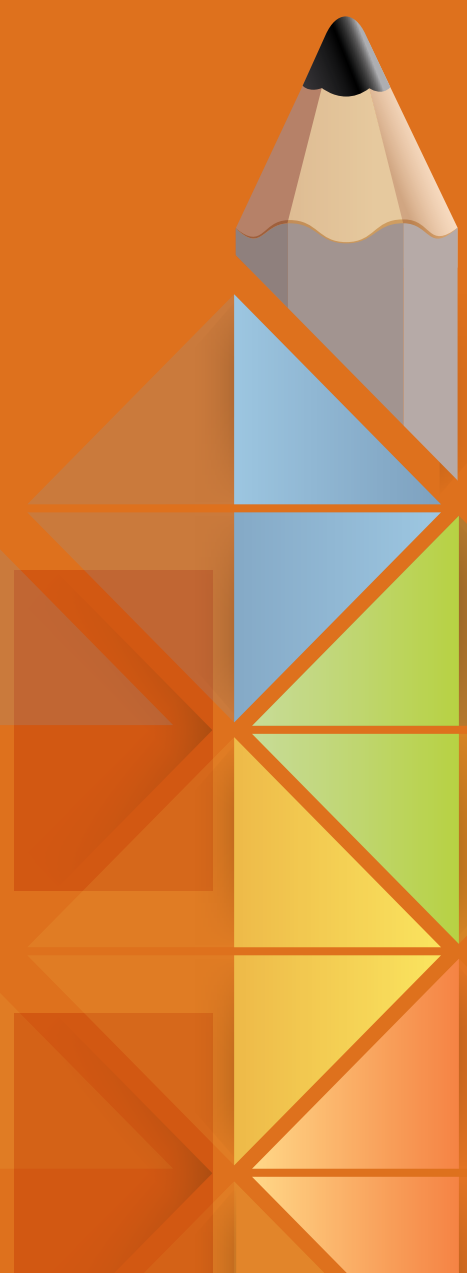
MATEMÁTICA

ATIVIDADES EXPERIMENTAIS E INVESTIGATIVAS

ESCOLA DE TEMPO INTEGRAL

CADERNO DO PROFESSOR



ENSINO FUNDAMENTAL ANOS FINAIS

Distribuição gratuita, venda proibida

GOVERNO DO ESTADO DE SÃO PAULO
SECRETARIA DA EDUCAÇÃO

MATERIAL DE APOIO
AO PROGRAMA ENSINO INTEGRAL
DO ESTADO DE SÃO PAULO

MATEMÁTICA

ATIVIDADES EXPERIMENTAIS E INVESTIGATIVAS

ENSINO FUNDAMENTAL – ANOS FINAIS
CADERNO DO PROFESSOR

Primeira edição

2014

São Paulo

Governo do Estado de São Paulo

Governador

Geraldo Alckmin

Vice-Governador

Guilherme Afif Domingos

Secretário da Educação

Herman Jacobus Cornelis Voorwald

Secretária-Adjunta

Cleide Bauab Eid Bochixio

Chefe de Gabinete

Fernando Padula Novaes

Subsecretária de Articulação Regional

Raquel Volpato Serbi Serbino

Coordenadora da Escola de Formação e Aperfeiçoamento dos Professores – EFAP

Silvia Andrade da Cunha Galletta

Coordenadora de Gestão da Educação Básica

Maria Elizabete da Costa

Coordenadora de Gestão de Recursos Humanos

Cleide Bauab Eid Bochixio

Coordenadora de Informação, Monitoramento e Avaliação Educacional

Ione Cristina Ribeiro de Assunção

Coordenadora de Infraestrutura e Serviços Escolares

Dione Whitehurst Di Pietro

Coordenadora de Orçamento e Finanças

Claudia Chiaroni Afuso

Presidente da Fundação para o Desenvolvimento da Educação – FDE

Barjas Negri

Prezado(a) professor(a),

Em dezembro de 2011, a Secretaria da Educação do Estado de São Paulo instituiu o Programa Educação – Compromisso de São Paulo, que tem como um de seus pilares expandir e aperfeiçoar a política de Educação Integral, como estratégia para a melhoria da qualidade do ensino e, portanto, para o avanço na aprendizagem dos alunos.

Nesse contexto, foi criado, em 2012, o Programa Ensino Integral, com o objetivo de assegurar a formação de jovens autônomos, solidários e competentes por meio de um novo modelo de escola. Esse novo modelo, entre outras características, prevê jornada integral aos alunos, currículo integrado, matriz curricular diversificada, Regime de Dedicação Plena e Integral dos educadores e infraestrutura que atenda às necessidades pedagógicas do Programa Ensino Integral. Essa estrutura visa proporcionar aos alunos as condições necessárias para que planejem e desenvolvam o seu Projeto de Vida e se tornem protagonistas de sua formação. O Programa, inicialmente direcionado a escolas de Ensino Médio, teve sua primeira expansão em 2013, quando passou a atender também os anos finais do Ensino Fundamental. O Programa deverá continuar sua expansão nos segmentos que já atende e ampliar sua atuação na Educação Básica, compreendendo também escolas dos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Esta série de cadernos contempla um conjunto de publicações que se destina à formação continuada dos profissionais que atuam no Programa Ensino Integral e também ao apoio dos adolescentes e jovens em busca de uma aprendizagem bem-sucedida. Os cadernos ora apresentados têm um duplo objetivo: por um lado, oferecer subsídios para otimizar o uso dos laboratórios, com base nas diretrizes que fundamentam este Programa; por outro, destacar estratégias metodológicas que, em todos os componentes curriculares, concorrem para que os estudantes possam ampliar suas competências na área de investigação e compreensão – para observar, descrever, analisar criticamente os diferentes fenômenos de cada área, levantar hipóteses que os expliquem e propor iniciativas para mudar a realidade observada. A série é composta pelas seguintes publicações:

- Biologia: atividades experimentais e investigativas
- Ciências Físicas e Biológicas: atividades experimentais e investigativas
- Física: atividades experimentais e investigativas
- Manejo e gestão de laboratório: guia de laboratório e de descarte
- Matemática – Ensino Fundamental – Anos Finais: atividades experimentais e investigativas
- Matemática – Ensino Médio: atividades experimentais e investigativas
- Química: atividades experimentais e investigativas
- Pré-iniciação Científica: desenvolvimento de projeto de pesquisa
- Robótica – Ensino Fundamental – Anos Finais
- Robótica – Ensino Médio

Pretende-se, dessa maneira, contribuir para que as escolas desenvolvam atividades experimentais e investigativas nos laboratórios, nos segmentos a seguir:

- Ensino Fundamental – Anos Finais: nas aulas de Ciências Físicas e Biológicas e de Matemática; nas aulas de Práticas Experimentais; e nas aulas de disciplinas eletivas, dependendo da especificidade dos temas e conteúdos selecionados.

- Ensino Médio: nas aulas de Biologia, Física e Química, da 1ª a 3ª séries; nas aulas de Prática de Ciências, na 1ª e 2ª séries; nas aulas de disciplinas eletivas, da 1ª a 3ª séries, dependendo da especificidade dos temas e conteúdos selecionados; e em atividades para o desenvolvimento de Projetos de Pré-iniciação Científica dos alunos.

Bom trabalho!

Equipe do Programa Ensino Integral

SUMÁRIO

Orientações sobre os conteúdos do Caderno 6

Atividade 1: Investigação de regularidades no jogo torre de Hanói 8
Tema: Números e operações 8
Habilidades 8
Problema a ser investigado 8
Orientações para o desenvolvimento da investigação 9

Atividade 2: Cálculo de perímetros e áreas de ambientes da escola 13
Tema: Geometria e medidas 13
Habilidades 14
Problema a ser investigado 14
Orientações para o desenvolvimento da investigação 15

Atividade 3: Representações gráficas de superfícies – plantas 21
Tema: Geometria e medidas 21
Habilidades 22
Problema a ser investigado 22
Orientações para o desenvolvimento da investigação 22

Atividade 4: Ampliando as áreas verdes dentro e fora da escola 26
Tema: Tratamento da informação, geometria e medidas 26
Habilidades 26
Etapas de desenvolvimento 26
Para saber mais 29

Atividade 5: Representação de regularidades da multiplicação – produtos notáveis 29
Tema: Álgebra 29
Habilidades 30
Problema a ser investigado 30
Orientações para o desenvolvimento da investigação 31

Atividade 6: Resolução de problemas que envolvam cálculos de volume e capacidade de cubos e paralelepípedos 34
Tema: Geometria e medidas 34

Habilidades 35
Problema a ser investigado 35
Orientações para o desenvolvimento da investigação 35

Atividade 7: Resolução de problemas que envolvam a determinação das fórmulas do perímetro e da área do círculo 37
Tema: Geometria e medidas 37
Habilidades 38
Problema a ser investigado 38
Orientações para o desenvolvimento da investigação 38
Para saber mais 40

Atividade 8: Verificações experimentais do Teorema de Pitágoras 40
Tema: Geometria e medidas 40
Habilidades 41
Problema a ser investigado 41
Para saber mais 42

Atividade 9: Verificações experimentais das relações métricas dos triângulos retângulos para resolver problemas 43
Tema: Geometria e medidas 43
Habilidades 43
Orientações para o desenvolvimento da investigação 43

ORIENTAÇÕES SOBRE OS CONTEÚDOS DO CADERNO

Prezado(a) professor(a),

Com o propósito de ajudá-lo a organizar e orientar ações a ser desenvolvidas no laboratório de Matemática, ou mesmo em sala de aula, este Caderno apresenta um conjunto de situações voltadas para a realização do trabalho investigativo, com possibilidades de avaliação dos estudantes.

