CAPITULO 10 TEORÍA MICROSCÓPICA DEL MAGNETISMO

- Hasta aquí se ha visto los aspectos macroscópicos de la magnetización, donde las propiedades magnéticas de la materia fueron introducidas explícitamente a través de la función $\vec{M}$ ($\vec{J}_M = \nabla \times \vec{M}$, $\vec{J}_M = \vec{M} \times \hat{n}$, $\rho_M(\vec{r}') \equiv -\nabla' \cdot \vec{M}(\vec{r}')$, $\sigma_M \equiv \vec{M}(\vec{r}') \cdot \hat{n}$)
- En el capítulo 9 del texto, se usaron dos campos, $\vec{B}$ y $\vec{H}$ los cuales fueron relacionados a través de la ecuación:

$$\vec{B} = \mu_0 (\vec{H} + \vec{M})$$

y en el vacío $\vec{M} = 0 \Rightarrow \vec{B} = \mu_0 \vec{H}$

10.1 CAMPO MOLECULAR AL INTERIOR DE LA MATERIA

- Denotemos por $\vec{B}_m = \mu_0 \vec{H}_m$ al campo molecular ó campo local y es el campo magnético en la posición de una molécula o átomo en el material y es debido a las corrientes atómicas en un átomo o molécula. Este campo es producido por todas las fuentes externas y por todos los dipolos moleculares en el material con la excepción de la molécula ó átomo que está en el punto de consideración. Es evidente que $\vec{B}_m$ no necesita ser el mismo que el campo de inducción magnética macroscópica $\vec{B}$.
- El campo molecular puede ser calculado por un procedimiento similar al de la sección 5.1 para el campo eléctrico molecular en un dieléctrico.

Tomemos un material de forma arbitraria y que esté uniformemente magnetizado con magnetización $\vec{M}$. Retiramos un pedazo de material, dejando una cavidad esférica alrededor del punto en el cual el campo molecular será calculado (Fig. 10.1), pero el material como un todo será tratado como un medio continuo

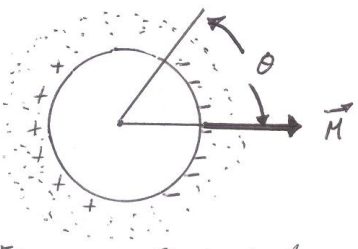


Fig 10.1 Cálculo de la contribución superficial de la "cavidad" para H_m. + y − representa la carga magnética como el polo norte y sur.

- Procedemos a colocar el material en la cavidad, molécula por molécula, excepto para la molécula que está en el centro de la cavidad, donde deseamos calcular el campo molecular. Estas moléculas que han sido colocadas serán tratadas como dipolos individuales o grupos de dipolos y no como un continuo.

- El campo macroscópico $\vec{H}$, la intensidad magnética en la muestra, puede ser expresado de acuerdo a la

ec. 9.27, como:

$$\vec{H} = \frac{1}{4\pi}\int \frac{\vec{J}\times(\vec{r}-\vec{r}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|^3}\,dv' + \frac{1}{4\pi}\int \rho_M \frac{(\vec{r}-\vec{r}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|^3}\,dv' \qquad (10.0)$$

$$+ \frac{1}{4\pi}\int_S \sigma_M \frac{(\vec{r}-\vec{r}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|^3}\,da'$$

donde las integrales se extienden sobre todas las fuentes: $\vec{J}$, ρ_M y σ_M.

El campo molecular $\vec{H}_m$ puede ser expresado en forma similar, excepto que ahora tenemos contribuciones adicionales desde la superficie de la cavidad y de los dipolos individuales en la cavidad. La integral de $\rho_M(\vec{r}-\vec{r}')/|\vec{r}-\vec{r}'|^3$ sobre la cavidad del volumen no necesita ser excluido específicamente, puesto que $\rho_M = -\nabla\cdot\vec{M} = 0$ en la muestra uniformemente magnetizada. De este modo,

$$\vec{H}_m = \vec{H} + \vec{H}_s + \vec{H}' \qquad (10.1)$$

donde $\vec{H}$ = Intensidad magnética macroscópica en la muestra
$\vec{H}_s$ = Contribución de la densidad superficial de polo $\sigma_M = M_n$ sobre la superficie de la cavidad
$\vec{H}'$ = Contribución de los distantes dipolos al interior de la cavidad.

