largos, separados una distancia $\overline{PQ}=L$ [m]. Éstos están unidos en uno de sus extremos por un conductor de resistencia R [Ω] y el sistema se encuentra en un campo magnético uniforme de inducción **B** [T], perpendicular al plano del circuito. En el instante t = 0 se le comunica a la barra una velocidad $\mathbf{v_0}$ [m/s] en la dirección indicada. Determine: **(a)** Cuánto recorre la barra hasta detenerse. **(b)** La energía disipada en R en ese lapso. Explique claramente lo que ocurre. **{1996/2}**



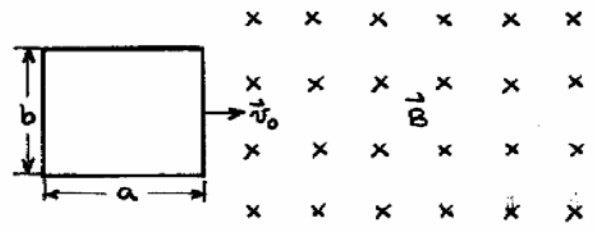
E 3.6.03. En el circuito de la figura el alambre deslizante se mueve con velocidad constante **V** [m/s] y el plano del circuito está ubicado perpendicularmente a un campo magnético uniforme de inducción **B** [T]. Suponga que en t = 0 el alambre está pasando por el vértice O. Encuentre la fem inducida, indicando el sentido de la corriente, en cualquier instante t, si: **(a)** 0<t<D/V. **(b)** t>D/V. Explique. **{2000/2}**



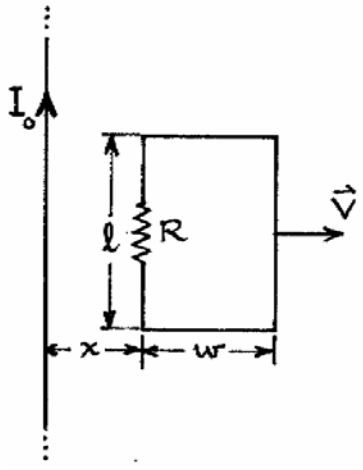
E 3.6.04. La espira ABCDA que muestra la figura se encuentra en una región donde existe un campo magnético uniforme, entrando perpendicularmente a esta hoja, con una magnitud B = At [T], para $t \geq 0$, donde A es una constante positiva. El riel FE coincide con el lado DA en t = 0 y se mueve hacia la derecha con rapidez constante V [m/s]. Si R [Ω] es su resistencia, encuentre en qué instante la corriente que circula por él es nula. Explique bien su planteo y analice su resultado. Haga $\overline{AB}=\overline{CD}=3L$ [m] y $\overline{AD}=\overline{BC}=2L$. **{2001/1}**



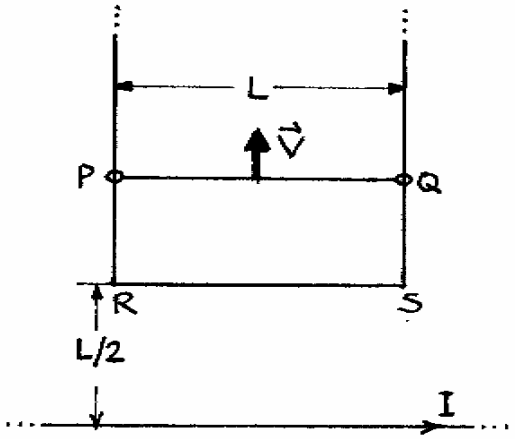
E 3.6.05. Una espira rectangular de lados a [m] y b [m] se mueve con velocidad constante $\mathbf{v_0}$ [m/s], desde una región sin campo a otra de campo magnético uniforme pero variable en el tiempo, como se ve en la figura. Mientras la espira ingresa completamente a esta región, el campo cambia linealmente su magnitud desde B_0 [T] hasta $2B_0$. **(a)** Calcule el flujo de **B** a través de la espira, en un instante t cualquiera durante su ingreso a la región. **(b)** En ese instante, calcule la fem inducida en la espira, indicando el sentido en que circula la corriente por ella. Justifique. **{1993/1}**



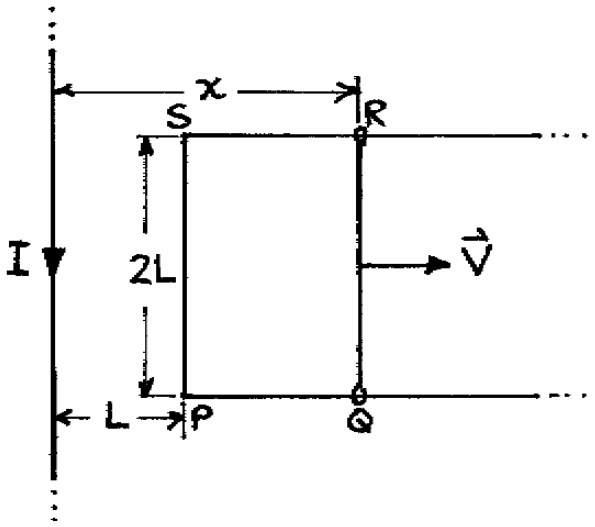
E 3.6.06. La espira rectangular de la figura, de dimensiones ℓ [m] y w [m], se mueve con velocidad constante **V** [m/s] respecto a un largo alambre que lleva una corriente de intensidad I_0 [A] en el plano de la espira. Si su resistencia total es R [Ω], deduzca una expresión para la intensidad de corriente inducida en la espira, en el instante en que el lado cercano se encuentra a una distancia x [m] del alambre, indicando su sentido. Explique cómo se puede mantener la velocidad y qué ocurre si a la espira se le da una velocidad inicial y luego se deja libre. **{1996/1}**



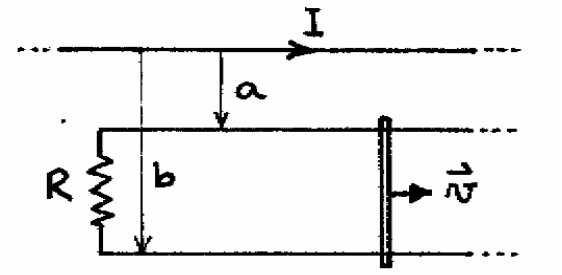
E 3.6.07. El riel PQ de longitud L [m] que muestra la figura, se mueve con velocidad constante **V** [m/s] perpendicularmente a una corriente rectilínea infinita de intensidad I [A], que circula en la dirección indicada. Ud. debe calcular la fem inducida en la espira RSQP, en el instante en que ésta es cuadrada. Deduzca en qué sentido circula la corriente inducida. **{2000/2}**



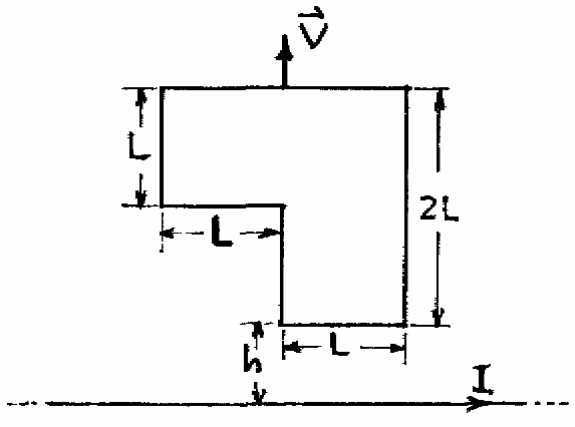
E 3.6.08. El conductor QR de la figura, paralelo a una corriente rectilínea infinita de intensidad I [A], se aleja de ésta con velocidad constante **V** [m/s], deslizándose sobre dos largos rieles paralelos. Ud. debe calcular la fem inducida en la espira rectangular PQRS, cuando QR se encuentra a una distancia $x = 2L$ [m]. Deduzca en qué sentido circula la corriente inducida. **{2001/1}**



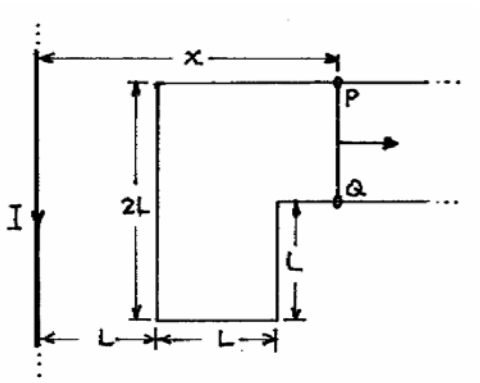
E 3.6.09. La figura muestra una barra metálica que se mueve sobre vías conductoras con una velocidad **v** [m/s] paralela a un alambre rectilíneo infinito, por el cual circula una corriente de intensidad I [A] en el sentido indicado. Explique claramente lo que ocurre, encontrando la fem inducida en la barra y el sentido de circulación de la corriente inducida. **{1993/2}**



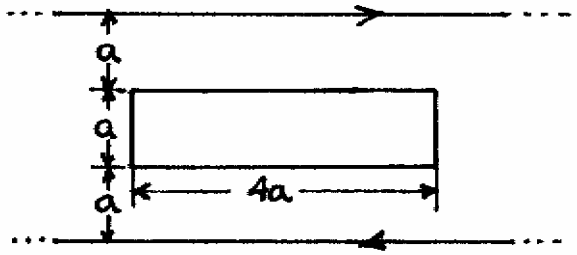
E 3.6.10. La espira de la figura se aleja con velocidad constante **V** [m/s] de una corriente rectilínea infinita de intensidad I [A]. Calcule la fem inducida en ella en el instante en que $h = 2L$ [m], indicando el sentido de circulación de la corriente inducida. Explique. **{2000/1}**



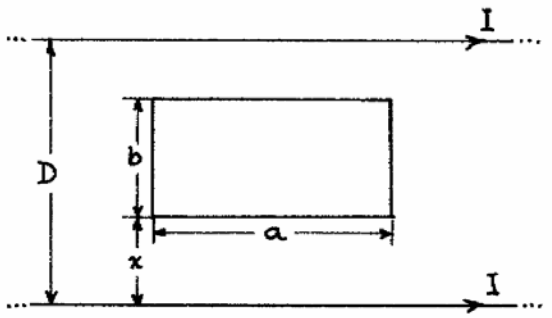
E 3.6.11. El alambre rectilíneo PQ de la figura se desliza sobre dos rieles paralelos, alejándose de una corriente rectilínea paralela infinita de intensidad I [A]. Suponga que su resistencia es R [Ω]. **(a)** ¿Qué intensidad de corriente circula por PQ (indique sentido), cuando un agente externo lo mueve con velocidad constante **V** [m/s], en el instante en que $x = 3L$ [m]? **(b)** Analice detalladamente qué ocurre si ahora el agente externo suelta el alambre PQ. **{2002/1}**



E 3.6.12. Suponga que por los conductores infinitos paralelos que muestra la figura circulan corrientes iguales y opuestas de intensidad $I = \alpha t^2$ [A]. Calcule la fem inducida en la espira rectangular, deduciendo el sentido en que circula la corriente inducida. **{1992/2}**

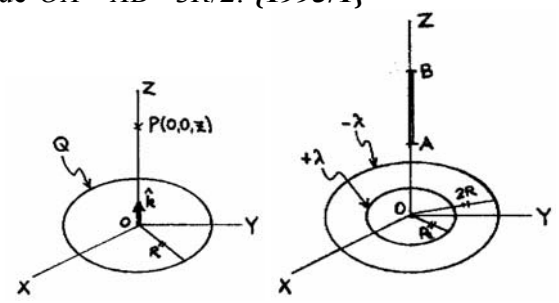


E 3.6.13. Una espira rectangular de lados *a* [m] y *b* [m] se dispone paralelamente entre dos corrientes rectilíneas muy largas, de intensidades iguales a I [A], como muestra la figura. **(a)** Calcule el flujo del campo magnético **B** a través de la superficie de la espira, cuando ésta se encuentra en una posición cualquiera, a una distancia *x* [m] de una de las corrientes. Analice su resultado. **(b)** Proponga una situación en que pueda aparecer una corriente alrededor de la espira, deduciendo claramente el sentido en que ésta circularía. **{1993/1}**

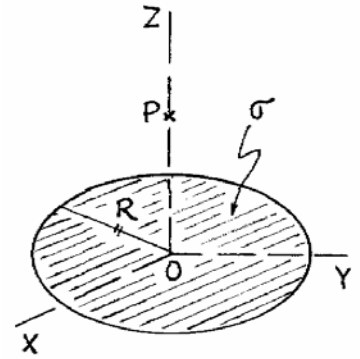


E 4.0. EJERCICIOS DE EXAMEN

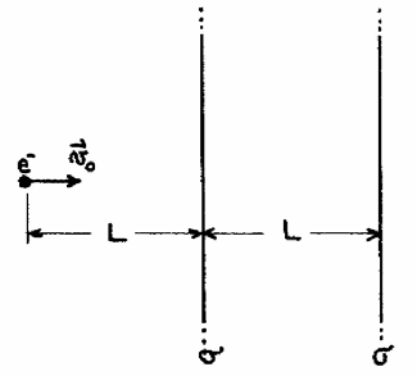
E 4.0.01. El campo eléctrico producido por un anillo circular uniformemente cargado, en un punto cualquiera sobre su eje es (ver figura izquierda) $\mathbf{E} = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{Qz}{(R^2+z^2)^{3/2}}\mathbf{k}$ [N/C]. A partir de este resultado, calcule la magnitud y dirección de la fuerza que ejercen dos anillos coplanares concéntricos, de radios R [m] y $2R$, uniformemente cargados con densidades $\lambda>0$ [C/m] y $-\lambda$, respectivamente, sobre el alambre rectilíneo AB que muestra la figura derecha, el que también se encuentra uniformemente cargado con una densidad λ. Suponga que $\overline{OA}=\overline{AB}=3R/2$. **{1993/1}**



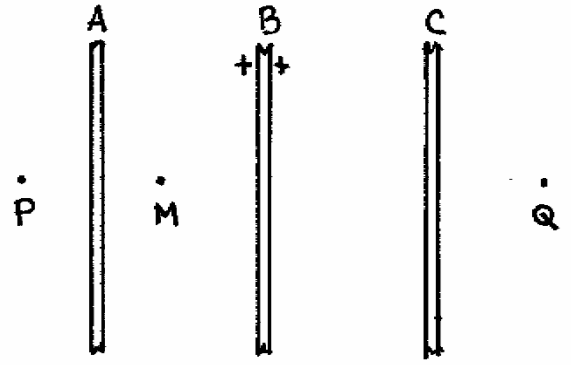
E 4.0.02. El disco circular de radio R [m] que muestra la figura está cargado con una densidad superficial $\sigma = \sigma_0(1 - R/r)$ [C/m^2], donde $\sigma_0>0$, siendo r la distancia de un punto cualquiera del disco a su centro. Demuestre que la magnitud del campo eléctrico en el punto P sobre su eje ($\overline{OP}=R$) es, aproximadamente, $|\mathbf{E}| = |Q/4\pi\varepsilon_0 R^2|$ [N/C], donde Q [C] es la carga total del disco, si se usa la aproximación $\sqrt{2}=3/2$. ¿Cuál es su dirección? **{1998/2}**



E 4.0.03. Considere dos grandes placas planas paralelas no conductoras, separadas por una distancia L [m], cada una de las cuales está uniformemente cargada con una densidad $\sigma>0$ [C/m^2]. Desde una distancia L de una de ellas se dispara perpendicularmente un electrón con velocidad $\mathbf{v_0}$ [m/s], según se ve en la figura. Éste puede atravesar las placas por pequeños orificios que no alteran la distribución de carga. **(a)** Explique claramente el movimiento que sigue el electrón, justificando sus aseveraciones. **(b)** Halle la rapidez con que atraviesa cada placa. **(c)** Calcule el tiempo que transcurre hasta que se detiene por primera vez. El campo eléctrico no es dato. **{1993/2}**



E 4.0.04. Considere tres placas infinitas paralelas, dispuestas como se ve en la figura. La placa B tiene carga positiva uniformemente distribuida con una densidad σ [C/m^2] en cada uno de sus lados. Las cargas en las placas A y C no se conocen, pero se sabe que el campo eléctrico es nulo en los puntos P y Q. Calcule el campo eléctrico en el punto M y la densidad de carga sobre las superficies de la placa A. **{1994/2}**



E 4.0.05. Considere dos cargas puntuales, $q_1 = q$ [C] y $q_2 = 2q$, separadas una distancia a [m]. **(a)** Encuentre un punto donde ubicar una carga $q_3 = 3q$, para que se encuentre en equilibrio. **(b)** ¿Qué trabajo debe realizar un agente externo para traer q_3, en equilibrio, desde el infinito hasta dicho punto? **(c)** Al hacerlo, ¿en qué % varió la energía del sistema? **{1993/2}**

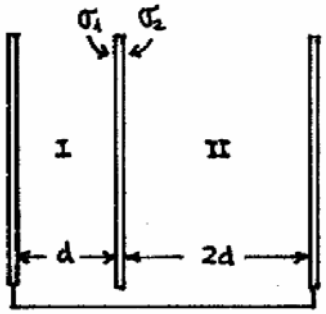
E 4.0.06. Cuatro cargas puntuales iguales, cada una de Q [C], están ubicadas en los vértices de un cuadrado de lado L [m]. Calcule: **(a)** La magnitud de la fuerza sobre cada carga. **(b)** En qué % cambia la energía del sistema, si un agente externo traslada una de ellas, en equilibrio, hasta el centro del cuadrado. Dé argumentos que respalden sus cálculos. **{2001/1}**