As atividades aqui apresentadas partem do pressuposto de que a compreensão e a construção de conceitos podem ser favorecidas por meio das reflexões que os estudantes fazem sobre experiências com objetos concretos e também sobre os resultados de investigações a respeito de uma questão. A proposta de situações desafiadoras que os levem a assumir uma postura semelhante à de um matemático, levantando conjecturas, é um caminho potencialmente rico para a aprendizagem de conceitos, procedimentos e, sobretudo, atitudes.

Em tarefas investigativas que envolvem noções e conceitos matemáticos, utiliza-se a palavra *conjectura* e não a palavra *hipótese*, ao contrário das Ciências da Natureza. Em Matemática, hipótese não é algo a ser provado ou refutado, e sim um resultado – verdadeiro – que permite *provar* ou *demonstrar* uma tese. Se provada, a tese poderá ser utilizada como hipótese para provar outra tese.

Motivar os estudantes a agir como matemáticos não implica obrigatoriamente trabalhar com problemas muito difíceis. Vários pesquisadores em Educação Matemática destacam que, na verdade, investigar significa trabalhar com questões que nos interpelam e, por isso, essa prática pedagógica constitui uma poderosa forma de construir conhecimento. Assim, é em torno de um ou mais problemas que uma investigação matemática se desenvolve; porém, as descobertas que ocorrem durante a busca da solução a uma questão proposta podem ser tão ou mais importantes que a própria solução.

Uma investigação matemática se caracteriza por apresentar uma situação-problema desafiadora, possibilitando aos estudantes mobilizarem sua intuição e seus conhecimentos prévios em alternativas diversas de exploração.

Para dirigir esse processo, você, professor, precisa planejar e organizar as situações investigativas junto com seus estudantes, levando em conta que essas práticas pedagógicas são mais efetivas quando se consideram os seguintes aspectos:

- as experiências culturais e familiares que os estudantes trazem para a escola devem ser levadas em conta, pois, no processo de construção do conhecimento, elas serão progressivamente transformadas ou até substituídas;
- a resistência para substituir alguns conceitos só é superada se o conceito matemático fizer sentido e for útil para os estudantes;



- a discussão de contraexemplos é benéfica, pois, uma vez que gera dúvidas e explicita contradições, os estudantes são obrigados a rever criticamente suas próprias concepções;
- é importante estimular os estudantes a considerar soluções alternativas para um mesmo problema;
- o diálogo com os estudantes possibilita conhecer seus modos de pensar e diagnosticar seu desenvolvimento nos vários momentos de aprendizagem, assim como a observação dos diálogos travados com os demais colegas de sala de aula;
- é fundamental que os estudantes possam explicar suas ideias, retomar seu processo de trabalho e analisar seu próprio desenvolvimento.

Os aspectos apresentados anteriormente, aliados às habilidades que se pretende desenvolver nos estudantes quando realizam as investigações aqui sugeridas, fornecem a pauta de observação para a avaliação das propostas e dos estudantes nas atividades de laboratório.

Bom trabalho!



ATIVIDADE 1: INVESTIGAÇÃO DE REGULARIDADES NO JOGO TORRE DE HANÓI

Tema: Números e operações

A torre de Hanói é um dos mais populares quebra-cabeças na Matemática. Foi inventado em 1883, pelo matemático francês Édouard Lucas (1842-1891), e, desde então, é vendido como brinquedo. Ele é usado também para avaliar a capacidade de planejamento e de solucionar problemas.

No laboratório de Matemática, a exploração do quebra-cabeça poderá ser feita tanto por estudantes do Ensino Fundamental como do Ensino Médio. As sugestões de atividades apresentadas aqui são voltadas para o 6º e o 8º anos do Ensino Fundamental.

Habilidades

Compreender as regras de transferência dos discos de um pino para o outro; realizar a contagem dos movimentos feitos com as peças; ultrapassar o uso da tentativa e erro e atingir a reflexão sobre estratégias para a obtenção do número mínimo de movimentos; visualizar os movimentos antes de realizá-los; identificar a regularidade nos movimentos realizados com os discos; relacionar a regularidade observada nos movimentos com os números obtidos; representar algebricamente a relação observada.

Número de aulas

1 aula (1ª Etapa), 2 aulas (2ª Etapa), 2 aulas (3ª Etapa para o 6º ano) e 4 aulas (3ª Etapa para o 8º ano).

PROBLEMA A SER INVESTIGADO

Para o 6º ano do Ensino Fundamental, duas questões podem orientar as atividades de investigação com base neste material:

1. Qual é o número mínimo de movimentos para a transferência de três discos de um pino para o outro?
2. Qual é o número mínimo de movimentos para a transferência de quatro discos de um pino para o outro?

Para o 8º ano do Ensino Fundamental, mantêm-se as questões anteriores e acrescentam-se as seguintes:

3. Qual é o número mínimo de movimentos para a transferência de cinco discos de um pino para o outro? E para seis discos?
4. Há uma regularidade na obtenção do número mínimo de movimentos que pode ser observada nas atividades anteriores. Represente essa regularidade para os números obtidos em cada caso.

ORIENTAÇÕES PARA O DESENVOLVIMENTO DA INVESTIGAÇÃO

1ª Etapa

1. Apresente o material e as regras do quebra-cabeça aos estudantes.
2. Inicialmente, os discos formam uma torre. Os discos, em número determinado, devem ser encaixados nos pinos em ordem decrescente de diâmetro.
3. Toda a torre deve ser transferida para um dos outros pinos com base em duas regras:

   - somente um disco pode ser posto de cada vez;
   - um disco maior nunca pode ser posto sobre um disco menor.

4. Divida a turma em grupos de quatro estudantes. Enquanto você fornece um quebra-cabeça a cada grupo, explique que devem montar uma torre com três discos em um dos pinos. Cada grupo vai se organizar de modo a jogar em duplas; assim, cada dupla, na sua vez, deve transferir a torre de um pino para o outro, sempre seguindo as regras citadas anteriormente: um pino de cada vez e um disco maior nunca pode ser posto sobre um menor.
5. Cada movimento feito com um disco deve ser contado para, ao final, cada dupla comparar o número de movimentos feitos para a transferência total dos discos de um pino para o outro. Ganha a dupla que tiver feito o menor número de movimentos.

Observe como deve ficar a torre no início do jogo e como deve acontecer a contagem de cada movimento:



© Daniel Beneventi

Início | Movimento 1 | Movimento 2

6. Após as duplas terem terminado essa primeira etapa, faça um levantamento entre os estudantes para obter a dupla vencedora da turma, isto é, aquela que fez o menor número de movimentos na transferência proposta.
7. A seguir, pergunte aos estudantes se o número de movimentos feito pela dupla vencedora seria de fato o menor possível.

2ª Etapa

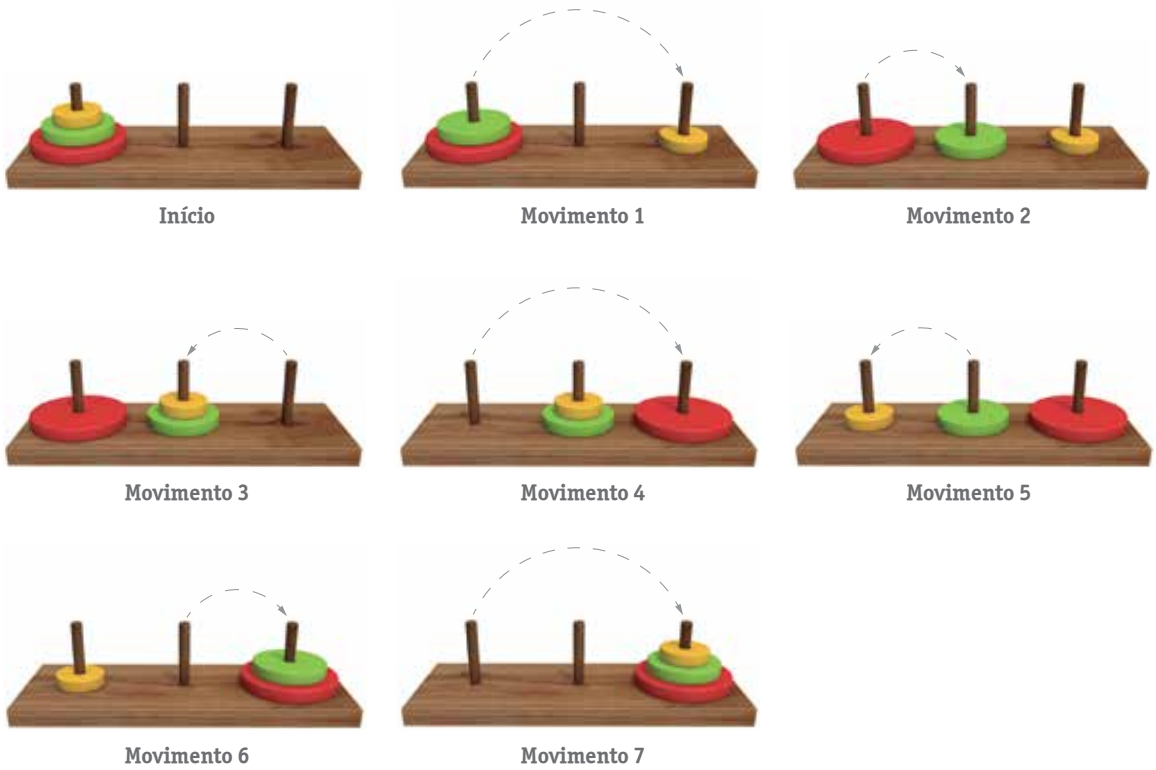
Apresente aos estudantes um novo problema de investigação com a pergunta: *Qual é o número mínimo de movimentos para a transferência de três discos de um pino para o outro?*

Para que eles respondam a essa pergunta, proponha que se mantenham os mesmos grupos e que analisem se há possibilidade de reduzir o número de movimentos feitos pela dupla vencedora.