Como se hizo en la sección 5-1, $\vec{H}_s = \frac{1}{3}\vec{M}$ (10.2)

Además, la contribución de los dipolos en la cavidad está dada por:

$$\vec{H}' = \frac{1}{4\pi}\sum_i \left[\frac{3(\vec{m}_i\cdot\vec{r}_i)\vec{r}_i}{r_i^5} - \frac{\vec{m}_i}{r_i^3}\right] \qquad (10.3)$$

donde $\vec{r}_i$ es la distancia desde el i-ésimo dipolo al centro de la cavidad, es de la misma forma como el del término dipolar eléctrico $\vec{E}'$ de la sección 5-1.

Sí, restringimos nuestro estudio a los materiales para los cuales (10-3) desparece, luego el campo molecular dado por 10-1 se reduce a:

$$\vec{H}_m = \vec{H} + \frac{1}{3}\vec{M} \qquad (10-4)$$

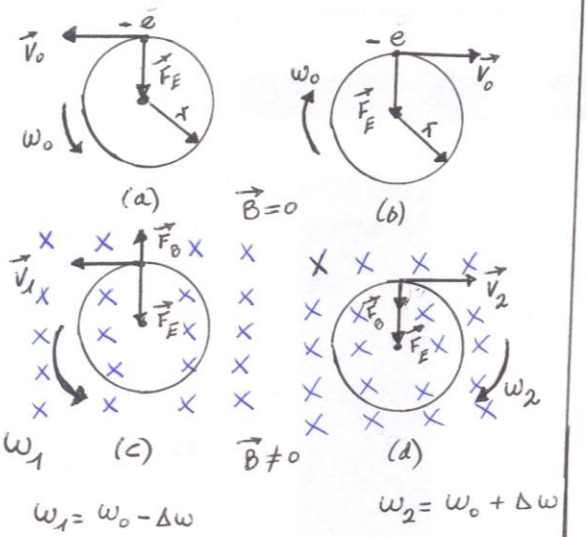
y $$\vec{B}_m = \mu_0 \vec{H}_m \qquad (10-5)$$

- Las ecuaciones (10-4) y (10-5) da el campo molecular en términos de la intensidad magnética macroscópica y la magnetización en la muestra.
Para muchos materiales diamagnéticos y paramagnéticos el término $\frac{1}{3}\vec{M} = \frac{1}{3}\chi_m \vec{H}$ es despreciable pero para materiales ferromagnéticos la corrección es importante.

10.2 ORIGEN DEL DIAMAGNETISMO

- En 1,846 Michael Faraday descubrió que una muestra de bismuto colocado cerca del polo de un imán poderoso es repelido. Llamó a tales sustancias diamagnéticas.
- El diamagnetismo, que existe en todas las sustancias, es de un efecto tan débil que su presencia no se hace notar en sustancias formadas por átomos que tienen un momento de dipolo magnético neto, esto es, en sustancias paramagnéticas o ferromagnéticas.

La Fig. 10-2a y b muestran un electrón que se mueve en un átomo diamagnético con una frecuencia angular ω_0 en una orbita supuesta circular de radio r. Cada electrón se mueve bajo la acción de una fuerza centripeta $\vec{F}_E$ de origen electrostático, y de acuerdo a la segunda ley de Newton tenemos:



$\omega_1 = \omega_0 - \Delta\omega$ $\qquad$ $\omega_2 = \omega_0 + \Delta\omega$

Fig 10.2 a) un electrón circulando en un átomo. b) Un electrón circulando en sentido contrario. c) Al introducirse un campo magnético, disminuye la velocidad lineal del electrón en (a), esto es, $v_1 < v_0$. (d) El campo magnético aumenta la velocidad lineal del electrón en (b), esto es, $v_2 > v_0$.

$$F_E = ma = m\omega_0^2 r \qquad (\alpha)$$

Si se aplica un campo magnético externo $\vec{B}$ como se muestra en la Fig. 10-2c y d sobre el electrón actúa una fuerza adicional dada por

$$\vec{F}_B = -e(\vec{v}\times\vec{B})$$

$$|\vec{F}_B| = evB = e(\omega r)B \qquad (\beta)$$

Aplicando la 2da ley de Newton para (c) y (d)

$$F_E \pm F_B = ma = m\omega^2 r \qquad (\gamma)$$

(α) y (β) en (γ) $\Rightarrow$

$$m\omega_0^2 r \pm e\omega r B = m\omega^2 r$$

$$\Rightarrow \omega^2 \mp \left(\frac{eB}{m}\right)\omega - \omega_0^2 = 0 \qquad (\varepsilon)$$

ecuación cuadrática para ω, la nueva velocidad angular.