E 4.0.07. Cuatro cargas puntuales, cada una de Q [C], se encuentran ubicadas en los vértices de un cuadrado de lado L [m]. Otra carga igual está sobre el eje del cuadrado, a una distancia $L/2$ de su centro. **(a)** Calcule la magnitud y dirección de la fuerza que ejercen las cuatro cargas sobre esta última. **(b)** ¿Qué trabajo debe realizar un agente externo para llevar esta carga, en equilibrio, hasta el centro del cuadrado. Justifique. **{2000/2}**

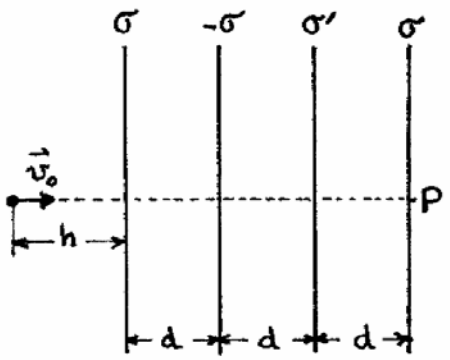
E 4.0.08. Considere N cargas puntuales iguales, cada una de Q [C], ubicadas sobre una circunferencia de radio R [m], de modo que forman un polígono regular de N lados. **(a)** Calcule la magnitud de la fuerza que cada carga ejerce sobre la que se encuentra más cercana a ella. **(b)** Encuentre la diferencia de potencial entre el centro de la circunferencia y un punto sobre su eje a una distancia $\sqrt{3}\,R$ de aquél. **{2000/2}**

E 4.0.09. Una carga Q [C] se reparte uniformemente sobre un anillo circular de radio R [m]. Calcule el trabajo que debe realizar un agente externo para traer una carga puntual del mismo valor Q, en equilibrio, desde el infinito hasta el punto sobre su eje donde el campo eléctrico es máximo. **{1996/1}**

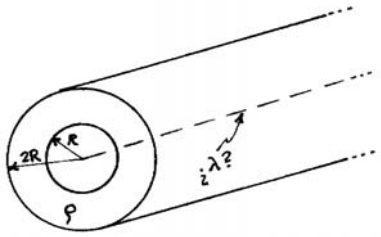
E 4.0.10. Considere tres placas conductoras paralelas muy grandes, de área A [m^2], dispuestas como se ve en la figura. La placa central se carga con una carga total $Q>0$ [C], mientras que las extremas se conectan mediante un hilo conductor. **(a)** Encuentre las densidades σ_1 y σ_2 con que se distribuye Q a ambos lados de la placa. **(b)** Obtenga el campo eléctrico en las regiones I y II. **(c)** Calcule la rapidez con que llega una partícula de masa m [kg] a la placa derecha, si se lanza desde la izquierda con una velocidad $\mathbf{v_0}$ [m/s], luego de atravesar la placa central por un pequeño orificio. Justifique su respuesta. **{1994/2}**



E 4.0.11. El sistema mostrado en la figura consta de cuatro placas paralelas muy grandes, de espesor despreciable y separadas entre si por una distancia d [m], las que están uniformemente cargadas. Calcule la densidad σ', de modo que la partícula de masa m [kg] y carga q [C], lanzada con velocidad $\mathbf{v_0}$ [m/s] perpendicularmente a las placas y a una distancia h [m] de la primera, alcance a llegar a la última (punto P), atravesando las placas por pequeños agujeros. Suponga que se conoce σ [C/m^2] y recuerde que el campo eléctrico debido a un plano infinito es $\sigma/2\varepsilon_0$. **{1995/2}**



E 4.0.12. La región comprendida entre dos largos cilindros coaxiales de radios R [m] y $2R$, se carga con una densidad $\rho = kr^2$ [C/m^3], donde k es una constante positiva y r es la distancia medida desde el eje. ¿Qué densidad debe tener un alambre rectilíneo infinito, colocado sobre este eje, para que la diferencia de potencial entre dos puntos cualesquiera del exterior (r>2R) sea nula? Explique. **{1994/2}**

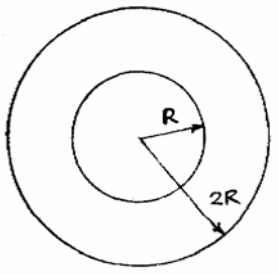


E 4.0.13. Considere una esfera de radio a [m], concéntrica con una capa esférica de radios b [m] y c [m], donde $a<b<c$. Ambas están cargadas uniformemente con cargas Q>0 [C] y $-Q$, respectivamente, a través de sus volúmenes. **(a)** Encuentre la magnitud y dirección del campo eléctrico en todo el espacio, indicando su valor sobre las superficies r = a, r = b y r = c, donde r [m] es la distancia medida desde el centro. **(b)** Calcule la energía almacenada en la región entre r = a y r = b. **{1992/1}**

E 4.0.14. Una carga Q>0 [C] se reparte sobre un volumen esférico de radio R [m], con una densidad que es directamente proporcional a la distancia r a su centro. **(a)** ¿Qué trabajo debe realizar un agente externo para traer una partícula de masa m [kg] y carga q>0 [C], en equilibrio, desde el infinito hasta la superficie de la esfera? **(b)** Si ésta se lanza desde el centro con rapidez v_0 [m/s], con qué rapidez llega a la superficie de la esfera? **{1993/1}**

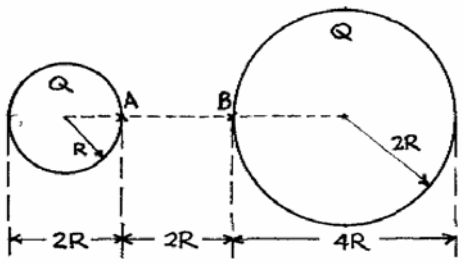
E 4.0.15. Un volumen esférico de radio R [m], cargado con densidad constante ρ>0 [C/m^3], se rodea de una capa esférica concéntrica de radios $2R$ y $3R$ cargada con densidad $-\rho$ a través de su volumen. **(a)** Encuentre aquella superficie sobre la cual el campo electrostático es nulo. **(b)** Calcule el potencial electrostático sobre ella. **{1993/1}**

E 4.0.16. El volumen esférico de radio R [m] de la figura está cargado con una densidad que en cada punto es directamente proporcional al cuadrado de su distancia al centro. Concéntrica con él se encuentra una superficie esférica de radio $2R$, conductora y descargada. Se sabe que el campo eléctrico es $E = Q/4\pi\varepsilon_0 r^2$ [N/C], para todo punto a una distancia r>R del centro. **(a)** Encuentre la densidad de carga a ambos lados de la superficie conductora. Explique. **(b)** Calcule el campo eléctrico en todo punto interior a la esfera de radio R. **{1999/1}**



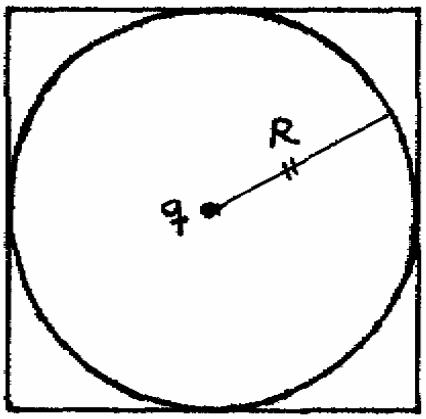
E 4.0.17. Un volumen esférico de radio R [m] se carga con una carga total Q [C], distribuida con una densidad que es directamente proporcional a la distancia r a su centro. **(a)** Halle todos los puntos donde el campo eléctrico tiene una magnitud igual a la mitad de su valor máximo. **(b)** Demuestre que su energía de configuración es $U = Q^2/7\pi\varepsilon_0 R$ [J]. **{2000/2}**

E 4.0.18. Cada una de las esferas que muestra la figura tiene una carga total Q>0 [C] distribuida a través de su volumen. **(a)** Si una partícula de masa M [kg] y carga Q se deja en reposo en el punto A, ¿con qué rapidez llega al punto B? **(b)** ¿En qué punto del trazo AB el campo eléctrico es nulo? **{1999/1}**

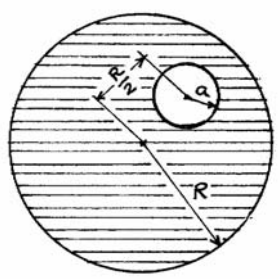


E 4.0.19. Una carga total $Q>0$ [C] se distribuye en la región comprendida entre dos esferas concéntricas de radios R_1 [m] y $R_2>R_1$, con una densidad que es directamente proporcional a la distancia a su centro. **(a)** Calcule la intensidad de campo eléctrico en un punto cualquiera de esta región. **(b)** Si luego se ubica una superficie esférica conductora de radio $R_3>R_2$, concéntrica con las anteriores, calcule la densidad de carga a cada lado de ella, una vez alcanzado el equilibrio. Suponga que esta superficie estaba descargada. **{1994/1}**

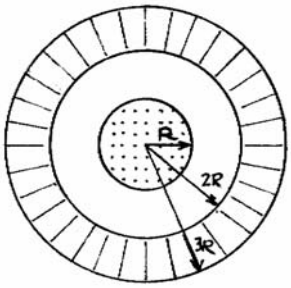
E 4.0.20. Una esfera de radio R [m] se encuentra "inscrita" en el interior de un cubo (ver figura). Suponga que en el centro de la esfera se coloca una carga puntual $q>0$ [C], mientras que a través de su volumen se distribuye una carga total $Q = 2q$. **(a)** Calcule el flujo del campo eléctrico a través del cubo. **(b)** Encuentre el campo eléctrico y el potencial en un vértice del cubo. ¿Qué puede decir acerca de cómo se distribuyó Q a través del volumen de la esfera? **{1995/2}**



E 4.0.21. La figura muestra una esfera de radio R [m], con una cavidad esférica de radio a [m], estando los centros de ambas separados por una distancia $R/2$. Sobre el volumen esférico de radio R se distribuye uniformemente una carga total Q [C], permaneciendo descargada la cavidad. ¿Qué trabajo debe realizar un agente externo para trasladar una carga puntual q [C], en equilibrio, desde el infinito hasta el centro de la cavidad? **{1996/2}**

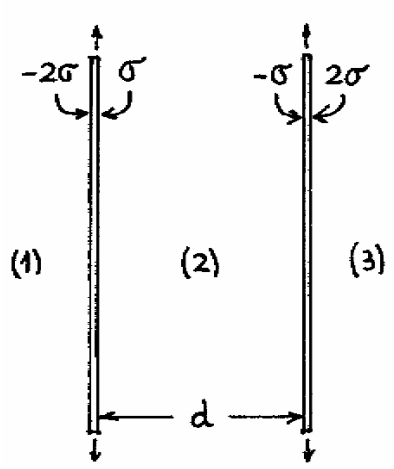


E 4.0.22. A través del volumen de una esfera de radio R [m] se distribuye uniformemente una carga $Q>0$ [C]. Concéntrica con ella hay una capa esférica conductora no cargada, de radios $2R$ [m] y $3R$, como se ve en la figura. **(a)** Encuentre el campo eléctrico en todo el espacio. **(b)** Obtenga la densidad de carga sobre las superficies r = $2R$ y r = $3R$ de la capa conductora. **(c)** Calcule el potencial electrostático en el interior de la capa conductora. **(d)** Determine la energía de configuración de esta distribución. **(e)** Si ahora la capa conductora se conecta a tierra, ¿cómo cambia la respuesta a la pregunta (b)? Explique bien, justificando sus afirmaciones y haciendo dibujos. **{1996/1}**

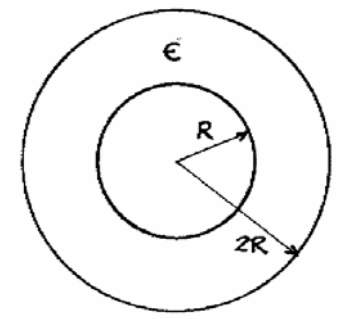


E 4.0.23. Una capa esférica conductora de radios R_1 [m] y $R_2>R_1$ se carga con una carga total $Q>0$ [C]. **(a)** Deduzca dónde se distribuye esta carga y con qué densidad. A continuación, en el centro se ubica una esfera no conductora, de radio $R<R_1$, la que se carga uniformemente a través de su volumen con una carga total $-Q$. Restablecido el equilibrio en el conductor: **(b)** Encuentre dónde se redistribuye la carga sobre éste y calcule la densidad de ella. **(c)** Obtenga la magnitud y dirección del campo eléctrico **E** en todo el espacio. **(d)** Calcule el potencial en la capa conductora y sobre la superficie de la esfera no conductora. Haga dibujos y explique. **{1993/1}**

E 4.0.24. Dos placas conductoras paralelas infinitas, separadas por una distancia d [m], tienen las densidades de cargas constantes que se indican en la figura, donde $\sigma>0$ [C/m^2]. **(a)** Calcule la magnitud y dirección de la intensidad de campo eléctrico en las regiones (1), (2) y (3). **(b)** Si las placas se conectan entre si mediante un hilo conductor, encuentre con qué densidad se redistribuye la carga a ambos lados de cada una de ellas, una vez restablecido el equilibrio. **{1998/2}**



E 4.0.25. La figura muestra dos esferas conductoras concéntricas, de radios R [m] y $2R$, inicialmente descargadas. En el espacio comprendido entre ellas, lleno con un dieléctrico de permitividad ε [C^2/Nm^2], se distribuye una carga total $Q>0$ [C], de manera que el campo eléctrico en esta región tiene una magnitud $E = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\left(\frac{r}{R}-1\right)$ [N/C]. **(a)** Calcule la diferencia de potencial entre las dos superficies esféricas. **(b)** ¿Cuál es la energía de configuración del sistema? **(c)** ¿Qué ocurre si la esfera exterior se conecta a tierra? **{1999/2}**

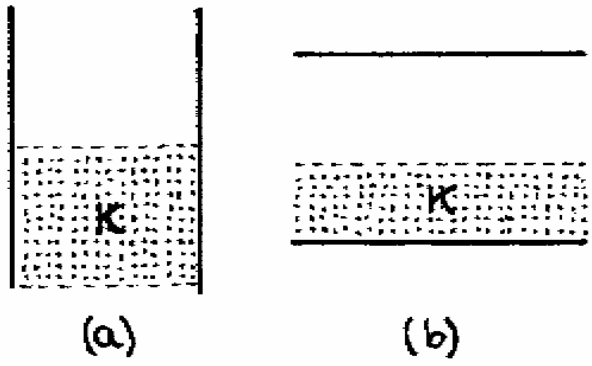


E 4.0.26. Considere un capacitor cilíndrico de radios a [m] y b [m], con $a < b$, y longitud L [m], tal que $b<<L$ (¿por qué?). Demuestre que al cargar este capacitor, la mitad de la energía queda almacenada en el interior de un cilindro de radio $r = \sqrt{ab}$. **{1992/1}**

E 4.0.27. Un capacitor esférico, formado por dos esferas concéntricas de radios R [m] y $2R$, se carga con una carga Q [C]; luego se dispara un electrón hacia el centro, con rapidez inicial v_0 [m/s], desde una distancia $5R$, de manera que éste se detiene a una distancia $3R/2$ del centro. **(a)** Deduzca el signo de la carga sobre cada placa. **(b)** Explique cómo se mueve el electrón antes de penetrar al capacitor. **(c)** Determine qué relación debe existir entre Q y v_0 para que ocurra lo anterior. **{1991/1}**

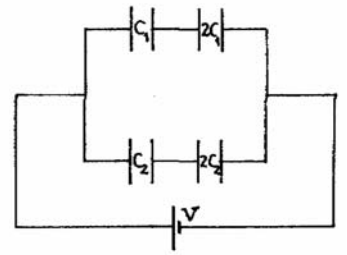
E 4.0.28. Si U_0 [J] es la energía almacenada en un sistema de N capacitores iguales conectados en serie, cuando entre sus extremos se establece cierta diferencia de potencial, calcule la energía que almacenan cuando se conectan en paralelo a la misma diferencia de potencial. **{1994/1}**

E 4.0.29. Un capacitor de placas paralelas se llena hasta la mitad con un dieléctrico de constante dieléctrica κ, como muestra la figura (a). Si se pone en la posición indicada en la figura (b), ¿qué parte de él debe llenarse con el mismo dieléctrico, para que su capacitancia sea igual a la anterior? Explique y discuta. **{1999/1}**

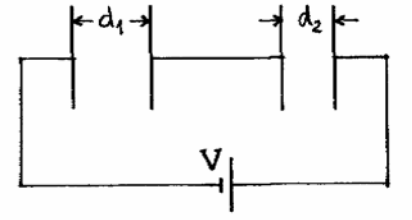


E 4.0.30. Dos capacitores de igual capacitancia están conectados en paralelo, inicialmente a una diferencia de potencial V_0 [V] entre sus placas. Luego uno de ellos se llena con un dieléctrico de constante dieléctrica κ. **(a)** Calcule la cantidad de carga transferida de un capacitor a otro. **(b)** Encuentre la diferencia de potencial final entre las placas de los capacitores. **(c)** ¿En qué % cambió la energía del sistema al poner el dieléctrico? **{1997/1}**