Verifique se todos os quartetos já conseguem fazer a transferência dos três discos com o número de movimentos obtido pela dupla vencedora, de modo que todos possam partir da análise desses movimentos na tentativa de reduzi-los.

A sequência de movimentos para o número mínimo, neste caso, é a seguinte:

© Daniel Beneventi



Início | Movimento 1 | Movimento 2

Movimento 3 | Movimento 4 | Movimento 5

Movimento 6 | Movimento 7

Após terem chegado às suas conclusões, solicite que apresentem o raciocínio utilizado na obtenção do resultado. Se ninguém chegar à conclusão de que o número mínimo de movimentos é sete, você pode realizá-los com a turma.

Ao final, peça que cada um faça um esquema (desenho) indicativo de cada um dos sete movimentos feitos.

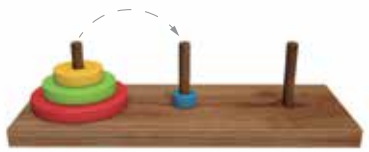
3ª Etapa

Apresente aos estudantes mais um problema de investigação com a pergunta: *Qual é o número mínimo de movimentos para a transferência de quatro discos de um pino para o outro?*

Oriente-os para que observem se os movimentos para transferência dos três primeiros pinos devem se manter.



Início



Movimento 1



Movimento 2

© Daniel Beneventi



Movimento 3



Movimento 4



Movimento 5



Movimento 6



Movimento 7

Até aqui, repetiu-se o deslocamento de três discos. Agora basta passar o disco maior para o pino vazio e, em seguida, repassar os três discos menores sobre o disco maior. Neste repasse, ocorrem novamente sete movimentos, uma vez que se trata de transferir, de novo, três discos de um pino para outro.

© Daniel Beneventi



Movimento 8



Movimento 9



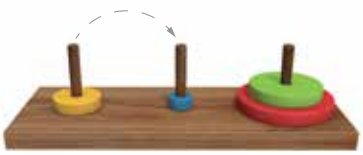
Movimento 10



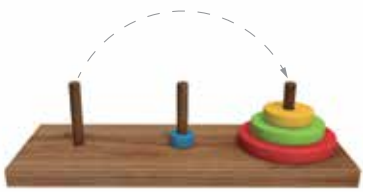
Movimento 11



Movimento 12



Movimento 13



Movimento 14



Movimento 15

Verifique se os estudantes concordam com a seguinte afirmação: *Para transferir quatro discos de um pino para o outro, o número de movimentos é igual a duas vezes o número de movimentos de três pinos mais um.*

Os estudantes do 8º ano também deverão passar pelas etapas apresentadas até o momento e, para eles, a afirmação anterior deve ser substituída pelas propostas a seguir:

- Responda com base no que descobriu sobre como ocorre a transferência de discos de um pino para o outro: qual é o número mínimo de movimentos para a transferência de cinco discos de um pino para o outro? E para seis discos?

Ao orientar os estudantes para esta investigação, sugira que eles façam no caderno um esquema da transferência de quatro discos, indicando os momentos do trabalho com três discos. Por meio desse esquema, solicite que levantem suas conjecturas sobre a possibilidade de usar essa informação para calcular o número de movimentos tanto para cinco discos como para seis discos.

Quando os grupos já tiverem chegado a suas conjecturas, inicie uma discussão de modo que cada grupo possa expressar o que pensou.

Com base nessa discussão, faça a seguinte proposta:

- Há uma regularidade na obtenção do número mínimo de movimentos que pode ser observada nas atividades anteriores. Represente algebricamente essa regularidade e teste essa representação para 1, 2, 3, 4, 5 e 6 discos.

Acompanhe as discussões dos grupos sobre a regularidade observada, estimulando os estudantes a descreverem-na oralmente para, em seguida, passarem à representação algébrica.

Se não perceberem a regularidade, verifique se concordam com a seguinte afirmação: *Para transferir quatro discos de um pino para o outro, o número de movimentos é igual a duas vezes o número de movimentos de três pinos mais um*. Se concordarem com essa afirmação, peça que a representem algebricamente.

Espera-se que os estudantes percebam que, para resolver o problema com quatro discos, transferem-se os 4 – 1 = 3 discos de cima para um pino vazio, depois passa-se o disco maior para o outro pino vazio e, por fim, colocam-se os três discos sobre o disco maior.

Para resolver o problema com cinco discos, transferem-se os 5 – 1 = 4 discos de cima para um pino vazio, e assim por diante, o que nos permite escrever:

$T_4 = 2T_3 + 1$

$T_5 = 2T_4 + 1$

$T_6 = 2T_5 + 1$

ATIVIDADE 2: CÁLCULO DE PERÍMETROS E ÁREAS DE AMBIENTES DA ESCOLA

Tema: Geometria e medidas

A perspectiva experimental para a obtenção de perímetros e áreas coloca em evidência a construção de conhecimento apoiada no significado matemático. No entanto, é importante ressaltar que muitas pesquisas em Educação Matemática têm discutido a confusão que os estudantes fazem entre os conceitos de perímetro e área, causada pela não diferenciação entre os aspectos geométricos e os das grandezas de comprimento e de superfície; ou seja, os estudantes confundem a figura com suas medidas.

Há pesquisas em Educação Matemática que apontam que, do ponto de vista da aprendizagem, é preciso desenvolver a noção de decomposição e recomposição de figuras geométricas para que os estudantes percebam que ocorre equivalência entre as áreas resultantes das reconfigurações, enquanto há mudança com relação ao perímetro. Do mesmo modo, é necessário lidar com a possibilidade de manter o perímetro enquanto a área muda.

Habilidades

Ampliar a capacidade de leitura de representações matemáticas com base no contexto em que são usadas; estabelecer conexões entre formas de representação mais intuitivas e outras mais abstratas; empregar as noções de proporcionalidade no uso de escalas; desenvolver estratégias de visualização e leitura de imagens.

Número de aulas

2 aulas (1ª Investigação), 3 aulas (2ª Investigação) e 3 aulas (3ª Investigação).

PROBLEMA A SER INVESTIGADO

As propostas a seguir têm como objetivo consolidar e ampliar o trabalho com áreas e perímetros no 6º ano do Ensino Fundamental, levando os estudantes a perceber que ora estarão tratando tais conceitos do ponto de vista geométrico, ora na perspectiva de grandezas e medidas.

Material necessário: instrumentos de medida (régua, metro, trena); folhas de papel quadriculado; reprodução de folhas dos Anexos.

1ª Investigação

a) Dentre as figuras dadas, quais podem ser transformadas em um quadrado, mantendo todas as suas partes?
b) Acrescentando retângulos ou triângulos às figuras, é possível transformá-las em um retângulo? Qual é o menor retângulo possível em cada caso?

2ª Investigação

A medida do contorno de uma figura é igual à medida de sua superfície?

3ª Investigação

a) É possível demarcar, na escola, um terreno com 72 m^2 de área? Quais seriam as medidas dos lados e sua forma?
b) É possível demarcar, na escola, um terreno com 120 m de perímetro? Que forma ele teria?

ORIENTAÇÕES PARA O DESENVOLVIMENTO DA INVESTIGAÇÃO

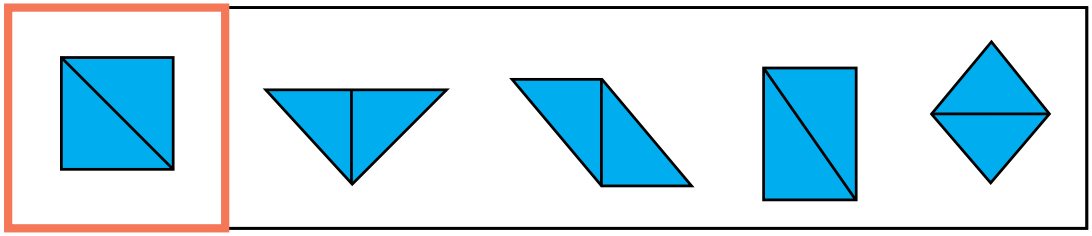
1ª Investigação

Parte I – Para a realização dessa investigação, cada grupo de quatro estudantes precisa ter uma cópia do Anexo 1.

ANEXO 1

Dentre as figuras dadas, quais podem ser transformadas em um quadrado, mantendo todas as suas partes?

1. Assinalem as figuras que podem ser transformadas no quadrado em destaque.

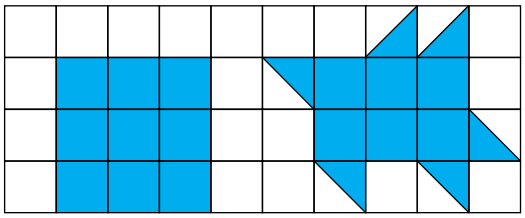


a) Vocês consideram que as figuras que podem ser transformadas no quadrado têm a mesma superfície que ele? Expliquem como chegaram a essa conclusão.