Pero como $\omega \approx \omega_0$, aún para campos magnéticos externos intensos. Así pues $\boxed{\omega = \omega_0 + \Delta\omega}$ (δ)

siendo $\Delta\omega << \omega_0$. (δ) en (ε) $\Rightarrow$

$$[\omega_0^2 + 2\omega_0\Delta\omega + (\Delta\omega)^2] \pm [\beta\omega_0 + \beta\Delta\omega] - \omega_0^2 = 0 \Rightarrow$$

donde $\beta \equiv eB/m$ es la frecuencia de LARMOR

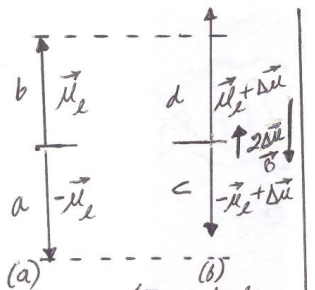
$$\Delta\omega \cong \mp\frac{1}{2}\beta = \mp\, eB/2m \qquad (10\text{-}8)$$

luego $\omega = \omega_0 \mp \frac{eB}{2m}$

Vemos, el efecto de aplicar un campo magnético es aumentar o disminuir (según la dirección de circulación) la velocidad angular y esto a su vez, aumenta o disminuye el momento magnético orbital del electrón circulante ($\vec{\mu}_e$).

En la Fig 10.2 c la velocidad angular se reduce, de tal manera que la magnitud del momento magnético se reduce. En cambio, en la Fig. 10.2 d, la velocidad angular aumenta de modo que aumenta la magnitud de $\vec{\mu}_e$.

Fig 10.3



Los momentos magnéticos de los dos electrones que circulan en sentido contrario en un átomo se anulan cuando no hay un campo magnético externo, como ocurre en (a), pero no se anulan cuando se aplica un campo, como ocurre en (b). Nótese que el momento resultante en (b) apunta en sentido opuesto a $\vec{B}$.

Vemos que si un campo magnético $\vec{B}$ se aplica a una sustancia diamagnética (de momento magnético neto cero si no se está aplicando un campo), se induce un momento magnético cuyo sentido es opuesto a $\vec{B}$. esto es precisamente la inversa del paramagnetismo, en cuyo caso los dipolo magnéticos (permanentes) tienden a apuntar en la misma dirección que el campo aplicado.

El cambio en la velocidad angular dado por (10-8) produce un cambio en el momento magnético dado por

$$\Delta\vec{m} = i A \hat{n} = \left(\frac{q}{t}\right) A \hat{n} = -e \frac{\omega}{2\pi} A \hat{n}$$

$$= -\frac{e\omega}{2\pi} A \hat{n} = -\frac{e}{2\pi} \pi R^2 \left(\frac{e}{2m_e} \vec{B}_m\right)$$

$$\boxed{\Delta\vec{m} = -\frac{e^2}{4m_e} R^2 \mu_0 \vec{H}_m} \qquad (10\text{-}11)$$

Para encontrar la magnetización ($\vec{M}$) debemos sumar sobre todos los electrones en una unidad. Para una sustancia conteniendo N moléculas por unidad de volumen, todas de la misma especie molecular,

$$\vec{M} = -\frac{N e^2 \mu_0}{4 m_e} \vec{H}_m \sum_i R_i^2 \qquad (10\text{-}12)$$

$\sum_i$ suma sobre todos los electrones de una molécula.

Para materiales diamagnéticos, $\vec{H}_m$ difiere muy poquito de $\vec{H}$, así la susceptibilidad diamagnética

$$M = \chi_m(H) H$$

$$\chi_m = -\frac{N e^2 \mu_0}{4 m_e} \sum_i R_i^2 \qquad (10\text{-}13a)$$

Este resultado fue obtenido sobre la hipótesis que todos los electrones circulan en planos perpendiculares al campo $\vec{H}_m$. Cuando la orbita está inclinada, la normal a la orbita hace un ángulo θ_i con el campo, solamente la componente de $\vec{H}_m$ a lo largo de esta normal ($H_m \cos\theta_i$) es efectiva en alterar la velocidad angular del electron. Además, la componente de $\Delta\vec{m}$ paralelo al campo es pequeña por el factor $\cos\theta_i$. Por lo tanto una mejor aproximación a la susceptibilidad es:

$$\chi_m = -\frac{N e^2 \mu_0}{4 m_e} \sum_i R_i^2 \cos^2\theta_i \qquad (10\text{-}13b)$$

- El diamagnetismo esta presente en todos los tipos de materiales, pero su efecto es frecuentemente cubierto por fuertes comportamiento paramagnético o ferromagnético que pueden ocurrir en el material simultaneamente.
- El diamagnetismo es particularmente prominente en materiales que consisten enteramente de átomos o iones con capas electrónicas llenas, pues en estos casos todas las contribuciones paramagnéticas se cancelan.