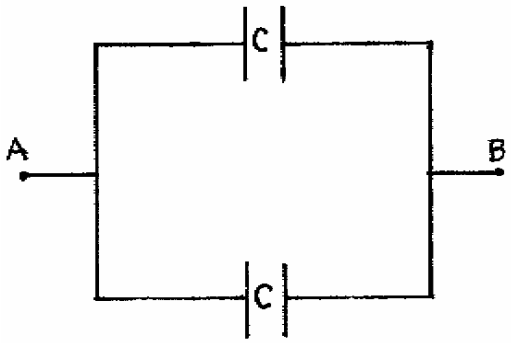
E 4.0.31. Con respecto al sistema de capacitores que muestra la figura, calcule: **(a)** La carga y la diferencia de potencial en cada uno de ellos. **(b)** El cambio en la energía total almacenada en el sistema, si todos los capacitores se llenan con un dieléctrico de permitividad ε [C^2/Nm^2], manteniendo la diferencia de potencial externa en V [V]. **{1999/2}**



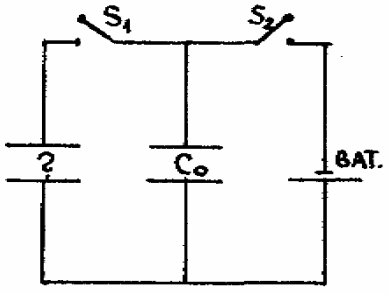
E 4.0.32. La figura muestra dos capacitores planos paralelos, cuyas placas tienen la misma área, conectados en serie a una batería que mantiene el sistema a una diferencia de potencial V [V]. Las separaciones entre las placas de ambos capacitores son inicialmente d_1 [m] y d_2, con $d_2<d_1$. Éstas se pueden variar moviendo la parte en forma de "H", la que se supone rígida. Se trata de moverla y luego llenar el espacio entre las placas del capacitor de la derecha con un dieléctrico de permitividad ε [C^2/Nm^2]. Encuentre cuánto debe desplazarse esta "H" y hacia adónde, para que al final la diferencia de potencial sea la misma entre las placas de ambos capacitores. **{1997/2}**



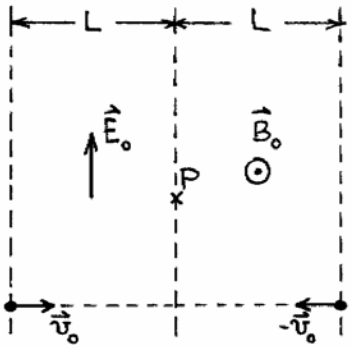
E 4.0.33. Dos capacitores planos paralelos de igual capacitancia C [F] se conectan en la forma indicada en la figura. Se supone que entre los puntos A y B se mantiene una diferencia de potencial V [V] en todo instante. Calcule cómo cambia (%) la energía almacenada en el sistema y su capacitancia equivalente, si: **(a)** Uno de los capacitores se llena con un dieléctrico de permitividad ε [C^2/Nm^2]. **(b)** Se duplica la separación entre las placas de uno de los capacitores. [Las preguntas (a) y (b) son independientes]. Justifique sus aseveraciones. **{1998/1}**



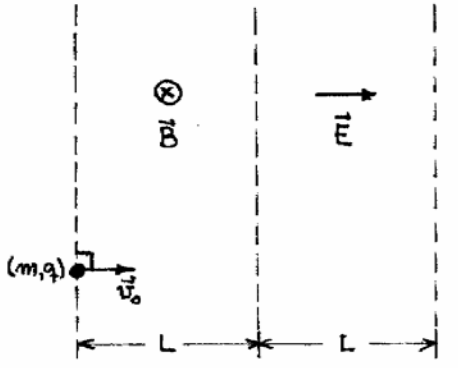
E 4.0.34. Un capacitor de capacitancia desconocida se puede conectar a otro de capacitancia C_0 [F] mediante un interruptor S_1; a su vez, éste se puede conectar a una batería mediante un interruptor S_2 (ver figura). Considere las siguientes acciones sucesivas: (1) Se cierra S_2, estando abierto S_1. (2) Se abre S_2 y se cierra S_1: la diferencia de potencial en C_0 disminuye en un 25%. (3) El capacitor desconocido se llena con un dieléctrico: la diferencia de potencial en C_0 disminuye en un 33.3%. **(a)** ¿Cuál es la capacitancia desconocida? **(b)** ¿Cuál es la constante dieléctrica del material utilizado? **(c)** ¿En qué % cambió la energía del sistema en todo el proceso? **{1999/1}**



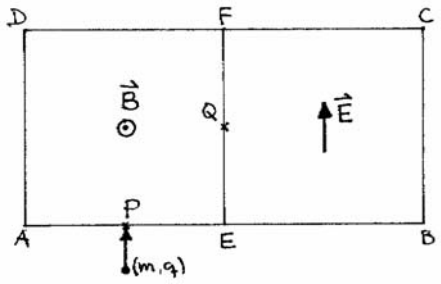
E 4.0.35. Dos partículas idénticas (iguales masas y cargas) se encuentran frente a frente separadas por una distancia $2L$ [m], cuando se lanzan con velocidades opuestas de igual magnitud v_0 [m/s], como se ve en la figura. Una de ellas ingresa a una región donde existe un campo eléctrico uniforme de intensidad $\mathbf{E_0}$ [N/C], mientras la otra lo hace a un campo magnético, también uniforme, de inducción $\mathbf{B_0}$ [T]. Las direcciones de los campos son las que se indican. Se trata de que las partículas choquen en el punto P sobre la línea divisoria de ambas regiones. Explique claramente cómo se mueve cada partícula y calcule su razón carga/masa para que esto ocurra. **{1997/2}**



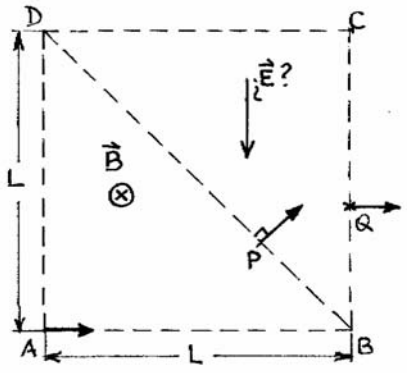
E 4.0.36. Una partícula de masa m [kg] y carga $q>0$ [C] debe atravesar dos regiones del mismo ancho L [m]. En la primera existe un campo magnético uniforme, perpendicular al plano de esta hoja y en la segunda un campo eléctrico, también uniforme, en la dirección indicada en la figura. Se sabe que se desvía $60°$ al pasar por la primera región y que duplica su energía cinética luego de atravesar la segunda. ¿Cuáles son los campos **E** y **B** que hacen posible esta situación? **{1999/2}**



E 4.0.37. La figura muestra dos regiones "cuadradas" de lado L [m]. En una de ellas existe un campo magnético uniforme de inducción **B** [T], saliendo perpendicularmente de esta hoja; en la otra hay un campo eléctrico, también uniforme, de intensidad **E** [N/C] en la dirección indicada. Una partícula de masa m [kg] y carga $q>0$ [C] ingresa perpendicularmente al lado AE por su punto medio P, y pasa por Q, punto medio del lado EF. Encuentre la magnitud y dirección de la velocidad con que abandona toda la región, indicando por dónde lo hace. Acompañe un dibujo y argumentos que avalen sus cálculos. **{2001/1}**

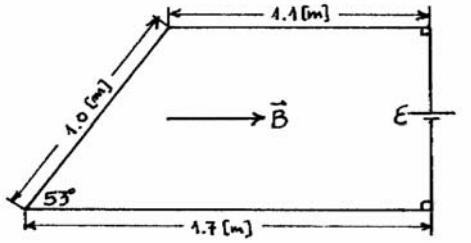


E 4.0.38. La figura muestra una región "cuadrada" ABCD, donde existen un campo magnético y un campo eléctrico, separados por la diagonal BD, en las direcciones indicadas. Una partícula de masa m [kg] y carga $q>0$ [C] ingresa al campo magnético en la dirección **AB**, llegando perpendicularmente a la diagonal BD en el punto P. Se trata de ajustar la magnitud del campo eléctrico (E=?), de manera que la partícula abandone la región en el punto Q, perpendicularmente al lado BC. Determine también la distancia $\overline{BQ}$. Datos: m, q, L, B. Use $sen45° = \cos 45° = 1/\sqrt{2}$ **{1998/2}**

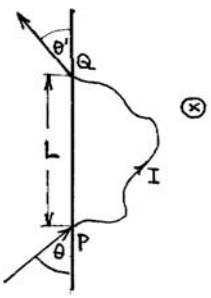


E 4.0.39. (a) Una corriente de 3 [A] fluye a lo largo de un conductor cuyos extremos están a una diferencia de potencial de 12 [V]. ¿Cuánta carga pasa por minuto a través de una sección del conductor? **(b)** Un electrón se mueve en una región donde existe un campo eléctrico de 500 [N/C] y un campo magnético de 0.1 [T]. Si se observa que el electrón se encuentra en equilibrio, ¿con qué rapidez se mueve? Suponga que los campos y la dirección de movimiento del electrón son perpendiculares entre si. Haga un dibujo y explique. **{1991/1}**

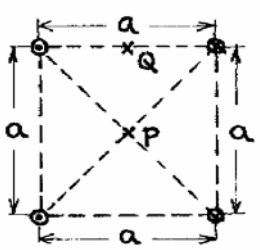
E 4.0.40. La batería conectada al circuito de la figura tiene una fem $\mathcal{E} = 12$ [V], siendo R = 6 [Ω] su resistencia total. Encuentre la magnitud y dirección de la fuerza sobre cada una de sus partes, ejercida por un campo magnético de inducción B=2 [T] en la dirección indicada. Use $sen53° = 0.8, \cos 53° = 0.6$. **{1992/2}**



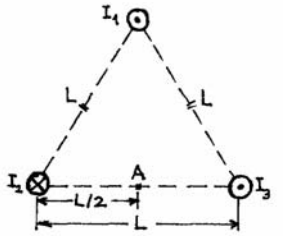
E 4.0.41. (a) Una partícula de masa m [kg] y carga q [C] ingresa con energía cinética K_0 [J] a una región donde existe un campo magnético uniforme, perpendicular al plano de esta hoja, en una dirección dada por el ángulo θ [rad], saliendo de ella a una distancia L [m], como se ve en la figura. Calcule el ángulo de salida θ' y deduzca el signo de q. Explique. **(b)** ¿Qué fuerza ejerce este campo sobre el conductor PQ, por el cual circula una corriente I [A] en la forma indicada? **{1998/1}**



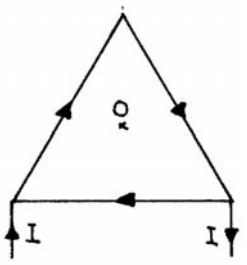
E 4.0.42. Cuatro conductores rectilíneos, muy largos y paralelos, están ubicados de manera que sus secciones transversales forman un cuadrado de lado a [m]. Por cada uno circula una corriente de intensidad I [A] en el sentido indicado en la figura. Halle la magnitud y dirección del campo magnético **B** en los puntos P (centro del cuadrado) y Q (centro de un lado). **{1993/2}**



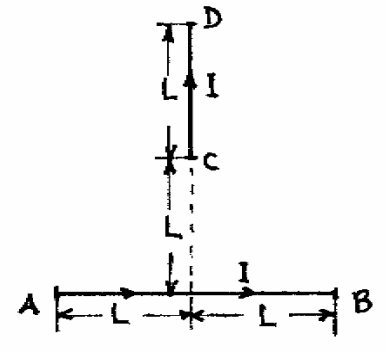
E 4.0.43. Tres conductores rectilíneos, muy largos y paralelos, llevan corrientes de intensidades $I_1 = 2$ [A], $I_2 = 4$ [A] e $I_3 = 6$ [A], que se dirigen perpendicularmente al plano de esta hoja, en los sentidos que muestra la figura. Suponiendo que $L = 0.1$ [m], calcule: **(a)** El campo magnético en el punto A. **(b)** La fuerza por unidad de longitud (magnitud y dirección) sobre el conductor que transporta I_1. **{1995/2}**



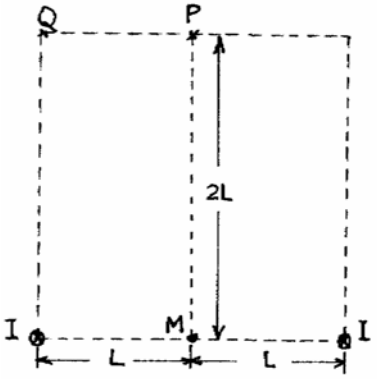
E 4.0.44. El triángulo equilátero de la figura está formado por un trozo de alambre de resistencia uniforme. Si por una de las esquinas se suministra una corriente de intensidad I [A] y se saca por la otra, según se indica, calcule la inducción magnética **B** que produce esta corriente en el centro O del triángulo. **{1995/2}** **{1997/1}**



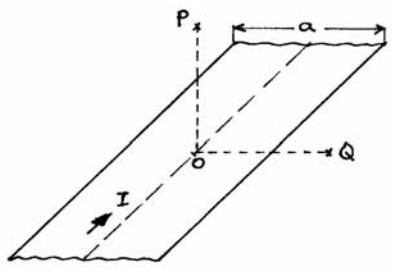
E 4.0.45. El alambre CD de la figura tiene longitud L [m] y es perpendicular al alambre AB, de longitud $2L$. Por cada uno de ellos circula una corriente de intensidad I [A] en las direcciones indicadas. Calcule la magnitud y dirección de la fuerza que uno de ellos ejerce sobre el otro. **{1999/2}**



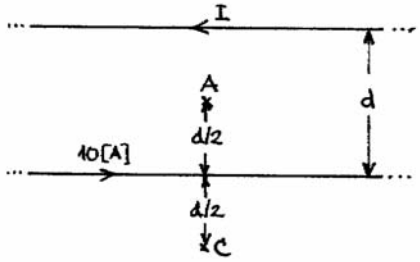
E 4.0.46. Dos corrientes rectilíneas infinitas paralelas, separadas por una distancia $2L$ [m], tienen igual intensidad I [A] y se dirigen entrando al plano de esta hoja, como se ve en la figura. **(a)** ¿Qué corriente (dirección e intensidad) debe pasar por el punto medio M, para que el campo magnético sea nulo en el punto P? **(b)** En este caso, ¿cuál es el campo magnético (magnitud y dirección) en el punto Q? **{2000/2}**



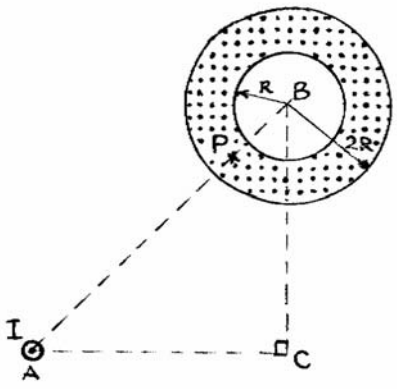
E 4.0.47. Por una "cinta" infinita de ancho a [m] circula una corriente de intensidad I [A], uniformemente distribuida, en la forma que indica la figura. Calcule el campo magnético **B** que produce en: **(a)** Un punto P, a una distancia $\overline{OP} = d$ [m], perpendicularmente a su eje. **(b)** Un punto Q, a una distancia $\overline{OQ} = d$, paralelamente a su eje. **{1994/2}**



E 4.0.48. Dos conductores rectilíneos muy largos y paralelos llevan corrientes en sentidos opuestos, como muestra la figura. Si I se ajusta de manera que el campo magnético sea nulo en C, calcule: **(a)** El valor de I. **(b)** El campo magnético en A. **(c)** El flujo de **B** a través de un rectángulo elegido por Ud. **{1995/2}**



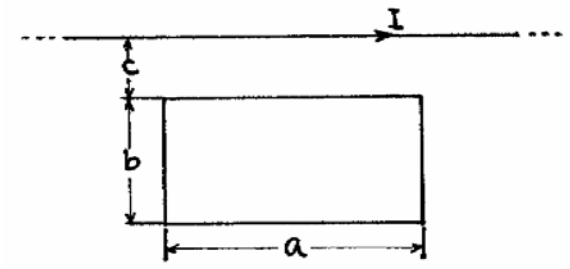
E 4.0.49. Una corriente rectilínea infinita de intensidad I [A] sale perpendicularmente de esta hoja por el punto A, como indica la figura. En la misma dirección circula una corriente uniformemente distribuida a través de la región comprendida entre dos largos cilindros, de radios R [m] y $2R$, cuyo eje pasa por el punto B. Se sabe que el campo debido a estas dos corrientes es nulo en el punto P, tal que $\overline{PB} = 3R/2$. Si ABC es un triángulo rectángulo isósceles de lados $\overline{AC} = \overline{BC} = 3\sqrt{2}\,R$, calcule la magnitud y dirección del campo magnético en el punto C. **{2000/1}**