Qual é a medida da superfície de uma figura?

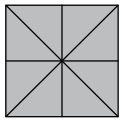
b) Sabendo que a área do quadrado é 1 cm², qual deve ser a área das figuras que podem ser transformadas no quadrado?

2. Verifiquem se a figura da direita pode ser transformada no quadrado da esquerda.

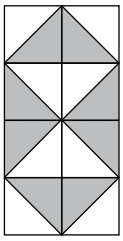


Dado que cada quadradinho da malha tem área de 1 cm², qual é a área de cada figura?

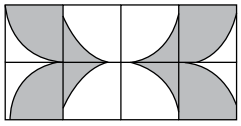
3. Mostrem que as partes pintadas das figuras II, III, IV e V têm a mesma área da figura I.



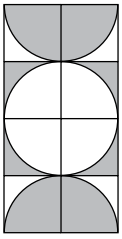
I.



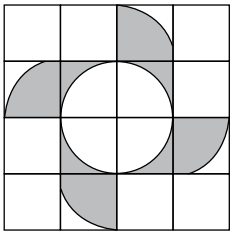
II.



III.

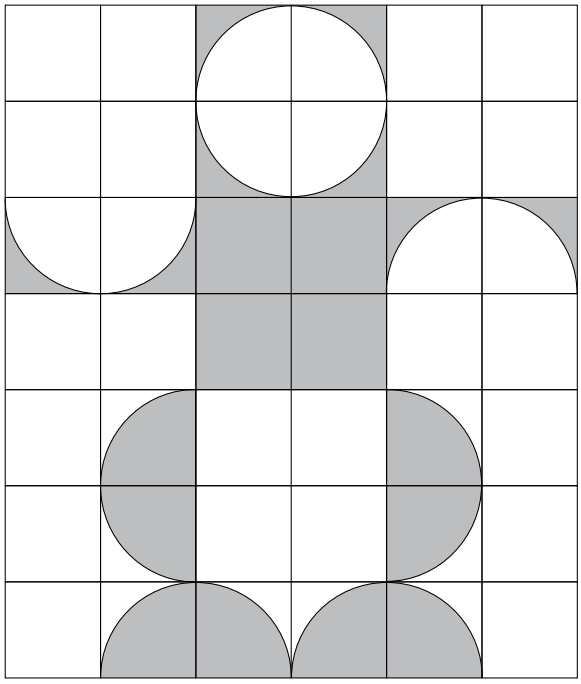


IV.



V.

4. Obtenham a área da parte pintada da figura a seguir, considerando a área de cada quadradinho como uma unidade de medida de área.



Oriente os estudantes a responder às propostas, imaginando que poderiam recortar as figuras e remontá-las. Se necessário, podem fazer indicações com flechas apontando onde cada parte se encaixaria e sombreando o local do encaixe.

Observe que, na Questão 1, apenas as duas primeiras figuras devem ser assinaladas e, portanto, elas terão a mesma área do quadrado.

Na Questão 2, a proposta é semelhante e espera-se que os estudantes reconheçam a possibilidade de formar o quadradinho com dois triângulos e, assim, obter o quadrado inicial e determinar a área de 9 cm^2.

Na Questão 3, a situação exige a visualização de figuras curvas, porém mantém a possibilidade de composição do quadrado.

A Questão 4 se caracteriza como avaliação do conhecimento adquirido até o momento, uma vez que os estudantes aplicam o que descobriram nas atividades anteriores.

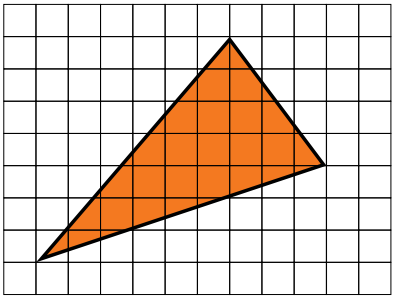
Parte II – Entregue a cada grupo de quatro estudantes uma cópia do Anexo 2.

ANEXO 2

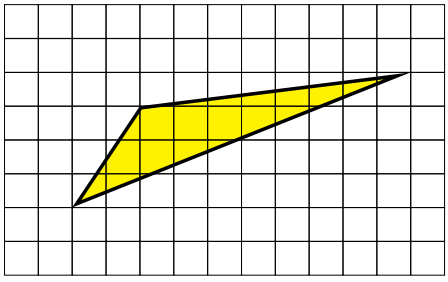
Acrescentando retângulos ou triângulos às figuras, é possível obter um retângulo que envolva as figuras dadas?

1. Desenhem o menor retângulo possível em cada caso.

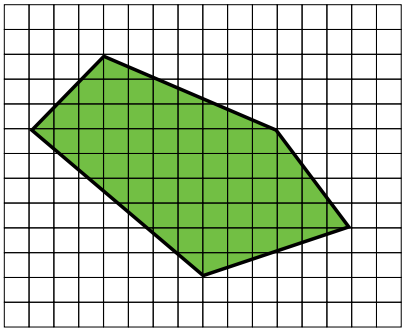
I.



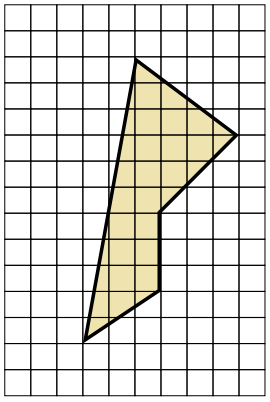
II.



III.



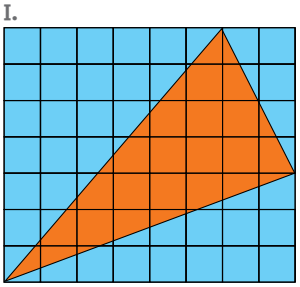
IV.



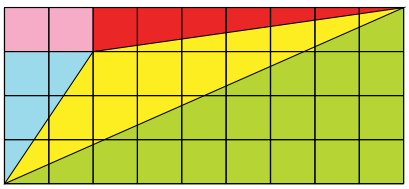
2. Descubram a área de cada uma das figuras anteriores, usando os retângulos e triângulos desenhados nelas. Considerem cada quadradinho como uma unidade de área.

Na Questão 1, os estudantes podem formar o retângulo pedido de diferentes modos. Apresentam-se algumas possibilidades a seguir:

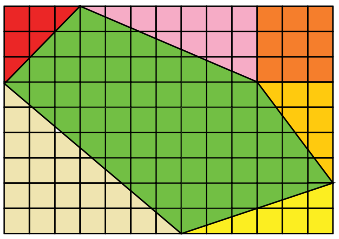
I.



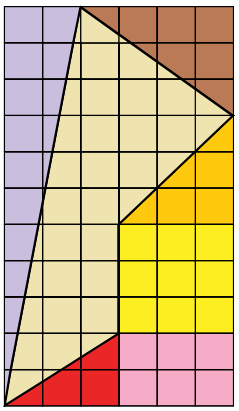
II.



III.



IV.



As divisões apresentadas devem possibilitar a obtenção da área da figura (Questão 2) por meio do cálculo da área do retângulo formado em torno da figura, subtraindo a soma das áreas dos triângulos e retângulos obtidos ao redor da figura original.

Espera-se que os estudantes percebam que, para alguns triângulos, não é possível apenas contar os quadradinhos, pois o corte feito pelos lados desses triângulos não permite essa contagem. Discuta com a turma a possibilidade de obter a área de um triângulo por meio de um retângulo.

No momento em que os grupos forem apresentar suas soluções, observe se fizeram uso de triângulos retângulos para completar as figuras, pois o cálculo de suas áreas é mais simples.

2ª Investigação

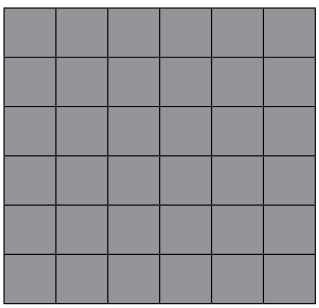
Proponha aos estudantes que desenhem uma figura em um papel quadriculado, de modo que seus lados estejam todos sobre as linhas do quadriculado. Após terem feito a figura, solicite que respondam

à seguinte pergunta com base nas figuras que desenharam: *A medida do contorno de uma figura é igual à medida de sua superfície?*

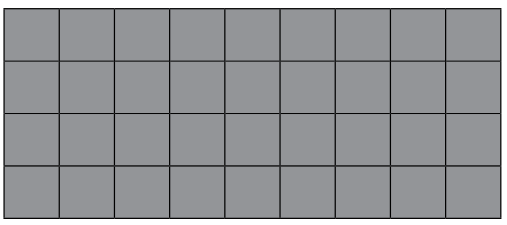
Verifique se conhecem o termo "perímetro", usado em Matemática para a medida do contorno de uma figura, e se associam o termo "área" à medida da superfície.

Em seguida, proponha que desenhem no papel quadriculado retângulos com 36 quadradinhos de área, de acordo com os perímetros a seguir, admitindo o lado do quadradinho como a unidade de medida. Observe o que se espera que desenhem em cada caso.