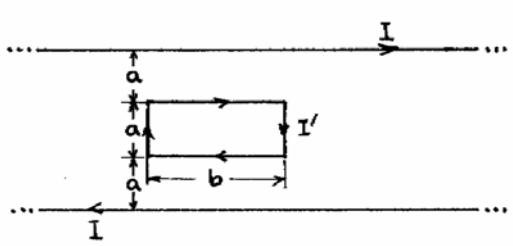
E 4.0.50. A través de la región comprendida entre dos largos cilindros coaxiales de radios R [m] y $2R$, circula axialmente una corriente de intensidad I [A] uniformemente distribuida. Por el eje de los cilindros se hace circular una corriente rectilínea infinita, de manera que el campo magnético es nulo a una distancia $3R/2$ del eje. Calcule la magnitud del campo magnético a una distancia $3R$ del eje de los cilindros. Explique bien. **{2001/1}**

E 4.0.51. A través de la región comprendida entre dos largos cilindros coaxiales de radios R [m] y $2R$, circula axialmente una corriente con una densidad que en cada punto es inversamente proporcional a su distancia al eje. Por el eje de los cilindros se hace circular una corriente rectilínea infinita de intensidad I [A], observándose que el campo magnético se anula a una distancia $4R/3$ del eje. Calcule la magnitud del campo magnético a una distancia $3R$ del eje de los cilindros. **{2001/1}**

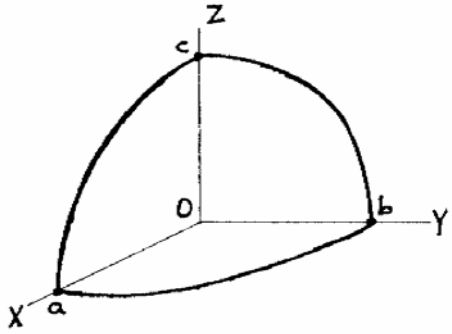
E 4.0.52. La corriente rectilínea infinita de intensidad I [A] y la espira rectangular paralela a ella que muestra la figura, se encuentran en el plano de esta hoja. **(a)** Calcule el flujo del campo magnético producido por la corriente rectilínea, a través de la superficie de la espira rectangular. **(b)** Si $I = I_0 \exp(-\lambda t)$, con I_0 y λ constantes positivas, calcule la fem inducida en la espira, indicando el sentido de la corriente. Explique. **{1991/1}**



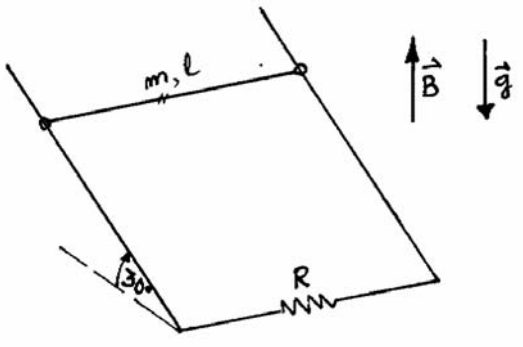
E 4.0.53. (a) Calcule la fuerza total que ejercen las corrientes rectilíneas de I [A] sobre la corriente rectangular de I' [A]. **(b)** Explique (plantee ecuaciones) qué ocurre si la espira se desplaza de esta posición, perpendicularmente a las corrientes rectilíneas. **{1991/1}**



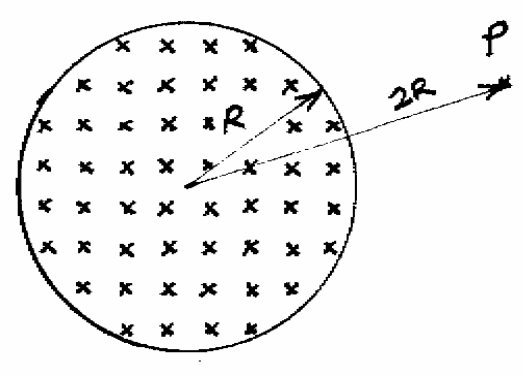
E 4.0.54. Un alambre se dobla formando tres cuartos de circunferencia de radio 10 [cm], como se ve en la figura: *ab* está en el plano XY, *bc* en el plano YZ y *ca* en el plano ZX. En la región existe un campo magnético en la dirección positiva del eje X, el cual está aumentando a razón de $3 \cdot 10^{-3}$ [T/s]. **(a)** Halle la fem (valor absoluto) inducida en el alambre, deduciendo el sentido de la corriente. **(b)** Refiérase a la fuerza que el campo magnético ejerce sobre el alambre. **{1993/2}**



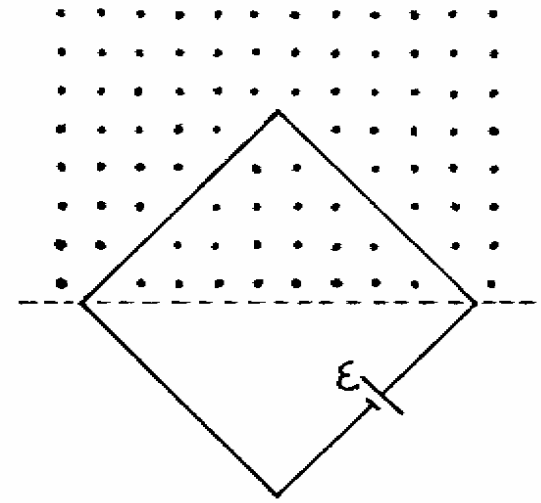
E 4.0.55. Un alambre de masa m [kg] y longitud ℓ [m] desliza (sin roce) por rieles que forman un ángulo de $30°$ con la horizontal, como se ve en la figura. La resistencia del circuito formado por ellos es R [Ω]. **(a)** ¿Qué magnitud debe tener un campo magnético vertical, para que el alambre descienda con rapidez constante v [m/s]? **(b)** Deduzca el sentido de la corriente inducida. **{1994/2}**



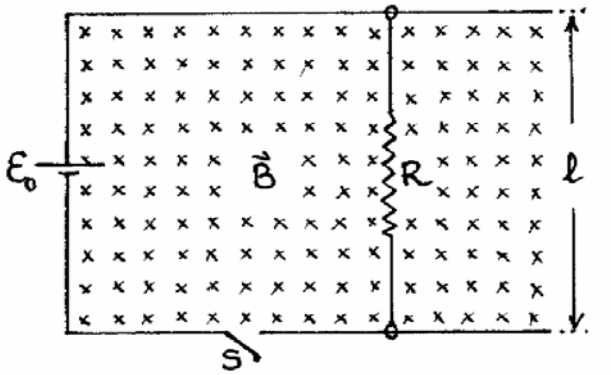
E 4.0.56. El campo magnético que muestra la figura, dirigido perpendicularmente y entrando a esta hoja, tiene una magnitud que varía con el tiempo según la ecuación $B = 2t^3 - 4t^2 + 0.8$ [T]. **(a)** ¿En qué instante t>0 un electrón ubicado en el punto P, a una distancia $2R$ [m] del centro, se encontrará en equilibrio? Explique. **(b)** En ese instante, ¿cuál es la fem inducida en un anillo de radio $R/2$, concéntrico con la región considerada? **{1997/2}**



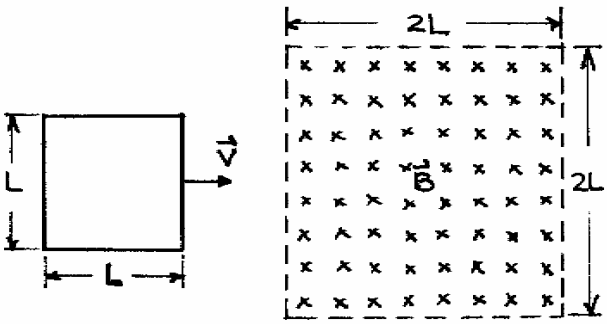
E 4.0.57. Una espira cuadrada de alambre, de lado L [m], tiene su plano perpendicular a un campo magnético uniforme, estando la mitad de la espira dentro del campo, como se muestra en la figura. La espira contiene una batería de fem $\mathcal{E}$[V] y resistencia despreciable. Si la magnitud del campo varía con el tiempo de acuerdo con $B = a + bt$ [T], donde a y b son constantes positivas, ¿cuál es la fem total en el circuito? Analice la dirección en que circula la corriente. **{1998/1}**



E 4.0.58. La figura muestra un circuito formado por una batería de fem $\mathcal{E}_0$ [V] y un resistor de resistencia R [Ω], longitud ℓ [m] y masa m [kg], el que puede moverse lateralmente con libertad sobre rieles muy largos. Suponga que hay un campo magnético uniforme de inducción **B** [T], perpendicular al plano del circuito, y que en t = 0, al cerrar el interruptor S, la corriente en R es $\mathcal{E}_0/R$. Demuestre que la corriente inducida es $I = (\mathcal{E}_0 B^2 \ell^2/mR^2)t$, siempre que t no sea demasiado grande. Explique bien por qué. **{1998/2}**



E 4.0.59. Un agente externo empuja una espira cuadrada de lado L [m] y resistencia R [Ω], con velocidad constante **V** [m/s], hacia una región de tamaño $2L \times 2L$ [m^2] donde existe un campo magnético uniforme de inducción **B** [T], como se ve en la figura. Calcule la magnitud y dirección de la fuerza que ejerce el campo sobre la espira, cuando ésta: **(a)** va entrando, **(b)** está en el interior, **(c)** va saliendo de la región. Explique y justifique lo que sucede. **{2001/2}**



RESPUESTAS

R 1.0. FUERZA ENTRE CARGAS PUNTUALES Y CAMPO ELÉCTRICO

R 1.0.01. $Q_3 = 4Q_1$.

R 1.0.02. (a) Una carga puntual cualquiera, colineal y equidistante de dos cargas puntuales iguales.

(b) No es posible.

R 1.0.03. $m = \dfrac{QE}{g}\cot\theta$ [kg].

R 1.0.04. $Q = 2\sqrt{2}q$.

R 1.0.05. $|\mathbf{F}| = 9.0 \cdot 10^{11} Q^2$ [N].

R 1.0.06. $x = \dfrac{a}{\sqrt{2 + \dfrac{1}{\sqrt{2}}}} = \sqrt{2 - \sqrt{2}}\,a$, $y = -a$

R 1.0.07. (a) $q = 2.9 \cdot 10^{-7}$ [C].

(b) $|\mathbf{F}| = \dfrac{3}{4} \cdot 0.5 \doteq 0.38$ [N], dirección “horizontal hacia la izquierda”.

R 1.0.08. $|\mathbf{F}| = \dfrac{\sqrt{10}Qq}{4\pi\varepsilon_0 a^2}$ [N].

R 1.1. EL CAMPO ELÉCTRICO DE DISTRIBUCIONES LINEALES

R 1.1.01. Sobre la simetral de la recta que las une, con carga total $Q = -\sqrt{5}q/8$.

R 1.1.02. Sobre la misma recta, a una distancia $L/3$ [m] del punto B.

R 1.1.03. **(a)** $\dfrac{100}{(1+2D/L)^2}\,\%$.

(b) $\displaystyle\int_0^L \frac{\lambda(x)dx}{(L+D+x)^2} = \frac{Q}{(D+L/2)^2}$.

R 1.1.04. $x = \sqrt{\sqrt{3}qL/4\lambda_C}$ [m]. $\lambda = \lambda_A$.

R 1.1.05. $E_x = \dfrac{(1+1/\sqrt{5})Q}{16\pi\varepsilon_0 L^2}$ [N/C], $E_y = -\dfrac{(1-2/\sqrt{5})Q}{16\pi\varepsilon_0 L^2}$ [N/C].

R 1.1.06. **(a)** $Q = AL^3/3$ [C].

(b) $F_x = \dfrac{qAa}{4\pi\varepsilon_0}\left(-\dfrac{L}{\sqrt{L^2+a^2}} + \ln\dfrac{L+\sqrt{L^2+a^2}}{a}\right)$ [N],

$F_y = -\dfrac{qA}{4\pi\varepsilon_0}\left(\sqrt{L^2+a^2} + \dfrac{a^2}{\sqrt{L^2+a^2}} - 2a\right)$ [N].

R 1.1.07. **(a)** $k = 12Q/L^3$ [C/m^3].

(b) $\mathbf{E} = \dfrac{3Q}{\pi\varepsilon_0 L^3}\displaystyle\int_{-L/2}^{L/2} \frac{x^2\{(L-x)\mathbf{i} + (L/2)\,\mathbf{j}\}}{\{(L-x)^2 + (L/2)^2\}^{3/2}}dx$ [N/C], origen en punto medio del alambre.

R 1.1.08. $|\mathbf{E}| = \dfrac{(3-\sqrt{2})Q}{8\pi\varepsilon_0 L^2}$ [N/C]. $\theta = 5\pi/4$ [rad].

R 1.1.09. $Q' = -Q$.

R 1.1.10. $|\mathbf{E}| = \dfrac{(\sqrt{2}-4)Q}{32\pi\varepsilon_0 L^2}$ [N/C], $\theta = \pi/4$ [rad].

R 1.1.11. $|\mathbf{E}| = \dfrac{(2+1/\sqrt{2}-9/\sqrt{10})Q}{16\pi\varepsilon_0 L^2}$ [N/C], $\theta = \pi/4$ [rad].

R 1.1.12. $|\mathbf{E}| = \left(2 + \sqrt{2} - \dfrac{5+\sqrt{2}}{\sqrt{5}}\right)\dfrac{|\lambda|}{4\pi\varepsilon_0 L}$ [N/C], dirección "vertical".

R 1.1.13. $|\mathbf{E}| = \dfrac{|Q|\cos^2(\alpha/2)}{\pi\varepsilon_0 L^2}$ [N/C], en la dirección de la bisectriz de α .

R 1.1.14. $F = \dfrac{\lambda_1\lambda_2}{4\pi\varepsilon_0}\ln(9/5)$ [N].

R 1.1.15. $|\mathbf{F}| = \dfrac{Q^2}{4\pi\varepsilon_0 L^2}\ln\dfrac{\sqrt{5}-1}{2(\sqrt{2}-1)}$ [N], dirección "vertical".

R 1.1.16. $|\mathbf{E_A}| = |\mathbf{E_C}| = \dfrac{\lambda}{5\sqrt{5}\varepsilon_0 R}\rightarrow$, $|\mathbf{E_B}| = \dfrac{\lambda}{2\sqrt{2}\varepsilon_0 R}\rightarrow$, $|\mathbf{E_D}| = (1-\dfrac{3}{5\sqrt{5}})\dfrac{\lambda}{4\sqrt{2}\varepsilon_0 R}\leftarrow$ [N/C].

R 1.1.17. $Q' = 10Q/3$.

R 1.1.18. Un cuarto de circunferencia con carga $Q' = -\dfrac{(\sqrt{2}-1)\pi}{4}Q$.

R 1.1.19. $Q' = -\pi Q$.

R 1.1.20. $\mathbf{E} = \dfrac{\lambda}{8\sqrt{2}\pi\varepsilon_0 R}\left\{(4-\dfrac{\pi}{2})\mathbf{i} + (3-2\sqrt{2})(\mathbf{j}+\mathbf{k})\right\}$ [N/C].

R 1.1.21. $Q' = -\pi Q/2$.

R 1.1.22. $Q' = -\left(\dfrac{19}{\sqrt{17}} - 1\right)\dfrac{\pi\lambda R}{4}$ [C].

R 1.1.23. $\alpha = 2arctg(1/3)$ [rad].

R 1.1.24. $|\mathbf{E}| = \dfrac{|\lambda|}{2\pi\varepsilon_0 L}$ [N/C], dirección "vertical".

R 1.1.25. $E_x = \dfrac{Q}{16\pi\varepsilon_0 R^2}\left\{2\dfrac{sen\alpha}{\alpha} + \dfrac{1}{\sqrt{5-4\cos\alpha}} - 1\right\}$ [N/C], eje X en dirección $\overrightarrow{BC}$

$$E_y = \frac{Q}{16\pi\varepsilon_0 R^2 sen\alpha}\left\{2\frac{sen\alpha}{\alpha}(1-\cos\alpha) + \frac{2-\cos\alpha}{\sqrt{5-4\cos\alpha}} + \cos\alpha\right\}$$ [N/C].

R 1.1.26. $E_{\rightarrow} = \dfrac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 R}\left(\dfrac{2}{3} + sen\alpha\sqrt{1-sen\alpha}\right)$ [N/C],

$$E_{\downarrow} = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 R}\cos\alpha\sqrt{1-sen\alpha} \text{ [N/C]}, \quad \lambda = \frac{Q}{(\pi - 2\alpha + 2)R} \text{ [C/m]}.$$

R 1.1.27. $\lambda' = \dfrac{1+\cos\alpha}{sen2\alpha}\lambda$, $|\mathbf{E}| = \dfrac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 R\cos\alpha}$ [N/C].

R 1.1.28. E = 0.

R 1.1.29. $\lambda = \dfrac{2Q}{(3\pi+4)R}$ [C/m], E = 0.

R 1.1.30. $|\mathbf{E}| = \dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 R}\left(sen\dfrac{\alpha}{2} + \cos\dfrac{\alpha}{2}\right)$ [N/C], en la dirección de la bisectriz de α.

R 1.1.31. $\mathbf{E} = \dfrac{\lambda}{5\sqrt{5}\pi\varepsilon_0 L}\left\{(\pi + 5\sqrt{5} - 5)\mathbf{i} - \mathbf{k}\right\}$ [N/C].

R 1.1.32. **(a)** $Q = -\lambda R/2$ [C].

(b) $|\mathbf{E}| = \dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 R}$ [N/C].

R 1.1.33. $\mathbf{E} = \dfrac{Q}{8\pi^2\varepsilon_0 R^2}(\pi\mathbf{i} + 2\mathbf{k})$ [N/C].

R 1.1.34. $E_x = E_y = E_z = -\dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 R}$ [N/C].

R 1.1.35. $Q = 2\lambda R$ [C].

R 1.1.36. $Q' = Q/\pi$.

R 1.1.37. Q.E.D.

R 1.1.38. $Q' = -2\sqrt{\dfrac{10}{3}}Q$.

R 1.2. MOVIMIENTO DE PARTÍCULAS EN UN CAMPO ELÉCTRICO

R 1.2.01. **(a)** $7.1 \cdot 10^{-2}$ [m]. **(b)** $2.8 \cdot 10^{-8}$ [s]. **(c)** $3.6 \cdot 10^{-2}$ [m].

R 1.2.02. **(a)** A la distancia $\dfrac{\tau}{2m}\sqrt{(mv_0)^2 + (qE_0\tau)^2}$ [m] del punto donde cambió el campo.

(b) Paralela al campo: $qE_0\tau/2m$ [m/s]. Perpendicular al campo: $v_0/2$ [m/s].

(c) Demora $-\sqrt{3}mv_0/2qE_0$ [s] a partir del instante en que cambió el campo.

R 1.2.03. **(a)** Demora $\sqrt{3}mv_0/2qE_0$ [s] a partir del instante en que cambió el campo.

(b) A la distancia $\sqrt{6(5+2\sqrt{3})}\,\dfrac{mv_0^2}{8qE_0}$ [m].

R 1.2.04. **(a)** Demora $(\sqrt{\dfrac{5}{2}} - 1)\dfrac{MV_0}{QE_0}$ [s].

(b) A la distancia $\dfrac{9MV_0^2}{4QE_0}$ [m] del punto de entrada.

R 1.2.05. $x = 2.0 \cdot 10^{-2}$ [m], $y = 9.4 \cdot 10^{-2}$ [m], $v_x = 1.0 \cdot 10^4$ [m/s], $v_y = 0$, origen de coordenadas cartesianas XY en el punto de entrada, eje Y en la dirección del campo inicial.

R 1.2.06. **(a)** Choca con la lámina superior.

(b) Paralela al campo: $2.0 \cdot 10^6$ [m/s]. Perpendicular al campo: $4.3 \cdot 10^6$ [m/s].

R 1.2.07. **(a)** $v(\text{min}) = \sqrt{2qE_0 / mH}\, L$ [m/s]. $q = 1.6 \cdot 10^{-19}$ [C], $m = 9.1 \cdot 10^{-31}$ [kg].

(b) $4qE_0L/mv_0^2$ [m] más arriba de la línea de entrada.

(c) Paralela al campo: v_0 [m/s]. Perpendicular al campo: $2qE_0L/mv_0$ [m/s].

(d) $4L/v_0$ [s] después.

(e) $0 \le x \le 2L : y = \dfrac{qE_0}{2mv_0^2}x^2$, $2L \le x \le 3L : y = \dfrac{2qE_0L}{mv_0^2}(x - L)$, origen de coordenadas cartesianas XY en el punto de entrada; eje Y en la dirección del campo.

R 1.2.08. $v_x = 1.5 \cdot 10^6$ [m/s], $v_y = 0$.

R 1.2.09. **(a)** $\sqrt{3} m v_0 / q E_0$ [s]. **(b)** Aumentó en 300%. **(c)** A la distancia $\sqrt{21} m v_0^2 / 2 q E_0$ [m].

R 1.2.10. **(a)** $\sqrt{1 + (1 - m_e / m_p)^2}\, L \approx \sqrt{2} L$ [m].

(b) $v_0 = \sqrt{2 q E_0 L / m_e}$ [m/s], $q = 1.6 \cdot 10^{-19}$ [C].

(c) Electrón: $y = 0$, protón: $y = L(1 - 2\sqrt{m_p x / m_e L})$, $0 \le x \le L$, origen de coordenadas en punto de entrada del electrón; eje X en la dirección del campo.

(d) Sí, a la distancia $(m_e / 4 m_p) L$ [m] del punto de entrada del electrón.

R 1.2.11. **(a)** Chocan a $q E L^2 / 4 m v_0^2$ [m] por encima del centro del cuadrado.

(b) Chocan a $q E L^2 / 4 m v_0^2$ [m] por debajo del centro del cuadrado.

R 1.2.12. $\alpha = 2 arcsen \sqrt{m v_0^2 / q E_0 R}$ [rad], $v_0 < \sqrt{q E_0 R / m}$ [m/s].

R 1.2.13. **(a)** $E = 2 m v_0^2 / q L$ [N/C].

(b) $v_0 \ge \sqrt{q E_0 L / 2m}$ [m/s].

(c) A $q E_0 L^2 / 2 m v_0^2$ [m] del punto más bajo.

R 1.2.14. $v = \dfrac{(v_0 + 2 a t_1) L}{v_0 t_1}$ [m/s], donde $t_1 = (\sqrt{v_0^2 + 2aL} - v_0) / a$ [s] y $a = q E_0 / m$ [m/s^2].

Ocurre a $2L - \dfrac{1}{2} a t_2^2$ [m] del punto A, donde $t_2 = L / v$ [s].

R 1.2.15. $v_1 = \sqrt{q E_0 L / 2m}$ [m/s], $v_2 = 2 v_1$. Chocan en el punto B.

R 1.2.16. $L_1 = m v_o^2 / q E_0$ [m], $L_2 = 3 L_1 / 2$. $v_1 = v_0$, $v_2 = 2 v_0$.

R 1.2.17. **(b)** $E = m v_0^2 sen 2\theta / 2 q L$ [N/C]. **(c)** Demora $2L / v_0 sen\theta$ [s].

R 1.2.18. **(a)** $v_0 = \sqrt{\sqrt{2} q E_0 L / 8m}$ [m/s].

(b) Por el punto medio del lado opuesto.

(c) Demora $L / 2 v_0$ [s].

R 1.2.19. **(a)** $v_0 = \sqrt{qEL/\sqrt{2}m}$ [m/s].

(b) Sale perpendicularmente al cateto BC con la misma rapidez inicial v_0.

R 1.2.20. **(a)** $E = \sqrt{2}\, mv_0^2/qL$ [N/C].

(b) Sale perpendicularmente al cateto BC con la misma rapidez inicial v_0.

R 1.2.21. **(a)** $v_0(\min) = \frac{3}{2}\sqrt{qE_0L/m}$ [m/s].

(b) Sale a $45°$ por el punto medio de la segunda mitad de la hipotenusa.

R 1.2.22. $v_0 < \frac{1}{2}\sqrt{qE_0L/m}$ [m/s] $\Rightarrow$ Sale por la hipotenusa, a la "altura" $\frac{1}{2}L + \frac{2mv_0^2}{qE_0}$ [m].

$v_0 = \frac{1}{2}\sqrt{qE_0L/m}$ [m/s] $\Rightarrow$ Sale por el vértice superior.

$v_0 > \frac{1}{2}\sqrt{qE_0L/m}$ [m/s] $\Rightarrow$ Sale por el cateto opuesto, a la "altura" $\frac{qE_0L^2}{4mv_0^2}$ [m].

R 1.2.23. $\theta = arcsen\left(\frac{1}{1 + mv_0^2/qE_0L}\right)$ [rad].

R 1.2.24. **(b)** $E = \sqrt{3}\, mv_0^2/qR$ [N/C]. **(c)** $\frac{(1+\sqrt{3})R}{\sqrt{3}v_0}$ [s].

R 1.2.25. $\sqrt{2}R/v_0$ [s], donde $v_0 = \sqrt{(\sqrt{6}-\sqrt{2})qER/m}$ [m/s].

R 1.2.26. **(a)** $v_0 = \frac{1}{2}\sqrt{qE_0L/m}$ [m/s].

R 1.3. LA LEY DE GAUSS

R 1.3.01. $\pi\sigma R^2/2\varepsilon_0$ [Nm^2/C].

R 1.3.02. $q/2\varepsilon_0$ [Nm^2/C].

R 1.3.03. $-\pi\sigma R^2/2\varepsilon_0$ [Nm^2/C].

R 1.3.04. **(a)** $\rho A(L-x)/\varepsilon_0 > 0$ [Nm^2/C].

(b) Exterior: $|\mathbf{E}| = \rho L/2\varepsilon_0$ [N/C] $\longleftrightarrow$.

Interior: $|\mathbf{E}| = \rho(L/2 - x)/\varepsilon_0$ [N/C], $\leftarrow$ si $x < L/2$, $\rightarrow$ si $x > L/2$.

R 1.3.05. $x < a/2 : |\mathbf{E}| = C|x|^3/3\varepsilon_0$ [N/C] $\longleftrightarrow$. $x > a/2 : |\mathbf{E}| = Ca^3/24\varepsilon_0$ [N/C] $\longleftrightarrow$.

R 1.3.06. **(a)** $R_1 < r < R_2 : |\mathbf{E}| = \dfrac{\rho(r^2 - R_1^2)}{2\varepsilon_0 r}$ [N/C] hacia afuera. **(b)** $\lambda = -\pi\rho(R_2^2 - R_1^2)$ [C/m].

R 1.3.07. **(a)** $\rho(r) = \dfrac{Q}{2\pi L(R_2 - R_1)r}$ [C/m^3]. **(b)** $|\mathbf{E}| = \dfrac{Q}{2\pi\varepsilon_0(R_2 - R_1)L}\left(1 - \dfrac{R}{r}\right)$ [N/C].

R 1.3.08. $|\mathbf{E}|_{\max} = 3\rho_0 R/16\varepsilon_0$ [N/C] en $r = 3R/4$.

R 1.3.09. **(a)** $|\mathbf{E}| = \rho_0 R/2\varepsilon_0$ [N/C]. **(b)** $Q_L = \pi\rho_0 R^2$ [C/m].

R 1.3.10. $\sigma = -\alpha R^2/3$ [C/m^2].

R 1.3.11. $r \le R_1 : |\mathbf{E}| = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R_1^3} r$ [N/C], $R_1 \le r < R_2 : |\mathbf{E}| = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$ [N/C], $r > R_2 : |\mathbf{E}| = 0$,
campo radial hacia el centro.

R 1.3.12. **(a)** $r \le R : E = \dfrac{\rho_0 r(4R - 3r)}{12\varepsilon_0 R}$ [N/C], $r \ge R : E = \dfrac{\rho_0 R^3}{12\varepsilon_0 r^2}$ [N/C].

(b) $r_M = 2R/3$, $|\mathbf{E}|_{\max} = \rho_0 R/9\varepsilon_0$ [N/C].

R 1.3.13. **(a)** $\rho = -3q/28\pi R^3$ [C/m^3]. **(b)** $|\mathbf{E}| = \dfrac{q(8R^3 - r^3)}{28\pi\varepsilon_0 R^3 r^2}$ [N/C] radial hacia afuera.

(c) $\Phi = q/\varepsilon_0$ [Nm^2/C].

R 1.3.14. $E = \dfrac{\rho_0 R}{9\varepsilon_0}\left(1 + 2\dfrac{R^2}{r^2}\right)$ [N/C].

R 1.3.15. $q = -Q/2$.

R 1.3.16. $E = \dfrac{7Q}{20\pi\varepsilon_0 r^2}$ [N/C], hacia el centro.

R 1.3.17. $r = 3R/\sqrt{2}$.

R 1.3.18. $\Phi = 139q/336\varepsilon_0$ [Nm^2/C].

R 1.3.19. $\Phi = 47q/12\varepsilon_0$ [Nm^2/C].

R 1.3.20. $Q' = Q/4$.

R 1.3.21. A una distancia $r = \sqrt{7}R$ del centro.

R 1.3.22. $|\mathbf{E}_A| = \dfrac{Q}{64\pi\varepsilon_0 R^2}$ [N/C] $\leftarrow$, $|\mathbf{E}_B| = \dfrac{Q}{64\pi\varepsilon_0 R^2}$ [N/C] $\rightarrow$.

R 1.3.23. $|\mathbf{E}| = \dfrac{4Q}{13\sqrt{13}\pi\varepsilon_0 R^2}$ [N/C] $\uparrow$.

R 1.3.24. $\mathbf{E} = \dfrac{\rho}{3\varepsilon_0}\mathbf{r_0}$ [N/C].

R 1.3.25. **(a)** $|\mathbf{E_0}| = \dfrac{|\rho_0|R}{3\varepsilon_0}$ [N/C] $\leftarrow(\rightarrow)$, $|\mathbf{E_1}| = \dfrac{|\rho_0|R}{3\varepsilon_0}$ [N/C] $\rightarrow(\leftarrow)$, si $\rho_0 > (<)0$.

(b) $\mathbf{E_P} = \dfrac{\rho_0}{3\varepsilon_0}\left(\mathbf{C_1P} - \dfrac{\mathbf{C_0P}}{5\sqrt{5}}\right)$ [N/C].

(c) $|\mathbf{E_Q}| = \dfrac{17|\rho_0|R}{27\varepsilon_0}$ [N/C] $\rightarrow(\leftarrow)$, si $\rho_0 > (<)0$.

R 1.3.26. $Q' = 9Q/7$.

R 1.3.27. $E(3R/2) = \dfrac{47Q}{108\pi\varepsilon_0 R^2}$ [N/C].

R 2.1. EL POTENCIAL ELÉCTRICO DE DISTRIBUCIONES LINEALES

R 2.1.01. $v_0 = \sqrt{\dfrac{q\lambda \ln 2}{2\pi\varepsilon_0 m}}$ [m/s]. q debe tener el mismo signo de λ.

R 2.1.02. $W = Q(V_B - V_A) = \dfrac{Q^2}{4\pi\varepsilon_0 L} \ln \dfrac{2(17+12\sqrt{2})}{11+5\sqrt{5}}$ [J].

R 2.1.03. **(a)** $W = \dfrac{q\lambda}{2\pi\varepsilon_0} \ln \dfrac{2(7+5\sqrt{2})}{7+3\sqrt{5}} > 0$ [J].

(b) $v_0 = \sqrt{2W/m}$ [m/s].

R 2.1.04. $V_P - V_Q = \dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0} \ln \dfrac{(1+\sqrt{2})(3-\sqrt{5})}{2}$ [V].

R 2.1.05. $v_0 = \sqrt{\dfrac{2Q}{M}(V_P - V_0)}$ [m/s]. $W = Q(V_P - V_0)$ [J]. $V_P - V_0 = \dfrac{Q}{8\pi\varepsilon_0 L}\left(1 + \ln \dfrac{3+2\sqrt{2}}{2+\sqrt{5}}\right)$ [V].

R 2.1.06. $V = \dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0} \ln \dfrac{13+4\sqrt{10}}{3}$ [V].

R 2.1.07. $V = \dfrac{2\lambda}{\pi\varepsilon_0} \ln\left(a + \sqrt{1+a^2}\right)$ [V], $a \equiv \dfrac{1}{\sqrt{1+b^2}}$, $b \equiv \dfrac{2H}{L}$,

H [m] es la distancia desde el centro del cuadrado hasta un punto cualquiera sobre su eje.

R 2.1.08. $v_B = \sqrt{v_A^2 + \dfrac{2q}{m}(V_A - V_B)}$ [m/s],

$V_A = \dfrac{Q}{2\pi\varepsilon_0 L}\left\{1 - \dfrac{a}{L}\ln\left(1 + \dfrac{L}{a}\right)\right\}$ [V], $V_B = \dfrac{Q}{2\pi\varepsilon_0 L} \ln\left\{\dfrac{L}{2b} + \sqrt{1 + \left(\dfrac{L}{2b}\right)^2}\right\}$ [V].

R 2.1.09. $v_A = \sqrt{\dfrac{\alpha q L}{\pi\varepsilon_0 m}\left\{\left(1 + \dfrac{1}{\sqrt{2}}\right)\ln(1+\sqrt{2}) - 1\right\}}$ [m/s], $q > 0$.

R 2.1.10. $v_A = \sqrt{\dfrac{qQ}{\pi\varepsilon_0 mL}\ln(1+\sqrt{2})}$ [m/s], $q > 0$.

R 2.1.11. $V_B - V_A = \dfrac{aL}{4\pi\varepsilon_0}\left(1-\sqrt{2}+\ln\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}\right)$ [V].

R 2.1.12. $V_P = \dfrac{(\sqrt{2}-1)Q}{2\pi\varepsilon_0 L}$ [V].

R 2.1.13. $V_P = \dfrac{3\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\ln(1+\sqrt{2})$ [V].

R 2.1.14. $v_A = \sqrt{\dfrac{qQ}{2\pi\varepsilon_0 mL}\ln\dfrac{3+\sqrt{13}}{3(1+\sqrt{5})}}$ [m/s], $qQ<0$.

R 2.1.15. $V_Q - V_P = \dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\ln\dfrac{1+\sqrt{2}}{2+\sqrt{3}}$ [V].

R 2.1.16. **(a)** $W = \dfrac{q\lambda}{2\varepsilon_0}\left(1-\dfrac{R}{\sqrt{R^2+h^2}}\right)$ [J]. **(b)** $m = \dfrac{2W}{v_0^2}$ [kg].