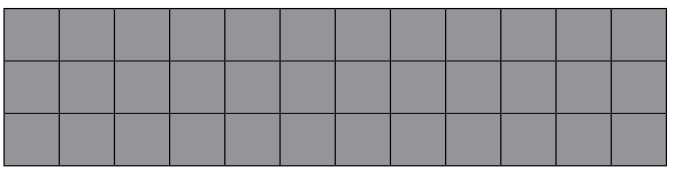
a) 24 lados de quadradinho.



b) 26 lados de quadradinho.



c) 30 lados de quadradinho.



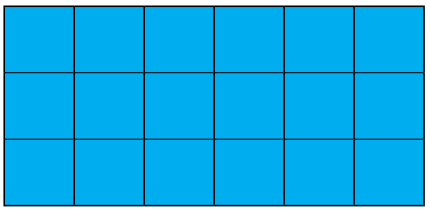
d) 40 lados de quadradinho.



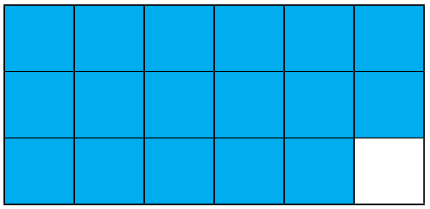
e) 74 lados de quadradinho.



A seguir, proponha que desenhem um retângulo com 18 quadradinhos de área e 18 lados de quadradinho de perímetro. Observe o retângulo esperado a seguir:



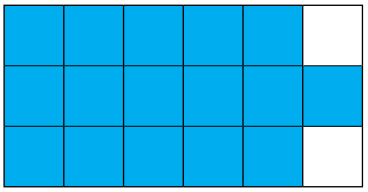
Agora, proponha que reduzam a área para 17 quadradinhos sem modificar o perímetro. Basta eliminar um quadradinho de uma das bordas:



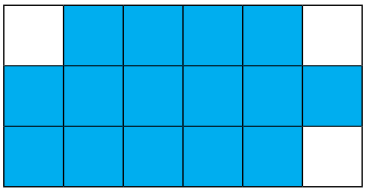
Solicite que continuem reduzindo a área de um em um quadradinho sem reduzir o perímetro. Quantas vezes é possível repetir esse processo?

Veja uma sequência possível de retirada de quadradinhos sem alterar o perímetro:

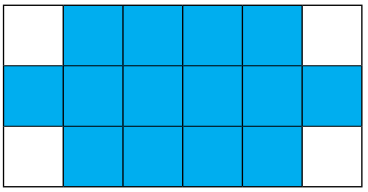
I.



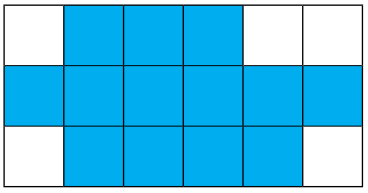
II.



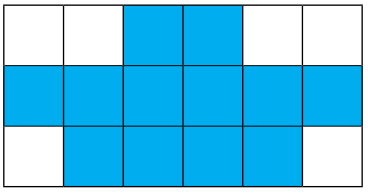
III.



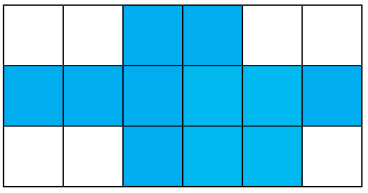
IV.



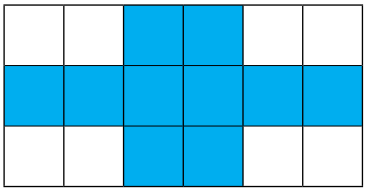
V.



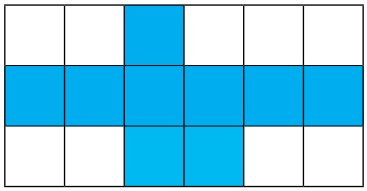
VI.



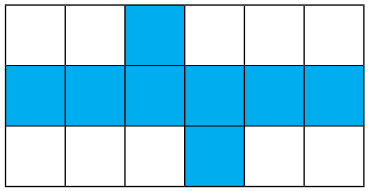
VII.



VIII.



IX.



3ª Investigação

Para a demarcação, na escola, de um terreno com 72 m² de área, os estudantes precisam de trena para efetuar as medidas. Porém, antes de ir a campo, sugira que, em grupos de quatro, façam um estudo preliminar sobre as possibilidades de obter essa área e imaginem o local ideal para demarcá-la. Antes, no entanto, é importante que eles respondam à pergunta: *Quais seriam as medidas dos lados e sua forma?* A ida a campo tem como objetivo confirmar ou não as previsões.

É preciso que adotem os mesmos procedimentos para responder à seguinte questão: *É possível demarcar na escola um terreno com 120 m de perímetro? Que forma ele teria?*

ATIVIDADE 3: REPRESENTAÇÕES GRÁFICAS DE SUPERFÍCIES – PLANTAS

Tema: Geometria e medidas

Este assunto permite um diálogo entre os componentes curriculares Matemática e Geografia, principalmente se for considerado que o espaço geográfico é representado por meio de configurações geométricas.

As figuras geométricas, criadas a partir das observações dos elementos da natureza, constituem representações gráficas nas quais a forma se destina a expressar as características de tais elementos. Assim, é importante levar os estudantes a relacionar a representação visual das formas às figuras geométricas, a fim de que percebam que a observação da realidade não é somente a identificação desses elementos, e sim um conjunto de procedimentos que envolvem a geração de dados, a classificação e a comparação. Assim, quando esses objetos são projetados sobre o plano gráfico (desenho ilustrativo, croquis, mapas, plantas e outros), é necessário expressar suas dimensões e empregar uma escala gráfica que promova a compreensão de aspectos referentes à proporção existente entre dois ou mais elementos visualizados.

Habilidades

Ampliar a capacidade de leitura de representações matemáticas com base no contexto em que são usadas; estabelecer conexões entre formas de representação mais intuitivas e outras mais abstratas;

empregar as noções de proporcionalidade no uso de escalas; desenvolver estratégias de visualização e leitura de imagens.

Número de aulas

3 aulas (1ª Investigação, Parte 1), 4 aulas (1ª Investigação, Parte 2) e 2 aulas (2ª Investigação).

PROBLEMA A SER INVESTIGADO

As investigações propostas dão respaldo ao trabalho sobre razão e proporção, conteúdo presente na Situação de Aprendizagem 2 do Caderno do Aluno do 7º ano, Volume 2 de apoio ao Currículo do Estado de São Paulo (São Paulo faz escola). Além disso, as investigações possibilitam o desenvolvimento da visualização, preparando os estudantes para o trabalho com poliedros, assunto que é iniciado neste momento e se estende até o Ensino Médio.

1ª Investigação

a) O que uma imagem representa?
b) Imaginando estar em um helicóptero.

2ª Investigação

a) Identificando a escola e seu entorno no *Google Earth* e no *Google Maps*.
b) Calculando distâncias no mapa.

ORIENTAÇÕES PARA O DESENVOLVIMENTO DA INVESTIGAÇÃO

1ª Investigação

O que uma imagem representa?

Pergunte aos estudantes se já tiveram contato com imagens que mostram objetos ou lugares vistos de cima.

Apresente algumas imagens de objetos vistos de cima (vista superior) para que eles tentem identificar os objetos retratados. Por exemplo: cubas de pia de cozinha, um balde com apoio para pano, um conjunto de canecas, um micro-ônibus e uma mesa circundada por cadeiras.



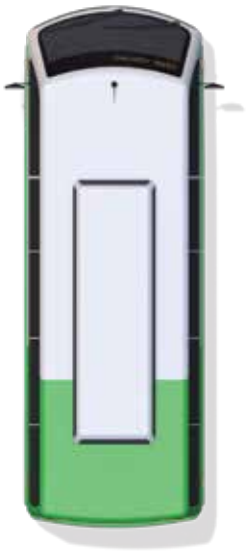
© Suljo/iStock/Thinkstock/Getty Images



© Daniel Beneventi



© grafvision/iStock/Thinkstock/
Getty Images



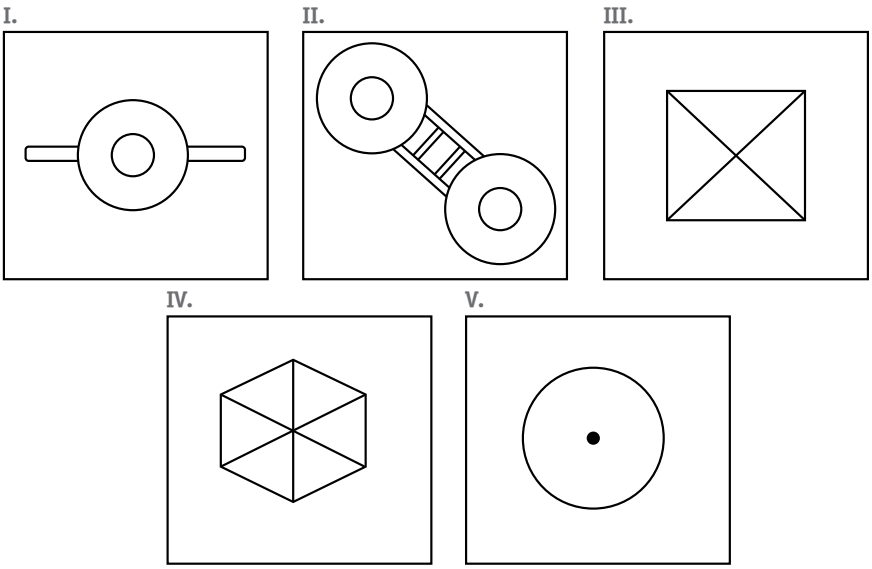
© Daniel Beneventi



© cherezoff/iStock/Thinkstock/Getty Images

Solicite aos estudantes que tirem fotos da vista superior de objetos e proponham uns aos outros a identificação dos objetos fotografados. Oriente-os a focar exatamente na posição vertical sobre o objeto. Apresente também um conjunto de sólidos geométricos para que eles os observem sob esse ponto de vista e também os fotografem.

Após realizarem algumas discussões sobre esse modo de observar um objeto, apresente as imagens a seguir. Estimule-os a dar sua opinião sobre o que acham que elas representam.



As duas primeiras podem ser usadas a título de brincadeira, pois podem ser lidas, por exemplo, como um mexicano andando de bicicleta e dois mexicanos carregando uma escada. Como o assunto tratado é a vista superior de objetos tridimensionais, as três imagens seguintes podem ser vistas como uma pirâmide de base quadrada, uma pirâmide de base pentagonal e um cone. podem ser vistas como uma pirâmide de base quadrada, uma pirâmide de base pentagonal e um cone. É possível que os estudantes se refiram à figura do hexágono como a representação de um cubo, pois ela também pode ser vista como tal.

Não deixe de discutir a importância de considerar o contexto ao qual uma imagem está relacionada ao fazer sua leitura, visto que as representações usadas nas três últimas figuras geralmente são associadas a figuras planas.

Imaginando estar em um helicóptero.

Proponha aos estudantes que se imaginem sobrevoando a escola em um helicóptero e que ela esteja sem o telhado. O que veriam ali embaixo?

Divida-os em grupos de quatro para que desenhem livremente o que veriam. Solicite que apresentem seus desenhos aos outros grupos e que confiram se as representações feitas coincidem ou se precisam de acréscimos para que todas as dependências da escola estejam representadas vistas de cima. Discuta a pertinência ou não de representar todos os móveis existentes em cada dependência.

A próxima fase será a de fazer a planta da escola, também chamada de planta baixa. Para isso, é fundamental que os estudantes obtenham as medidas reais de cada uma das dependências a ser representada. Caso a escola seja muito grande ou tenha mais de um pavimento, você pode propor que cada grupo represente uma parte, ainda que a escola não seja totalmente representada.

Após a obtenção das medidas reais das dependências a ser representadas na planta, passa-se à fase seguinte, que é a da escolha da escala a ser empregada. Este é um dos focos da investigação, pois é na determinação da escala que os estudantes precisarão utilizar as noções de razão e proporção.

Esta discussão poderá ser apoiada pelas atividades presentes na Situação de Aprendizagem 2 do Caderno do Aluno do 7º ano, Volume 2 de apoio ao Currículo do Estado de São Paulo (São Paulo faz escola). Para facilitar o desenho da planta, os estudantes podem utilizar papel quadriculado.

Comente que há algumas convenções para a representação de paredes, portas e janelas, que poderão ser encontradas em encartes de vendas de apartamentos, por exemplo.

Ao final da atividade, exiba as plantas e compare-as, considerando as escolhas de escalas feitas pelos diferentes grupos.

2ª Investigação

Identificando a escola e seu entorno no *Google Earth* e no *Google Maps*.

Embora esta proposta esteja vinculada ao uso do laboratório de informática, a proposta de investigação tem grande importância, pois as fotos apresentadas pelo *Google Earth* vão colocar os estudantes diante de uma perspectiva não usual e cuja leitura exige vários recursos de visualização, uma vez que eles precisam imaginar como seria olhar de cima espaços que conhecem apenas pela vista horizontal.

Deste modo, oriente-os a buscar pontos de referência significativos para as localizações pretendidas, questionando-os sobre quais são os espaços ou construções que poderiam se destacar para facilitar sua localização.

No *Google Maps*, proponha que iniciem com a localização do bairro onde fica a escola para depois chegar à rua onde moram, podendo fazer uma exploração também com o *Street View*.

Calculando distâncias no mapa.

O foco desta investigação é explorar distâncias calculadas por meio da tela do *Google Maps*. É possível trabalhar, por exemplo, com a distância da casa dos estudantes até a escola, ou qualquer outra que lhes interessar.

Para isso, oriente-os a observar se, na tela do mapa, há a indicação da escala usada e, a partir dela, oriente-os a medir com a régua as distâncias para obter a distância real. Assim, você poderá avaliar a aprendizagem sobre escalas que desenvolveram na atividade de construção da planta da escola.

Caberá aqui uma discussão sobre a distinção a ser feita entre o trabalho com a distância de ponto a ponto, em linha reta, e a distância a ser percorrida conforme o caminho indicado pelas ruas. Além disso, se o caminho for feito de carro ou de ônibus, cabe considerar as mãos de direção ou o percurso do ônibus.

ATIVIDADE 4: AMPLIANDO AS ÁREAS VERDES DENTRO E FORA DA ESCOLA

Tema: Tratamento da Informação, Geometria e Medidas

As atividades propostas devem ser trabalhadas com estudantes de 9º ano. Discuta com eles a possibilidade de desenvolver um projeto cujo tema seja a ampliação de áreas verdes na escola e fora dela como uma forma de melhorar o meio ambiente e, consequentemente, a qualidade de vida de todos.

Neste tema, vários outros componentes curriculares podem ser incluídos, particularmente Arte e Ciências.

A proposta é sensibilizar, informar e mobilizar os estudantes para a realização de uma intervenção na escola e em seu entorno, com o propósito de implantar áreas verdes.

Pretende-se, além das aprendizagens específicas de assuntos dos componentes curriculares envolvidos, a formação de pessoas capacitadas a compreender e a interferir no mundo em que vivem, tornando-se agentes modificadores de sua própria realidade, percebendo a presença e a importância que o conhecimento adquirido na escola tem para essas realizações.

Habilidades

Conhecer as etapas de elaboração de um projeto; desenvolver estratégias para levantamento, análise e interpretação de dados; representar graficamente os dados de uma tabela; elaborar argumentos consistentes que comprovem as conclusões obtidas pelas interpretações de dados; aplicar conceitos de geometria e medidas para delimitar áreas predeterminadas no terreno da escola; tomar consciência sobre as possibilidades de intervenção de grupos para a melhoria do ambiente em que se vive.

Número de aulas

3 aulas (1ª Etapa), 3 aulas (2ª Etapa) e 1 aula (3ª Etapa).

ETAPAS DE DESENVOLVIMENTO

1ª Etapa

Consulta à comunidade escolar (direção, funcionários, professores e estudantes) e aos pais sobre a importância de tornar o ambiente da escola mais agradável, saudável e bonito.

Esta consulta deve se dar por meio de entrevistas a ser realizadas pelos próprios estudantes. Eles podem ser divididos em equipes e cada uma delas deve se responsabilizar por entrevistar determinado grupo de pessoas. Professor, é importante que o tratamento das informações colhidas seja feito com as suas orientações, para a construção de tabelas e gráficos de setor que indiquem os percentuais de respostas para cada uma das categorias consideradas. Algumas das questões de pesquisa poderiam ser:

1. Qual é sua relação com a escola?

a) Estudante.
b) Professor.
c) Funcionário.
d) Gestor.
e) Pai/mãe de estudante.

2. Qual é sua faixa etária?

a) 6 a 14 anos.
b) 15 a 20 anos.
c) 21 a 40 anos.
d) 41 a 60 anos.
e) Mais de 60 anos.

3. O que é meio ambiente para você?
4. O que você acha de haver mais áreas verdes na escola?
5. No caso da criação de espaços verdes na escola, você preferiria jardim ou horta?
6. Em sua opinião, de quem é a responsabilidade de tornar o ambiente da escola mais agradável, saudável e bonito?

A tabulação dos dados e sua representação gráfica devem passar por análises dos resultados tendo em vista considerações sobre a compreensão do significado de meio ambiente e a percepção de que todos têm a responsabilidade de preservar e melhorar o ambiente escolar.

As tabelas e os gráficos devem permanecer expostos durante a realização de todo o projeto.

2ª Etapa

Analisando possibilidades de criar espaços verdes dentro e fora da escola.

Novamente, é fundamental que você, professor, oriente essa análise do espaço possível. Se o terreno da escola tiver espaço que possa ser utilizado, os estudantes devem obter as medidas dos lados do terreno disponível. Em seguida, cada grupo deve desenhar uma planta do espaço, em determinada escala, e fazer sua proposta de montagem dos canteiros para um jardim ou uma horta. No caso da horta, os canteiros devem ser organizados em relação à inclinação do terreno, tomando-se

o cuidado de respeitar o relevo. Podem ter formas variadas, sendo os tradicionais construídos entre 60 cm e 80 cm de largura, 20 cm de altura e com comprimento variável de acordo com o tamanho da horta. Entre os canteiros, deixar um espaço entre 60 cm e 80 cm para facilitar as atividades com os estudantes e os trabalhos de manutenção da horta.

Veja uma boa utilização de garrafas PET na formação de canteiros:



© Daniel Cymbalista/Pulsar Imagens

Além de espaços no chão, os estudantes poderão fazer propostas de ocupação de paredes e muros como nas imagens a seguir:



© John S Lander/LightRocket/Getty Images



© promicrostockraw/iStock/Thinkstock/Getty Images

Caso os estudantes optem pelo uso de garrafas PET, devem fazer desenhos em escala para planejar sua distribuição, o que poderá contar com a colaboração do professor de Arte. Com o auxílio do professor de Ciências, por sua vez, os estudantes podem estudar algum sistema de irrigação e que tipos de plantas utilizar.