R 2.1.17. $W = \dfrac{\lambda R}{2\varepsilon_0}(q_2-q_1)\left(\dfrac{1}{\sqrt{R^2+d_1^2}}-\dfrac{1}{\sqrt{R^2+d_2^2}}\right)$ [J].

R 2.1.18. $W = \dfrac{\sqrt{2}q\lambda_0}{8\varepsilon_0}$ [J]. $v_P = \sqrt{\dfrac{(2-\sqrt{2})q\lambda_0}{4\varepsilon_0 m}}$ [m/s].

R 2.1.19. **(a)** $W_A = \dfrac{(\sqrt{5}-1)q_e\lambda}{2\sqrt{5}\varepsilon_0} < 0$ [J]. $W_B = -W_A > 0$. **(b)** $v_A = 2\sqrt{\dfrac{W_B}{m_e}}$ [m/s]. 50 %.

R 2.1.20. $v_B = \sqrt{-\dfrac{(23-3\sqrt{5})q_eQ}{60\pi\varepsilon_0 m_e R}}$ [m/s]. Un protón no pasa por B.

R 2.1.21. **(a)** $V(x) = \dfrac{\lambda R}{4\varepsilon_0}\left(\dfrac{2}{\sqrt{R^2+x^2}}-\dfrac{1}{\sqrt{R^2+(d-x)^2}}\right)$ [V], donde x [m] se mide a partir de O_+ en la dirección O_+O_-.

(b) Debe ser $q < 0$.

R 2.1.22. $Q_1 = \dfrac{4\pi\varepsilon_0 RW}{3q}$ [C]. $Q_2 = 4Q_1$.

R 2.1.23. $W = -\left(1 - \dfrac{3}{\sqrt{2}} + \dfrac{4}{\sqrt{5}}\right)\dfrac{Q^2}{4\pi\varepsilon_0 R}$ [J].

R 2.1.24. $V = \dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}(\pi + \ln 2)$ [V].

R 2.1.25. $V = \dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\left(\dfrac{\pi}{2} + \ln 2\right)$ [V].

R 2.1.26. $V = \dfrac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\left(\dfrac{\pi}{2} + 3\ln(1+\sqrt{2})\right)$ [V].

R 2.1.27. $V = \dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\left(\dfrac{\pi}{2} + \ln(2+\sqrt{2})\right)$ [V].

R 2.1.28. $V = \dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\left(\dfrac{\pi}{4} + \ln(1+\sqrt{2})\right)$ [V].

R 2.1.29. $W = \dfrac{q\lambda}{2\pi\varepsilon_0}(\pi + \ln 2) > 0$ [J].

R 2.1.30. $Q' = -\dfrac{\sqrt{5}-1}{2}Q$.

R 2.1.31. $Q' = \dfrac{2}{5\ln(5/3)}\left(Q + \dfrac{5\pi\varepsilon_0 Rmv_0^2}{q}\right)$ [C].

R 2.2. CONDUCTORES EN EQUILIBRIO ELECTROSTÁTICO

R 2.2.01. $\dfrac{\sigma_1}{\sigma_2} = \dfrac{R_2}{R_1}$.

R 2.2.02. **(a)** $\sigma_b = \dfrac{Q}{4\pi b^2}$ [C/m^2], $\sigma_c = 0$.

(b) $r \le b : V = -\dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\dfrac{1}{r} - \dfrac{1}{b}\right)$ [V], $r \ge b : V = 0$.

R 2.2.03. $\sigma_a = -\dfrac{q}{4\pi a^2}$ [C/m^2], $\sigma_b = \dfrac{q}{4\pi b^2}$ [C/m^2], $\sigma_c = -\dfrac{q}{4\pi c^2}$ [C/m^2], $\sigma_d = \dfrac{q}{4\pi d^2}$ [C/m^2].

$$r \le a : V = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{a} + \frac{1}{b} - \frac{1}{c} + \frac{1}{d}\right) \text{ [V]}, \quad a \le r \le b : V = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{b} - \frac{1}{c} + \frac{1}{d}\right) \text{ [V]},$$

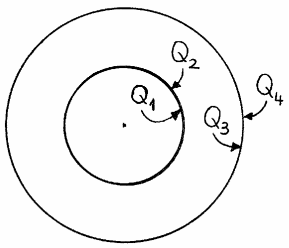
$$b \le r \le c : V = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{c} + \frac{1}{d}\right) \text{ [V]}, \quad c \le r \le d : V = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 d} \text{ [V]}, \quad r \ge d : V = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r} \text{ [V]}.$$

R 2.2.04. **(a)** $\sigma_a = \dfrac{Q}{4\pi a^2}$ [C/m^2]. **(b)** $V = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 c}$ [V]. **(c)** $v_0 = \sqrt{\dfrac{Qq_e}{2\pi\varepsilon_0 m_e}\left(\dfrac{1}{b} - \dfrac{1}{a}\right)}$ [m/s].

R 2.2.05. **(a)** $Q_1 = 0$, $Q_2 = Q_1$, $Q_3 = -Q_1$, $Q_4 = Q_1 + Q_2$.

(b) $Q_1 = 0$, $Q_2 = Q_1$, $Q_3 = -Q - Q_1$, $Q_4 = Q + Q_1 + Q_2$.

(c) $Q_1 = 0$, $Q_2 = Q_1$, $Q_3 = -Q - Q_1$, $Q_4 = 0$.



R 2.2.06. **(a)** $V_a - V_b = V_a - V_c = \dfrac{Q_0}{4\pi\varepsilon_0}\left(\dfrac{1}{a} - \dfrac{1}{b}\right)$ [V].

(b) $V_a = 0$, $V_b = V_c = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 c}\dfrac{1/a - 1/b}{1/a - 1/b + 1/c}$ [V].

R 2.2.07. **(a)** $Q_1 = 0$, $Q_2 = 0$, $Q_3 = -Q$, $Q_4 = Q$.

(b) $Q_1 = 0$, $Q_2 = -2Q/7$, $Q_3 = -5Q/7$, $Q_4 = Q$.

R 2.2.08. **(a)** $Q_1 = 0,\ Q_2 = 0,\ Q_3 = 0,\ Q_4 = Q$.

(b) $Q_1 = 0,\ Q_2 = 0,\ Q_3 = 0,\ Q_4 = 0$.

R 2.2.09. **(a)** $Q_1 = -2Q,\ Q_2 = 3Q,\ Q_3 = -3Q,\ Q_4 = 3Q$.

(b) $Q_1 = -2Q,\ Q_2 = 0,\ Q_3 = 0,\ Q_4 = 3Q$.

R 2.2.10. **(a)** $Q_1 = 0,\ Q_2 = Q,\ Q_3 = -Q,\ Q_4 = Q$.

(b) $Q_1 = -Q,\ Q_2 = 2Q,\ Q_3 = -2Q,\ Q_4 = 2Q$.

(c) $Q_1 = -Q,\ Q_2 = 0,\ Q_3 = 0,\ Q_4 = 2Q$.

(d) $Q_1 = -Q,\ Q_2 = -Q,\ Q_3 = Q,\ Q_4 = Q$.

R 2.2.11. **(a)** $Q_1 = 0,\ Q_2 = Q,\ Q_3 = -2Q,\ Q_4 = 0$.

(b) $Q_1 = 0,\ Q_2 = 5Q/14,\ Q_3 = -19Q/14,\ Q_4 = -9Q/14$.

R 2.2.12. $Q_1 = 0,\ Q_2 = -Q/4,\ Q_3 = Q/4,\ Q_4 = 3Q/4,\ Q_5 = -3Q/4,\ Q_6 = Q$.

R 2.2.13. **(a)** $Q_1 = 0,\ Q_2 = -Q,\ Q_3 = Q,\ Q_4 = -Q,\ Q_5 = Q,\ Q_6 = 0$.

(b) $Q_1 = -Q,\ Q_2 = 0,\ Q_3 = 0,\ Q_4 = 0,\ Q_5 = 0,\ Q_6 = Q$.

(c) $Q_1 = -Q,\ Q_2 = 0,\ Q_3 = 0,\ Q_4 = 0,\ Q_5 = 0,\ Q_6 = Q$.

R 2.2.14. **(a)** $Q_1 = 0,\ Q_2 = 0,\ Q_3 = 0,\ Q_4 = -Q,\ Q_5 = Q,\ Q_6 = 2Q$.

(b) $Q_1 = 0,\ Q_2 = 0,\ Q_3 = 0,\ Q_4 = -Q,\ Q_5 = Q,\ Q_6 = 0$.

R 2.3. CAPACITORES

R 2.3.01. $Q_1 = \dfrac{C_1^2 V_0}{C_1 + C_2}$ [C], $Q_2 = \dfrac{C_1 C_2 V_0}{C_1 + C_2}$ [C], $U = \dfrac{C_1}{C_1 + C_2} U_0$ [J], $U_0 = \dfrac{1}{2} C_1 V_0^2$ [J].

R 2.3.02. **(a)** $Q_1 = \dfrac{C_1^2 V_0}{C_1 + C_2}$ [C], $Q_2 = \dfrac{C_1 C_2 V_0}{C_1 + C_2}$ [C]. **(b)** $U = \dfrac{C_1}{C_1 + C_2} U_0$ [J], $U_0 = \dfrac{1}{2} C_1 V_0^2$ [J].

R 2.3.03. **(a)** N = 10000/3 $\approx$ 3333 capacitores.

(b) $Q_4 = Q_6 = 480$ [μC], $V_4 = 120$ [V], $V_6 = 80$ [V].

R 2.3.04. **(a)** $Q_1 = 800/9$ [μC], $Q_2 = 1600/9$ [μC]. **(b)** $U = 8U_0/9$, $U_0 = 20000/3$ [μJ].

R 2.3.05. **(a)** $Q_4 = 800$ [μC], $Q_6 = 1200$ [μC].

(b) $V = 200$ [V].

(c) $U = U_0/7$, $U_0 = 0.2$ [J].

R 2.3.06. **(a)** $Q_1 = 120$ [μC], $Q_2 = 60$ [μC], U = 1800 [μJ], aumentó en 50%.

(b) $Q_1 = 80$ [μC], $Q_2 = 40$ [μC], U = 800 [μJ], disminuyó en 33%.

R 2.3.07. **(a)** $V_1 = V_2 = 6$ [V]. **(b)** U = 72 [μJ], disminuyó en 75%.

R 2.3.08. **(a)** $Q_1 = \dfrac{C_1^2 (C_2 + C_3) V_0}{C_1 C_2 + C_2 C_3 + C_3 C_1}$ [C], $Q_2 = Q_3 = \dfrac{C_1 C_2 C_3 V_0}{C_1 C_2 + C_2 C_3 + C_3 C_1}$ [C].

(b) $\dfrac{\Delta U}{U_0} = -\dfrac{C_1 C_2}{C_1 C_2 + C_2 C_3 + C_3 C_1}$.

R 2.3.09. $Q_1 = 600$ [μC], $Q_2 = 200$ [μC], $Q_3 = 400$ [μC],

$V_1 = 200$ [V], $V_2 = V_3 = 100$ [V], U = 0.09 [J].

R 2.3.10. $Q_1 = Q_2 = 1000/3$ [μC], $Q_3 = 400$ [μC],

$V_1 = 100/3$ [V], $V_2 = 200/3$ [V], $V_3 = 100$ [V], U = 110000/3 [μJ].

R 2.3.11. **(a)** $Q_1 = Q_2 = 156$ [μC], $Q_3 = 325$ [μC]. **(b)** $U = 1.56 \cdot 10^{-2}$ [J].

R 2.3.12. **(a)** U = 400/3 [μJ] $Q_1 = Q_2 = Q_3 = 40/3$ [μC].

(b) U = 1600/13 [μJ], $Q_1 = 120/13$ [μC], $Q_2 = 160/13$ [μC], $Q_3 = 240/3$ [μC].

R 2.3.13. $U_1 = U_2 = \frac{3}{4}C\varepsilon^2$ [J]: no hay cambio.

R 2.3.14. **(a)** $U_1 = \frac{1}{3}C_0V_0^2$ [J], $U_2 = \frac{3}{4}C_0V_0^2$ [J].

(b) En el primer caso la batería entrega una carga $Q = 2C_0V_0/3$ [C]; cada capacitor en paralelo queda con $C_0V_0/3$ y el otro con $2C_0V_0/3$. En el segundo la batería entrega $Q = 3C_0V_0/2$ [C]; cada capacitor en serie queda con $C_0V_0/2$ y el otro con C_0V_0.

R 2.3.15. **(a)** $Q_1 = \frac{C_1C_2V_0}{C_1+C_2+C_3}$ [C], $Q_2 = \frac{C_2^2V_0}{C_1+C_2+C_3}$ [C], $Q_3 = \frac{C_2C_3V_0}{C_1+C_2+C_3}$ [C].

(b) $U = \frac{C_2}{C_1+C_2+C_3}U_0$ [J], $U_0 = \frac{1}{2}C_2V_0^2$ [J]. Disminuye en 67%

R 2.3.16. **(a)** $Q_0 = \frac{C_0^2}{(C_0+C_1)(C_0+C_2)}Q$ [C], $Q_1 = \frac{C_1}{C_0+C_1}Q$ [C], $Q_2 = \frac{C_0C_2}{(C_0+C_1)(C_0+C_2)}Q$ [C].

(b) $Q_0 = \frac{C_0}{C_0+C_1+C_2}Q$ [C], $Q_1 = \frac{C_1}{C_0+C_1+C_2}Q$ [C], $Q_2 = \frac{C_2}{C_0+C_1+C_2}Q$ [C].

R 2.3.17. **(a)** $Q_0 = \frac{2C_0^2V_0}{2C_0+C}$ [C], $Q_1 = Q_2 = \frac{C_0CV_0}{2C_0+C}$ [C].

(b) $Q_0 = C_0V_0$ [C] $Q_1 = Q_2 = C_0V_0/2$ [C].

R 2.3.18. **(a)** $U = \frac{1}{4}CV_0^2$ [J]. **(b)** $U = \frac{1}{12}CV_0^2$ [J]. **(c)** $U = \frac{3}{4}CV_0^2$ [J].

R 2.3.19. **(a)** 0 %. **(b)** 0 %.

R 2.3.20. $V = 3V_0/11$.

R 2.3.21. $V_C = V_0/2$, $V_{2C} = V_0$.

R 2.3.22. En serie: $Q_C = Q_{2C} = \frac{2}{5}CV_0$ [C], $U = \frac{1}{5}CV_0^2$ [J].

En paralelo: $Q_C = \frac{3}{10}CV_0$ [C], $Q_{2C} = \frac{3}{5}CV_0$ [C], $U = \frac{9}{50}CV_0^2$ [J].

R 2.3.23. **(a)** S en *a*: $Q_C = Q_{2C} = CV$ [C]. S en *b*: $Q_C = 0$, $Q_{2C} = 2CV$ [C].

(b) S en *a*: $U = CV^2$ [J]. S en *b*: $U = 2CV^2$ [J].

R 2.3.24. **(a)** $V_C = 2Q/5C$ [V], $V_{2C} = 4Q/5C$ [V]. **(b)** $Q_C = CV_0/2$ [C], $Q_{2C} = 2CV_0$ [C].

R 2.3.25. **(a)** $\Delta U = 72$ [μJ]. **(b)** $\Delta U = -27$ [μJ].

R 2.3.26. **(a)** $C = \frac{C_1C_2}{C_1 + C_2} + \frac{C_3C_4}{C_3 + C_4}$ [F].

(b) $V_{cd} = \frac{|C_1C_4 - C_2C_3|}{(C_1 + C_2)(C_3 + C_4)}V_0$ [V].

(c) $V_{cd} = 0$.

R 2.3.27. **(a)** $Q_1 = Q_2 = 8$ [C], $V_1 = 8$ [V], $V_2 = 4$ [V].

(b) Aumenta en 8.3 %.

R 2.3.28. En los "extremos": 300 [V]. En los "centrales": 150 [V].

R 2.3.29. **(a)** $U = 7.2 \cdot 10^{-2}$ [J]. **(b)** $Q_4 = 320$ [μC], $V_4 = 80$ [V].

R 2.3.30. **(a)** $C = 260/43$ [μF]. **(b)** $Q_3 = 3600/43$ [μC]. **(c)** $U = 1.1 \cdot 10^{-3}$ [J].

R 2.4. EJERCICIOS VARIOS

R 2.4.01. $W = -\dfrac{\sqrt{3}q^2}{\pi\varepsilon_0 L}$ [J].

R 2.4.02. **(a)** $W = -\dfrac{q^2}{2\pi\varepsilon_0 L}$ [J]. **(b)** $V_C = \dfrac{(\sqrt{3}-1)q}{2\sqrt{3}\pi\varepsilon_0 L}$ [V].

R 2.4.03. Aumenta en 36 %.

R 2.4.04. Ejemplo: tres partículas con cargas q, q y $-q/2$ en los vértices de un triángulo equilátero.

R 2.4.05. **(a)** $U_1 = U_2 = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0 a}\left(\dfrac{Q^2+q^2}{5}+\dfrac{7Qq}{6}\right)$ [J]. $W = U_1 - U_2 = 0$.

(b) $W_{ext} = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0 a}\left[\left(\dfrac{1}{2\sqrt{6}}-\dfrac{1}{5}\right)\left(Q^2+q^2\right)-\left(\dfrac{7}{6}-\dfrac{2}{\sqrt{3}}\right)Qq\right]$ [J].