3ª Etapa

Mobilização da comunidade escolar para a concretização da proposta.

Ao finalizarem os planejamentos sobre a montagem da área verde, convém fazer um encontro para a sensibilização da comunidade escolar em relação à implantação do projeto, uma vez que serão necessários alguns instrumentos, terra adubada, sementes ou mudas para o plantio. Nesse encontro, os estudantes podem apresentar os gráficos com os resultados da pesquisa inicial e seu planejamento para a implantação e manutenção da área verde.

PARA SABER MAIS

Sites recomendados para auxiliar a construção de hortas:

Como fazer uma horta – dicas. Disponível em: <http://www.sabedoriaglobal.com.br/como-fazer-uma-horta-dicas/>. Acesso em: 21 jul. 2014.

Construindo uma horta na escola. Disponível em: <http://educador.brasilescola.com/estrategias-ensino/construindo-uma-horta-na-escola.htm>. Acesso em: 21 jul. 2014.

Orientações para implantação e implementação da horta escolar. Disponível em: <http://permaculturanaescola.files.wordpress.com/2008/03/caderno-2-horta-escolar.pdf>. Acesso em: 21 jul. 2014.

Secretaria Municipal do Verde e do Meio Ambiente. Disponível em: <http://www.prefeitura.sp.gov.br/cidade/secretarias/meio_ambiente/servicos/escola_de_jardinagem/>. Acesso em: 21 jul. 2014.

ATIVIDADE 5: REPRESENTAÇÃO DE REGULARIDADES DA MULTIPLICAÇÃO – PRODUTOS NOTÁVEIS

Tema: Álgebra

Nesta Atividade, pretende-se realizar conexões entre conceitos geométricos e representações algébricas para áreas e volumes, explorando as implicações de ambos para a obtenção de produtos notáveis.

É fundamental que os estudantes reconheçam a grande variedade de representações usadas em Matemática e que um mesmo objeto matemático pode ser representado de diferentes formas: representações concretas, representações gráficas, língua natural, escritas algébricas e outras. Segundo estudos sobre processos de aprendizagem em Matemática, é importante que os estudantes mobilizem ao menos dois registros de representação ao mesmo tempo, ou que tenham a possibilidade de trocar de registro de representação.

O material disponível no laboratório poderá ser usado para que percebam a importância das representações em Matemática e as possibilidades de tratamento que se pode dar a elas, dependendo do sistema de representação utilizado e do conteúdo que se queira explorar. Por exemplo, com o material sobre produtos notáveis, pode-se explorar representação fracionária, chamando a atenção dos estudantes para as diferentes leituras que podem ser feitas com um mesmo material, mas tendo em vista a representação de objetos matemáticos distintos.

O que se quer destacar é que você, professor, no laboratório de Matemática, pode fornecer as condições para que os estudantes percebam as coordenações possíveis entre as representações matemáticas, que ampliam as possibilidades de compreensão dos conceitos abordados neste componente curricular.

Habilidades

Usar de modo flexível as representações em Matemática para análise de situações e desenvolvimento de estratégias; perceber e analisar padrões e regularidades à procura de generalizações para a compreensão de aspectos essenciais da Álgebra; estabelecer relações entre padrões numéricos e geométricos, bem como a utilização de conceitos geométricos para facilitar a compreensão de determinadas relações numéricas; desenvolver a visualização espacial e empregar diferentes formas de representação para explorações, levantamento e verificação de conjecturas.

Material necessário: kit produtos notáveis.

Número de aulas

1 aula (1ª Investigação), 1 aula (2ª Investigação), 2 aulas (3ª Investigação).

PROBLEMA A SER INVESTIGADO

1ª Investigação

No 6º e no 7º anos, solicite que os estudantes explorem o kit produtos notáveis a fim de responder à seguinte questão: *Que fração o cubo menor representa em relação ao cubo maior?*

Desse modo, está se propondo a eles que observem esse material como a representação de um todo e suas partes para obter uma representação fracionária numérica.

2ª Investigação

No 8º ano, ressaltando um novo enfoque para o kit produtos notáveis e visando a ampliação do assunto presente na Situação de Aprendizagem 1 do Caderno do Aluno do 8º ano, Volume 2 de apoio ao Currículo do Estado de São Paulo (São Paulo faz escola), proponha aos estudantes que:

1. Obtenham as medidas solicitadas:

a) A medida, em centímetros, do lado da face quadrada da placa e a expressão de sua área.

b) As medidas, em centímetros, dos lados da face retangular da barra e a expressão de sua área.
c) A medida, em centímetros, do lado da face do cubinho e a expressão de sua área.

2. Usando placas, barras e cubinhos, montem uma sequência de pelo menos cinco figuras, de modo que a primeira seja uma placa e cada uma das seguintes seja uma ampliação da face quadrada da anterior.
3. Considerando as áreas obtidas na 1ª Investigação, escrevam uma expressão numérica que represente a área de cada novo quadrado obtido na sequência de figuras.
4. Observem as expressões que escreveram e descrevam o que se mantém em todas elas, relacionando-as com as medidas dos lados das figuras usadas.
5. A partir de suas descobertas, escrevam a área do quadrado correspondente à Figura VII, na sequência apresentada.

3ª Investigação

No 8º ano, para ampliar as discussões de sala de aula, proponha aos estudantes que façam a representação geométrica do produto notável:

$(x + a)^3 = x^3 + 3ax^2 + 3a^2x + a^2$

ORIENTAÇÕES PARA O DESENVOLVIMENTO DA INVESTIGAÇÃO

1ª Investigação

Entregue a cada grupo de quatro estudantes um kit produtos notáveis e, em seguida, apresente a questão que eles deverão responder.

Como não é possível construir todo o cubo maior apenas com cubinhos, uma vez que a quantidade deles não é suficiente, os estudantes precisam reconhecer:

- O cubo menor como parte da barra, isto é, como $1/6$ dela.
- A barra como parte da placa, isto é, $1/6$ dela e, portanto, o cubinho como $\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$ da placa.
- Finalmente, a placa é parte do cubo maior, isto é, $1/6$ dele, chegando à conclusão de que o cubinho é $\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{216}$ do cubo maior.

Caso o laboratório não tenha material suficiente para todos os grupos, pode-se usar o Material Dourado para alguns deles, considerando as mesmas propostas. Cabe lembrar as seguintes medidas:

- O cubinho corresponde a $1/10$ da barra.
- A barra corresponde a $1/10$ da placa e, portanto, o cubinho é $1/100$ da placa.

- A placa é $^1/_{10}$ do cubo maior e, portanto, o cubinho é $^1/_{1000}$ do cubo maior.

2ª Investigação

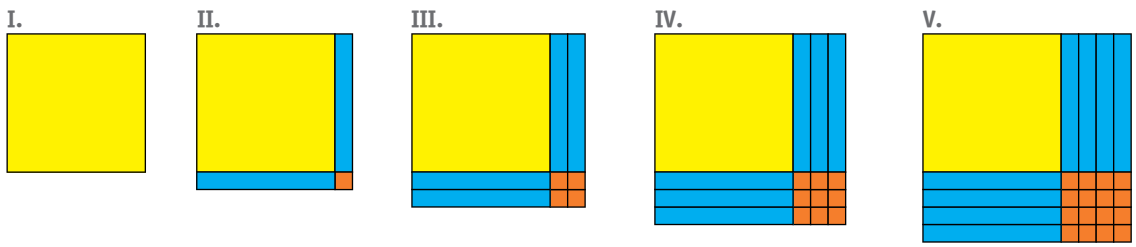
Entregue um kit produtos notáveis a cada grupo de quatro estudantes e apresente as questões a ser investigadas por eles.

1. Oriente os estudantes a obter as medidas dos lados utilizando uma régua. Segundo a descrição do material, as medidas esperadas são:

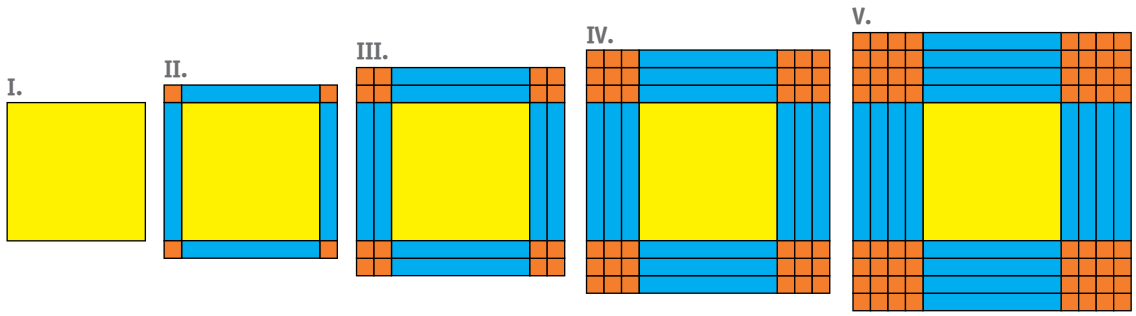
- A face quadrada da placa tem como medida do lado 12 cm, portanto a expressão de sua área será 12^2.
- As medidas, em centímetros, dos lados da face retangular da barra são 2 cm e 12 cm, portanto a expressão de sua área é $12 \cdot 2$.
- A medida do lado da face do cubinho é 2 cm, portanto a expressão de sua área é 2^2.