R 2.4.06. $W_{ext} = \left(2+\dfrac{1}{\sqrt{5}}-\sqrt{2}\right)\dfrac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 a} > 0$ [J].

R 2.4.07. $W_{ext} = \dfrac{Q^2}{15\pi\varepsilon_0}$ [J].

R 2.4.08. **(a)** $W_{ext} = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 a}\left(4\sqrt{2}Q+(4+\sqrt{2})q\right)$ [J]. **(b)** $Q = \left(\dfrac{1}{4}+\dfrac{1}{\sqrt{2}}\right)q$.

R 2.4.09. **(a)** $q = \left(\dfrac{1}{4}+\dfrac{1}{\sqrt{2}}\right)Q$. **(b)** $W_{ext} = \dfrac{3(1+\sqrt{2})Q^2}{4\pi\varepsilon_0 L}$ [J].

R 2.4.10. **(a)** $W_{ext} = -\dfrac{q^2}{\pi\varepsilon_0 a}$ [J]. **(b)** $W_{campo} = -\dfrac{\sqrt{2}q^2}{\pi\varepsilon_0 a}$ [J].

R 2.4.11. **(a)** $W_{ext} = \left(3+\dfrac{3}{\sqrt{2}}+\dfrac{1}{\sqrt{3}}\right)\dfrac{Q^2}{2\pi\varepsilon_0 L}$ [J]. **(b)** $q = \dfrac{\sqrt{3}}{8}\left(3+\dfrac{3}{\sqrt{2}}+\dfrac{1}{\sqrt{3}}\right)Q$.

R 2.4.12. $v_0 = \sqrt{\left((\sqrt{17}-5)\sigma_1 + (2\sqrt{5}-\sqrt{17}-1)\sigma_2\right)\dfrac{qR}{2m\varepsilon_0}}$ [m/s].

$$\sigma_2 = -\sigma_1 \Rightarrow v_0 = \sqrt{-(2+\sqrt{5}-\sqrt{17})\frac{q\sigma_1 R}{m\varepsilon_0}} \text{ [m/s]}.$$

R 2.4.13. **(a)** $V_P = \dfrac{C}{4\varepsilon_0}\left[R\sqrt{R^2+x^2} - x^2 \ln\dfrac{R+\sqrt{R^2+x^2}}{|x|}\right]$ [V].

(b) $v_0 = \sqrt{v_P^2 + \dfrac{2Q}{m}(V_P - V_0)}$ [m/s], $V_0 = \dfrac{CR^2}{4\varepsilon_0}$ [V], $Q = \dfrac{2}{3}\pi C R^3$ [C].

R 2.4.14. **(a)** $V = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R}$ [V], $Q = -\pi\sigma_0 R^2$ [C]. **(b)** Hacia el centro.

R 2.4.15. $R' = 3R$.

R 2.4.16. **(a)** $V_h = \dfrac{Q}{2\pi\varepsilon_0(R_2^2 - R_1^2)}\left[\sqrt{R_2^2+h^2} - \sqrt{R_1^2+h^2}\right]$ [V], h es la distancia al centro.

(b) $v = \sqrt{\dfrac{2q}{m}(V_0 - V_h)}$ [m/s], $V_0 = \dfrac{Q}{2\pi\varepsilon_0(R_1+R_2)}$ [V], q<0.

(c) $W = 0$. El potencial es el mismo en ambos puntos.

R 2.4.17. $v_0 = \dfrac{Q}{\pi R}\sqrt{\dfrac{2\ln\left[2(\sqrt{3}-1)\right]}{3\varepsilon_0 m}}$ [m/s].

R 2.4.18. **(a)** $W = 9.9\cdot 10^9 \dfrac{Q^2}{R}$ [J]. **(b)** Hacia el centro: $v = 4.0\cdot 10^4 \dfrac{Q}{\sqrt{mR}}$ [m/s].

R 2.4.19. $W_{campo} = \left\{\dfrac{2}{3}\pi\rho\left(2a^4 + a^3 b - 5ab^3 + 2b^4\right) - qb\right\}\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 ab}$ [J].

R 2.4.20. **(a)** $v_P = \sqrt{v_0^2 - \dfrac{\sigma q_e R}{\varepsilon_0 b}(b-R)}$ [m/s]. **(b)** $d = \dfrac{b}{1+\dfrac{\varepsilon_0 m v_0^2 b}{2\sigma q_e R^2}}$ [m].

R 2.4.21. Eligiendo $V(b)=0$: $V(r \le a) = \dfrac{\rho}{4\varepsilon_0}\left(a^2(1-2\ln\dfrac{b}{a}) - r^2\right)$,

$$V(a \le r \le b) = \frac{\rho a^2}{2\varepsilon_0}\ln\frac{b}{r}, \quad V(r \ge b) = -\frac{\rho a^2 + 2\sigma b}{2\varepsilon_0}\ln\frac{r}{b} \text{ [V]}.$$

R 2.4.22. $V_A - V_B = \dfrac{\sigma}{\varepsilon_0}\left\{a\ln\left(\dfrac{3b-a}{a+b}\right) - b\ln\left(\dfrac{3b-a}{2b}\right)\right\}$ [V].

R 2.4.23. $V_P - V_Q = -\dfrac{\sigma}{\varepsilon_0}\{b\ln(4/e) - a\}$ [V].

R 2.4.24. **(a)** $V(R) - V(2R) = \dfrac{kR}{\varepsilon_0}(1-\ln 2)$ [V]. **(b)** $u = \dfrac{\pi k^2 R^2}{\varepsilon_0}(\ln 2 - \dfrac{1}{2})$ [J/m].

R 2.4.25. $V_A - V_B = \dfrac{Q}{3\pi\varepsilon_0 R}$ [V].

R 2.4.26. **(a)** $\alpha = \dfrac{8Q}{5\pi R^3}$ [c/m^3]. **(b)** $V(R/2) - V(R) = \dfrac{3Q}{20\pi\varepsilon_0 R}$ [V].

R 2.4.27. **(a)** $V(R) - V(2R) = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R}(\ln 2 - \dfrac{1}{2})$ [V]. **(b)** $U = \dfrac{Q^2}{4\pi\varepsilon_0 R}(1-\ln 2)$ [J].

R 2.4.28. **(a)** $Q_1 = -Q,\ Q_2 = Q$. **(b)** $Q_1 = -Q,\ Q_2 = 0$. **(c)** Disminuyó en $\dfrac{Q^2}{16\pi\varepsilon_0 R}$ [J].

R 2.4.29. **(a)** $Q_1 = Q,\ Q_2 = -2Q$.

(b) $V(r \le R_2) = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\dfrac{1}{R_2} - \dfrac{2}{R_1} - \dfrac{1}{r}\right)$, $V(R_2 \le r \le R_1) = -\dfrac{Q}{2\pi\varepsilon_0 R_1}$, $V(r \ge R_1) = -\dfrac{Q}{2\pi\varepsilon_0 r}$.

(c) $Q_1 = Q,\ Q_2 = 0$.

R 2.4.30. (a) $V_0 = \dfrac{Q}{6\pi\varepsilon_0}\left(\dfrac{3}{b}+\dfrac{2}{a}\right)$ [V]. **(b)** Disminuye en $\dfrac{Q^2}{2\pi\varepsilon_0 b}$ [J].

(c) Inicial: $Q_1 = 0,\ Q_2 = 0,\ Q_3 = 0,\ Q_4 = Q$.

Intermedio: $Q_1 = -Q,\ Q_2 = 0,\ Q_3 = 0,\ Q_4 = 2Q$.

Final: $Q_1 = -Q,\ Q_2 = 0,\ Q_3 = 0,\ Q_4 = 0$.

R 2.4.31. $Q' = -\dfrac{a}{b}Q$. $U = \dfrac{a(b-a)Q^2}{4\pi\varepsilon_0 b}$ [J].

R 2.4.32. (a) $\sigma_1 = 0$, $\sigma_2 = \dfrac{Q_1}{4\pi b^2}$, $\sigma_3 = -\dfrac{Q_1}{4\pi c^2}$, $\sigma_4 = \dfrac{Q_1+Q_2}{4\pi d^2}$. **(b)** $U = \dfrac{Q_1^2}{8\pi\varepsilon_0}\left(\dfrac{1}{b}-\dfrac{1}{c}\right)$ [J].

R 2.4.33. (a) $\sigma_a = \dfrac{Q_1}{4\pi a^2}$, $\sigma_b = -\dfrac{Q_1}{4\pi b^2}$, $\sigma_c = \dfrac{Q_1+Q_2}{4\pi c^2}$.

(b) $U = \dfrac{1}{8\pi\varepsilon_0}\left\{Q_1^2\left(\dfrac{1}{a}-\dfrac{1}{b}\right)+(Q_1+Q_2)^2\dfrac{1}{c}\right\}$ [J].

(c) La cara exterior de la capa conductora queda con una carga $Q' = \dfrac{b}{c-b}(Q_1+Q_2)$ [C].

R 2.4.34. (a) $Q_1 = -Q,\ Q_2 = 2Q,\ Q_3 = -2Q,\ Q_4 = 3Q$. **(b)** Disminuye de $\dfrac{9Q^2}{16\pi\varepsilon_0 R}$ [J] a 0.

R 2.4.35. (a) Antes: $Q_1 = -Q,\ Q_2 = -2Q,\ Q_3 = 2Q,\ Q_4 = 0$.

Después: $Q_1 = -Q,\ Q_2 = 0,\ Q_3 = 0,\ Q_4 = 0$.

(b) Disminuyó en $\dfrac{Q^2}{4\pi\varepsilon_0 R}$ [J].

R 2.4.36. $Q' = -\dfrac{20}{11}Q$ [C]. $Q_1 = 0,\ Q_2 = 0,\ Q_3 = -20Q/11,\ Q_4 = 2Q/11$.

R 2.4.37. Antes: $Q_1 = -Q,\ Q_2 = 2Q,\ Q_3 = -2Q,\ Q_4 = 4Q,\ Q_5 = -4Q,\ Q_6 = Q$.

Después: $Q_1 = -Q,\ Q_2 = -Q/2,\ Q_3 = Q/2,\ Q_4 = 3Q/2,\ Q_5 = -3Q/2,\ Q_6 = Q$.

Disminuyó en $\dfrac{25Q^2}{48\pi\varepsilon_0 R}$ [J].

R 2.4.38. Está distribuida entre r = R y r = $4R/3$.

R 3.1. CIRCUITOS SIMPLES

R 3.1.01. **(a)** $V_a - V_b = 10/3$ [V]. **(b)** $P = 1/9$ [W].

R 3.1.02. $V = \mathcal{E}_2 = 54$ [V].

R 3.1.03. **(a)** $I_1 = 3/5$ [A]$\downarrow$, $I_2 = 1/2$ [A]$\rightarrow$. **(b)** $V_a - V_b = 9$ [V].

R 3.1.04. **(a)** 5/11 [A]. **(b)** No cambia.

R 3.1.05. **(a)** $R_2 = 400$ [Ω]. **(b)** $R_1 = 100$ [Ω]. **(c)** No circula corriente. **(d)** $V_a - V_b = 0$.

R 3.1.06. $R = R_0 / \sqrt{2}$.

R 3.1.07. **(a)** $\mathcal{E} = 32/3$ [V]. **(b)** 1280/81 [W].

R 3.1.08. I = 5/2 [A], $V = 20$ [V].

R 3.1.09. $R = \dfrac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$. $P_{MAX} = \dfrac{(R_2\mathcal{E}_1 - R_1\mathcal{E}_2)^2}{4R_1R_2(R_1 + R_2)}$ [W].

R 3.1.10. **(a)** $\mathcal{E} = 5$ [V]. **(b)** I = 5/11 [A].

R 3.1.11. **(a)** $V_A - V_B = 13$ [V]. **(b)** $R = 3.0$ [Ω].

R 3.1.12. $\mathcal{E} = 17$ [V], $V_a - V_b = 7$ [V].

R 3.1.13. $R = 2.2$ [Ω].

R 3.1.14. **(a)** $V_a - V_b = 74/9$ [V]. **(b)** $I_1 = 33/28$ [A].

R 3.1.15. **(a)** $V_a - V_b = 2/9$ [V]. **(b)** $P_3 = 3/784$ [W].

R 3.1.16. **(a)** $V_C - V_D = 12$ [V]. **(b)** I = 24 [A] de C a D.

R 3.1.17. Aumenta en un 7.14 %: de $\mathcal{E}/10$ a $3\mathcal{E}/28$.

R 3.1.18. **(a)** $R = 100$ [Ω]. **(b)** I = 3/25 [A]. **(c)** $V_a - V_{b.} = 0$. **(d)** No circula corriente.

R 3.1.19. **(a)** $V_A - V_B = 7$ [V]. **(b)** $P = 3528/845$ [W].

R 3.1.20. **(a)** $R = 2/3$ [Ω]. **(b)** 360 [C].

R 3.1.21. **(a)** $R' = \sqrt{2}R$. **(b)** S abierto: $V_{ab} = (2-\sqrt{2})\varepsilon$, S cerrado: $V_{ab} = (\sqrt{2}-1)\varepsilon$.

R 3.1.22. I = 1/11 [A].

R 3.1.23. **(a)** $R_4 = 2$ [Ω]. **(b)** $V_a - V_b = -30$ [V].

R 3.1.24. $V_1 = 40/59$ [V], $V_2 = 392/177$ [V], $V_3 = 196/177$ [V], $V_4 = 158/59$ [V], $V_5 = 196/59$ [V].

R 3.1.25. **(a)** $R = 4$ [Ω]. **(b)** $V_a - V_b = 30$ [V].

R 3.1.26. **(a)** $R_2 = 5$ [Ω]. **(b)** $I_1 = 4$[A]$\downarrow$, $I_2 = 7/5$ [A]$\rightarrow$.

R 3.1.27. 5/16 [A].

R 3.1.28. 12 [A].

R 3.1.29. **(a)** Se mantiene en $V_b - V_a = \varepsilon$. **(b)** Aumenta de ε/R a $4\varepsilon/3R$.

R 3.1.30. **(a)** $R = 2$ [Ω]. **(b)** $V_a - V_b = 6$ [V].

R 3.1.31. $V_A - V_B = -108/11$ [V].

R 3.1.32. **(a)** $R_x = \dfrac{R_1 R_3}{R_2}$. **(b)** $V_{ab} = 0$.

R 3.1.33. **(a)** 0.018 [W]. **(b)** 0.95 [V]. **(c)** 119 [Ω].

R 3.1.34. **(a)** 50/3 [V]. **(b)** 0 [A].

R 3.1.35. **(a)** $R = 9$ [Ω]. **(b)** $V_a - V_b = 2$ [V].

R 3.1.36. $\varepsilon = 20$ [V] $\downarrow$.

R 3.1.37. **(a)** $V_A - V_B = 4$ [V]. **(b)** 62/25 [A].

R 3.1.38. **(a)** $V_a - V_b = -250$ [V]. **(b)** 1/65 [A] de *c* a *d*.

R 3.1.39. Pasan 10 [C].

R 3.1.40. $\varepsilon = 6$ [V], $R = 4$ [Ω].

R 3.2. MOVIMIENTO DE PARTÍCULAS EN UN CAMPO MAGNÉTICO

R 3.2.01. **(a)** $B = \dfrac{2m_e v_0}{|q_e|\overline{PQ}}$ [T] "saliendo" perpendicularmente de la hoja.

(b) $L_{\min} = \overline{PQ}/2$ [m].

(c) $t = \dfrac{\pi \overline{PQ}}{2v_0}$ [s].

R 3.2.02. **(a)** B_0 "saliendo" perpendicularmente de la hoja. $R = \dfrac{m_e v_0}{|q_e| B_0}$ [m].

(b) $sen\theta = L/R$.

(c) $v_0 \leq \dfrac{|q_e| B_0 L}{m_e}$ [m/s].

R 3.2.03. **(a)** $x = \dfrac{2\sqrt{2mK_0}}{qB} sen\theta$ [m]. **(b)** $\theta' = \theta$. **(c)** $q > 0$.

R 3.2.04. $D = \dfrac{2mv_0}{qB} sen\theta$ [m].

R 3.2.05. $v_0 < qBL/m \Rightarrow$ Se devuelve a una distancia $D = 2mv_0/qB$ [m].

$v_0 > qBL/m \Rightarrow$ Se desvía un ángulo θ tal que $sen\theta = qBL/mv_0$.

R 3.2.06. **(a)** $B_0 = mv_0/2qL$ [T], "entrando" perpendicularmente a la hoja.

(b) Un arco de circunferencia de longitud $\pi L/3$ [m].

R 3.2.07. Alcanza a dar $\dfrac{qBL}{2\pi m v_0 \cos\alpha}$ vueltas.

R 3.2.08. $\pi m/qB$ [s] después de la desintegración.

R 3.2.09. Perpendicular a la dirección de entrada.

R 3.2.10. $D = 2(2-\sqrt{3})L$ [m]. El ángulo es de $60°$.

R 3.2.11. En el punto (x_0, y_0) tal que: $x_0^2 + (y_0 - R)^2 = R^2$ y $(L - 2x_0)^2 + (L + R - 2y_0)^2 = R^2$, donde $R = mv_0 / qB_0$ [m].

R 3.2.12. $\cos\alpha = 1 - \dfrac{h(2a-h)}{2R(R+h-a)}$, donde $R = \dfrac{mv_0}{|q_e|B}$ [m].

R 3.2.13. **(a)** $B = (2-\sqrt{3})\dfrac{mv_0}{qR_0}$ [T], "saliendo" perpendicularmente de la hoja. **(b)** $\theta = 30°$.

R 3.2.14. $B = \dfrac{mv_0}{qR}$ [T], "entrando" perpendicularmente a la hoja, donde $R = \dfrac{1}{4}(5 + 2\sqrt{3})R_0$.

R 3.2.15. **(a)** En el punto de coordenadas cartesianas rectangulares $x = \dfrac{mv_1}{qB} sen\Omega$ [m] e $y = \dfrac{mv_1}{qB}\left[1 - \cos\Omega\right]$ [m], con $\Omega \equiv \dfrac{qB}{m}\tau$, ubicando el origen en el punto de ingreso, siempre que $v_1\left[1 - \cos\Omega\right] + v_2 sen\Omega = \dfrac{qBL}{m}$ y $v_1 sen\Omega - v_2\left[1 - \cos\Omega\right] = \dfrac{qBL}{2m}$.

(b) $\pi/2$ [rad].

R 3.2.16. $L_1 = \dfrac{mv_0}{2qB}$ [m], $L_2 = \dfrac{\sqrt{3}\pi mv_0}{12qB}$ [m], $B_2 = 12B$.

R 3.2.17. Por el lado FC, formando un ángulo de $60°$ con éste, con rapidez $v_0 = \dfrac{qB_1L}{2m}$ [m/s], a la distancia $\dfrac{\sqrt{3}}{2}L$ [m] del punto F.

R 3.2.18. **(a)** $v_0 = \dfrac{|q|B_0L}{\sqrt{2}m}$ [m/s]. **(b)** Por el lado BC, a la distancia $\sqrt{\dfrac{4\sqrt{2}-5}{2}}L$ [m] del punto B.

R 3.3. FUERZA SOBRE UNA CORRIENTE ELÉCTRICA

R 3.3.01. $I_2 = \dfrac{2\pi d(d+a)mg}{\mu_0 I_1 ab}$ [A] en sentido horario.

R 3.3.02. Fuerza de atracción de magnitud $F = \dfrac{\mu_0 I^2 ab}{2\pi c(b+c)}$ [N].

R 3.3.03. $B = \dfrac{5m}{a}$ [T].

R 3.3.04. $I = \dfrac{Mg}{2RB}$ [A] en sentido "reloj".

R 3.3.05. **(a)** $F_{QR}(\uparrow) = F_{SP}(\downarrow) = \dfrac{\mu_0 I^2}{2\pi}\ln\left(1+\dfrac{a}{x}\right)$ [N].

(b) Una fuerza de magnitud $F = \dfrac{\mu_0 I^2 ab}{2\pi x(a+x)}$ [N] "hacia la derecha".

(c) $x = \dfrac{a}{2}$.

R 3.3.06. $F_{PQ}(\downarrow) = \dfrac{\mu_0 I^2}{2\pi}$ **[N],** $F_{QR}(\rightarrow) = \dfrac{\mu_0 I^2}{2\pi}\ln 2$ **[N],** $F_{RP}(\nwarrow) = \dfrac{\mu_0 I^2}{\sqrt{2}\pi}\ln 2$ **[N].**

R 3.3.07. $\vec{F} = -\dfrac{2\mu_0 I^2}{\pi}\hat{j}$ [N].

R 3.3.08. $\vec{F} = \dfrac{2\mu_0 I^2}{\pi}\hat{j}$ [N].

R 3.3.09. $F(\leftarrow) = 2IRBsen\dfrac{\alpha}{2}$ [N].

R 3.3.10. $f_L(\downarrow) = \dfrac{\mu_0 I^2}{2\pi^2 R}$ [N/m].

R 3.3.11. **(a)** F = 0, $\vec{\tau} = (IabB_0 sen\alpha)\hat{k}$ [Nm]. **(b)** F = 0, $\vec{\tau} = -\dfrac{IabB_0}{\sqrt{2}}(\hat{i}+\hat{j})$ [Nm].

R 3.3.12. F = 0, $\vec{\tau} = -\dfrac{1}{2}Ia^2 b\hat{j} = \vec{m}\times\vec{B}$ [Nm].

R 3.3.13. La fuerza es de atracción $(\downarrow)$.

R 3.4. LA LEY DE BIOT-SAVART

R 3.4.01. $B(\otimes) = \dfrac{\mu_0 I \alpha}{8\pi R}$ [T].

R 3.4.02. $F\left(\leftarrow\right) = \dfrac{\mu_0 I \left|q_e\right| \left|\vec{v}\right|}{4R}$ [N].

R 3.4.03. $F\left(\leftarrow\right) = -\dfrac{\mu_0 I q \left|\vec{v}\right|}{4}\left(\dfrac{1}{R_1} - \dfrac{1}{R_2}\right)$ [N].

R 3.4.04. $B(\odot) = \dfrac{5\mu_0 I}{16R}$ [T].

R 3.4.05. $B(\odot) = \dfrac{3\mu_0 I}{8R}$ [T].

R 3.4.06. $B(\odot) = \dfrac{\mu_0 I}{4R}$ [T].

R 3.4.07. $B(\odot) = \dfrac{\mu_0 I}{40\pi R}(15\pi + 4\sqrt{5})$ [T].

R 3.4.08. $B(\otimes) = \dfrac{\mu_0 I}{80\pi R}(5\pi + 8\sqrt{5} - 5\sqrt{2})$ [T].

R 3.4.09. **(a)** $B(\odot) = \dfrac{\sqrt{2}\mu_0 I}{8\pi R}(3\pi + 8)$ [T]. **(b)** $F = \left|q_e\right| vB$ [N] en dirección $\overrightarrow{OF}$.

R 3.4.10. $B(\odot) = \dfrac{\mu_0 I}{8\pi L}(\pi + 6\sqrt{2})$ [T].

R 3.4.11. $B(\odot) = \dfrac{\mu_0 I}{8L}$ [T].

R 3.4.12. $B(\otimes) = \dfrac{\mu_0 I}{16\pi L}(8 - \pi)$ [T].

R 3.4.13. **(a)** $B(\otimes) = \dfrac{\mu_0 I}{4\pi R}(\pi + \sqrt{5})$ [T]. **(b)** $F = \left|q_e\right| \left|\vec{v}\right| \left|\vec{B}\right|$ [N] en dirección $\uparrow\left(\downarrow\right)$ si $q > \left(<\right) 0$.

R 3.4.14. $B(\odot) = \dfrac{\mu_0 I}{8\pi R}(3\pi + 2\sqrt{2})$ [T].

R 3.4.15. $B(\otimes) = \dfrac{\mu_0 I}{660\pi L}(33\sqrt{5} + 10\sqrt{22})$ [T].

R 3.4.16. $B(\odot) = \dfrac{\mu_0 I}{4\pi b}\left(1 - \dfrac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}\right)$ [T].

R 3.4.17. $B(\otimes) = \dfrac{\sqrt{2}\mu_0 I}{8\pi a}$ [T].

R 3.4.18. Perpendicular a $\overline{OP}$ a la distancia R de P.

R 3.4.19. $B(\odot) = \dfrac{\sqrt{2}\mu_0 I}{2\pi L}$ [T].

R 3.4.20. $B(\otimes) = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi LH}\left(\sqrt{L^2 + H^2} - H\right)$ [T].

R 3.4.21. $B(\odot) = \dfrac{\sqrt{5}\mu_0 I}{60\pi L}(3\sqrt{10} - 2)$ [T].

R 3.4.22. $B(\odot) = \dfrac{3\mu_0 I}{4\pi R}$ [T].

R 3.4.23. $B(\odot) = \dfrac{\mu_0 I}{160\pi R}\left[5(4 + \sqrt{2})\pi + 24\sqrt{5}\right]$ [T].

R 3.4.24. $B = \dfrac{2\sqrt{2}\mu_0 I}{\pi L}$ [T].

R 3.4.25. **(a)** $B = \dfrac{9\mu_0 I}{2\pi L}$ [T]. **(b)** $F = |q|vB$ [N] en dirección perpendicular a la altura.

R 3.4.26. $I' = \dfrac{16\sqrt{2}}{27} I$ [A].

R 3.4.27. $B = \dfrac{\sqrt{3}\mu_0 I}{\pi R}$ [T].

R 3.4.28. $B = \dfrac{\mu_0 IN}{2\pi R} tg\dfrac{\pi}{N}$ [T].

R 3.4.29. $\vec{B} = -\dfrac{\mu_0 I}{8\pi R}(3\pi\hat{i} + 2\hat{j} + 2\hat{k})$ [T].

R 3.4.30. $\vec{B} = -\dfrac{\mu_0 I}{4\pi R}\left[(\pi + 1)\hat{i} + \hat{k}\right]$ [T].

R 3.4.31. $\vec{B} = \dfrac{\mu_0 I}{8\pi R}(\pi\hat{i} + \pi\hat{j} + 2\hat{k})$ [T].

R 3.4.32. $B = \dfrac{\sqrt{\pi^2 + 4}\,\mu_0 I}{4\pi R}$ [T].

R 3.4.33. $\vec{B} = \dfrac{\mu_0 I}{4\pi L}(2\hat{i} + \sqrt{2}\,\hat{j} + 2\hat{k})$ [T].

R 3.4.34. $\vec{B} = \dfrac{\mu_0 I}{4\pi L}(\sqrt{2}\hat{i} + 2\hat{j} + 2\hat{k})$ [T].

R 3.4.35. $B = \dfrac{\sqrt{\pi^2 + 16}\,\mu_0 I}{8\pi L}$ [T].

R 3.5. LA LEY DE AMPÈRE

R 3.5.01. $B(r \le a) = 0$, $B(a \le r \le b) = \dfrac{\mu_0 I(r^2 - a^2)}{2\pi(b^2 - a^2)r}$ [T], $B(r \ge b) = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi r}$ [T].

Dirección "circular" según el sentido de la corriente (regla de la mano derecha)

R 3.5.02. $B(r \le a) = \dfrac{\mu_0 I r}{2\pi a^2}$ [T], $B(a \le r \le b) = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi r}$ [T],

$B(b \le r \le c) = \dfrac{\mu_0 I(c^2 - r^2)}{2\pi(c^2 - b^2)r}$ [T], $B(r \ge c) = 0$.

R 3.5.03. **(a)** $k = \dfrac{3I_0}{\pi R^3}$ [A/m^3]. **(b)** $B(r \le R) = \dfrac{\mu_0 I_0 (3R - 2r)r}{2\pi R^3}$ [T], $B(r \ge R) = \dfrac{\mu_0 I_0}{2\pi r}$ [T].

R 3.5.04. **(a)** $I = \dfrac{14}{3}\pi k R^3$ [A].

(b) $B(r \le R) = 0$, $B(R \le r \le 2R) = \dfrac{\mu_0 k(r^3 - R^3)}{3r}$ [T], $B(r \ge 2R) = \dfrac{7\mu_0 k R^3}{3r}$ [T].

R 3.5.05. $B(r \le R) = \dfrac{\mu_0 I r^3}{2\pi R^4}$ [T], $B(R \le r \le 2R) = \dfrac{\mu_0 I(8R^3 - r^3)}{14\pi R^3 r}$ [T], $B(r \ge 2R) = 0$.

R 3.5.06. $B(R \le r \le 2R) = \mu_0 J_0 R\left(1 - \dfrac{R}{2r}\right)$ [T].

R 3.5.07. $B(r \ge 2R) = \left(\dfrac{\ln 4 - \ln 3}{\ln 3 - \ln 2}\right)\dfrac{\mu_0 I}{2\pi r}$ [T] en sentido antihorario.

R 3.5.08. **(a)** $I = \dfrac{56}{19} I_0$ [A]. **(b)** $B(r \ge 2R) = \dfrac{37\mu_0 I_0}{38\pi r}$ [T] en sentido antihorario.

R 3.5.09. **(a)** $B(r) = 0$ para: $r = 0$, $r = \sqrt[3]{9/2}\,R$ y $r \to \infty$.

(b) $B(r) = \dfrac{1}{2} B_{MAX} = \dfrac{\mu_0 I}{4\pi R}$ para: $r = \dfrac{1}{2}R$, $r < \sqrt[3]{9/2}\,R \mid 4r^3 - 7R^2 r - 18R^3 = 0$ y $r = 2R$.

R 3.5.10. $I' = \dfrac{20}{9} I$ [A]. $B(r \ge 3R) = \dfrac{11\mu_0 I}{18\pi r}$ [T] en sentido horario.

R 3.5.11. $B_P = \dfrac{\mu_0 I}{\sqrt{5}\pi R}$ [T] en dirección $\overrightarrow{IP}$, $B_T = \dfrac{\mu_0 I}{\sqrt{5}\pi R}$ [T] en dirección $\overrightarrow{OT}$, $B_S\left(\uparrow\right) = \dfrac{\mu_0 I}{\pi R}$ [T].

R 3.5.12. $B_P\left(\downarrow\right) = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi R}$ [T], $\quad B_Q\left(\uparrow\right) = \dfrac{\mu_0 I}{6\pi R}$ [T].

R 3.5.13. $B(x \le R) = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi}\left|\dfrac{x}{R^2} - \dfrac{1}{D-x}\right|$ [T],

$$B(R \le x \le D-R) = \frac{\mu_0 I}{2\pi}\left|\frac{1}{x} - \frac{1}{D-x}\right| \text{ [T]},$$

$$B(D-R \le x \le D) = \frac{\mu_0 I}{2\pi}\left|\frac{1}{x} - \frac{D-x}{R^2}\right| \text{ [T]}.$$

R 3.5.14. $B_P\left(\leftarrow\right) = \dfrac{\mu_0 I(2r^2 - R^2)}{\pi(4r^2 - R^2)r}$ [T].

R 3.5.15. $B_P\left(\leftarrow\right) = \dfrac{\mu_0 I(2r^2 + R^2)}{\pi(4r^2 + R^2)r}$ [T].

R 3.5.16. $B_P\left(\uparrow\right) = \dfrac{3\mu_0 I}{4\pi R}$ [T], $\quad B_Q\left(\uparrow\right) = \dfrac{57\mu_0 I}{32\pi R}$ [T].

R 3.5.17. $B_{E_1}\left(\downarrow\right) = \dfrac{\mu_0 R_2^2 I}{2\pi(R_1^2 - R_2^2)d}$ [T], $\quad B_{E_2}\left(\downarrow\right) = \dfrac{\mu_0 I d}{2\pi(R_1^2 - R_2^2)}$ [T].

R 3.6. LA LEY DE FARADAY

R 3.6.01. $|\varepsilon| = Bbv$ [V], $v = v_0 \exp\left(-\frac{B^2 b^2}{Rm} t\right)$ [m/s]. Se disipa $\frac{1}{2} m v_0^2$ [J].

R 3.6.02. **(a)** Recorre una distancia $D = \frac{Rm}{B^2 L^2} v_0$ [m].

(b) Se disipa $\frac{1}{2} m v_0^2$ [J].

R 3.6.03. **(a)** $|\varepsilon| = \left(2BV^2 tg\alpha\right) t$ [V] para $0 < t < D/V$. Sentido antihorario.

(b) $|\varepsilon| = BVL$ [V] para $t > D/V$. Sentido antihorario.

R 3.6.04. En el instante $t = \frac{3L}{4V}$ [s].

R 3.6.05. **(a)** $|\Phi_B| = \frac{B_0 b v_0}{a}(v_0 t + a) t$ [Wb].

(b) $|\varepsilon| = \frac{B_0 b v_0}{a}(2v_0 t + a)$ [V]. Corriente en sentido antihorario.

R 3.6.06. $I' = \frac{\mu_0 I w V l}{2\pi(w + x)x}$ [A] en sentido horario.

R 3.6.07. $|\varepsilon| = \frac{\mu_0 I V}{3\pi}$ [V]. Corriente en sentido horario.

R 3.6.08. $|\varepsilon| = \frac{\mu_0 I V}{2\pi}$ [V]. Corriente en sentido horario.

R 3.6.09. $|\varepsilon| = \frac{\mu_0 I V}{2\pi} \ln\left(\frac{b}{a}\right)$ [V]. Corriente en sentido antihorario.

R 3.6.10. $|\varepsilon| = \frac{\mu_0 I V}{6\pi}$ [V]. Corriente en sentido antihorario.

R 3.6.11. **(a)** $I' = \dfrac{\mu_0 IV}{2\pi R}$ [A] en sentido horario.

(b) Sobre él actúa una fuerza $F(\leftarrow) = \dfrac{\mu_0^2 I^2 VL}{4\pi^2 Rx(x-2L)}$ [N], para $x \geq 3L$ [m].

R 3.6.12. $|\varepsilon| = \dfrac{8\mu_0 \alpha a t}{\pi} \ln 2$ [V]. Corriente en sentido antihorario.

R 3.6.13. **(a)** $\Phi_B = \dfrac{\mu_0 Ia}{2\pi} \ln\left(\dfrac{(b+x)(D-b-x)}{x(D-x)}\right)$ [Wb] "saliendo".

(b) Ejemplos: - Variando *I*.

- Acercando o separando las corrientes (: variando *D*).
- Moviendo la espira (: variando *x*).