2. Durante a realização desta investigação, acompanhe os grupos e observe como estão interpretando a proposta de ampliação da face quadrada inicial. Comente que, ao ampliar um quadrado, ele deve permanecer quadrado. Os estudantes podem pensar em duas possibilidades de ampliar a face quadrada, como apresentado a seguir:

1ª Possibilidade



2ª Possibilidade



Na 1ª Possibilidade, eles podem fazer as cinco figuras pedidas, mas, na 2ª Possibilidade, o número de peças disponíveis não é suficiente sequer para terminar a Figura IV. Nesse caso, o grupo pode solicitar outro kit do material ou você pode intervir, propondo que pensem em um modo de ampliar, chegando a cinco figuras sem exceder o número de peças do material.

3. Para a 1ª Possibilidade, a sequência de expressões para a área é:

I: 12^2

II: $12^2 + 2 \cdot (12 \cdot 2) + 2^2$

III: $12^2 + 4 \cdot (12 \cdot 2) + 4 \cdot 2^2$

IV: $12^2 + 6 \cdot (12 \cdot 2) + 9 \cdot 2^2$

V: $12^2 + 8 \cdot (12 \cdot 2) + 16 \cdot 2^2$

Para a 2ª Possibilidade, a sequência de expressões para a área é:

I: 12^2

II: $12^2 + 4 \cdot (12 \cdot 2) + 4 \cdot 2^2$

III: $12^2 + 8 \cdot (12 \cdot 2) + 16 \cdot 2^2$

IV: $12^2 + 12 \cdot (12 \cdot 2) + 36 \cdot 2^2$

V: $12^2 + 16 \cdot (12 \cdot 2) + 64 \cdot 2^2$

4. A observação mais importante é que, tanto em uma sequência como na outra, em todas as expressões, tem-se uma adição na qual a primeira parcela é 12^2 (área do quadrado de partida). Na segunda parcela, tem-se sempre $12 \cdot 2$, que corresponde à área de cada retângulo acrescentado, nos quais a medida do lado maior é a mesma que a do lado do quadrado. Na terceira parcela, tem-se 2^2 (área de cada quadradinho acrescentado).

Os estudantes também podem fazer algumas outras observações: na 1ª Possibilidade, o número de retângulos acrescentados aumenta de 2 em 2, na outra, de 4 em 4; o número de quadradinhos acrescentados na 1ª Possibilidade é uma sequência de quadrados perfeitos e, na outra, também se tem a mesma sequência de quadrados perfeitos, porém multiplicados por 4, uma vez que estão distribuídos pelos quatro cantos.

5. Espera-se que os estudantes, com base na regularidade observada na sequência das figuras, percebam que a área do quadrado correspondente à Figura VII é dada pela expressão:

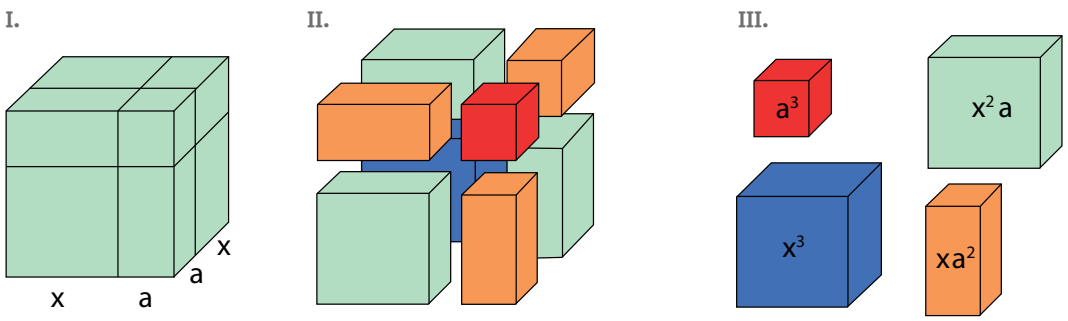
- Figura VII (1ª Possibilidade): $12^2 + 12\,(12 \cdot 2) + 36 \cdot 2^2$; e
- Figura VII (2ª Possibilidade): $12^2 + 24\,(12 \cdot 2) + 144 \cdot 2^2$.

3ª Investigação

Entregue um kit produtos notáveis a cada grupo de quatro estudantes e apresente a questão a ser investigada. Caso os estudantes não tenham familiaridade com o volume do cubo e do paralelepípedo, proponha que vivenciem antes a Atividade 6 apresentada a seguir.

Durante essa investigação, se os estudantes apresentarem dúvidas ou se não conseguirem avançar, intervenha com questões do tipo: *Que hipótese vocês têm sobre a figura geométrica que poderá representar o produto notável* $(x + a)^3$*? Com base no fato de que as expressões elevadas ao quadrado estão relacionadas às áreas, que grandeza está associada a uma expressão elevada ao cubo?*

A representação geométrica a ser obtida é a seguinte:



ATIVIDADE 6: RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS QUE ENVOLVAM CÁLCULOS DE VOLUME E CAPACIDADE DE CUBOS E PARALELEPÍPEDOS

Tema: Geometria e medidas

As investigações aqui propostas, além de dar continuidade ao propósito de ampliar a leitura sobre as representações em Matemática e suas conexões com representações algébricas, também fornecem as

bases necessárias para o trabalho com prismas e seus volumes presentes na Situação de Aprendizagem 1 do Caderno do Aluno do 9º ano, Volume 2 de apoio ao Currículo do Estado de São Paulo (São Paulo faz escola).

Habilidades

Obter medidas com unidades diversas e transformá-las em unidades usuais; realizar conexões matemáticas entre conceitos geométricos, grandezas e medidas, por meio de explorações sobre volumes e áreas; estabelecer semelhanças e diferenças entre unidades de medidas distintas; relacionar m^3, cm^3 e L.

Material necessário: kit produtos notáveis, béquer graduado e embalagens variadas de leite ou suco longa-vida, vidros pequenos de remédios e régua.

Número de aulas

1 aula (1ª Investigação), 1 aula (2ª Investigação) e 1 aula (3ª Investigação).

PROBLEMA A SER INVESTIGADO

1ª Investigação

a) Usando o cubinho como unidade de volume, qual é o volume do cubo maior?
b) Que relação pode ser estabelecida entre as dimensões do cubo maior e as do cubo menor? Como seria expresso o volume do cubo maior em cm^3?
c) Quantos cubinhos são necessários para preencher uma embalagem de 1 L? Qual é seu volume em cm^3?

2ª Investigação

a) Qual é a diferença entre volume e capacidade?

3ª Investigação

a) Quantos litros de água são necessários para a produção de 2 000 cubos de gelo de aresta de 3 cm?
b) Uma piscina em forma de bloco retangular, medindo 8 m de comprimento, 6 m de largura e 2 m de profundidade, está completamente cheia. Quantos litros de água deverão ser retirados da piscina para que o nível de água baixe 20 cm?

ORIENTAÇÕES PARA O DESENVOLVIMENTO DA INVESTIGAÇÃO

1ª Investigação

a) Proponha uma conversa inicial a respeito do que os estudantes já conhecem sobre o volume de um sólido, para depois entregar a cada grupo de quatro estudantes um kit produtos notáveis

para que respondam à questão apresentada. Assim como a investigação sobre a fração que o cubinho representa em relação ao cubo maior, os estudantes precisarão lançar mão das barras e placas do material, mas agora a resposta será em termos de volume, isto é, se o cubo é a unidade de volume, então a quantidade de cubos corresponde ao volume total do cubo maior, isto é, 216 unidades de volume.

b) Nessa investigação, espera-se que os estudantes identifiquem que cada aresta dos cubinhos mede 2 cm e que cada aresta do cubo maior mede 6 vezes isso, ou seja, 12 cm. Portanto, para montar toda a base do cubo, são necessários 36 cubinhos, o que corresponde a recobrir uma superfície com $36 \cdot 4\ cm^2$, isto é, $144\ cm^2$, sendo que cada camada tem uma altura de 2 cm, de modo que ela ocupa um espaço de $2 \cdot 144$, o que corresponde ao volume dessa camada, isto é, $288\ cm^3$. Já que, para montar o cubo inteiro, são necessárias seis camadas como essa, tem-se um volume de $6 \cdot 288\ cm^3$, isto é, $1\,728\ cm^3$. Os estudantes podem também chegar a esse valor calculando $216 \cdot 8\ cm^3$, caso considerem o volume de cada cubinho. Questione-os sobre como poderiam obter esse volume usando apenas as dimensões do cubo maior. Espera-se que os estudantes identifiquem que o volume do cubo maior pode ser calculado pela multiplicação $12 \cdot 12 \cdot 12$.

c) Este problema serve como avaliação das descobertas realizadas nos itens **a** e **b**, pois se trata de realizar as mesmas discussões e obter as mesmas medidas, com a diferença de que o sólido em questão é um paralelepípedo.

Dependendo da embalagem usada, pode ser impossível o total preenchimento com os cubos de 2 cm de aresta. Neste caso, oriente os estudantes a imaginar o que aconteceria se os cubos tivessem 1 cm de aresta. Essa proposta é importante para que estabeleçam a relação entre litro e centímetro cúbico, chegando à conclusão de que $1\ L = 1\,000\ cm^3$.

2ª Investigação

Levante os seguintes questionamentos:

a) A que se refere a medida expressa na embalagem que usaram?
b) Que relação pode-se estabelecer entre o volume obtido e a medida expressa na embalagem?
c) O que consideram que pode diferenciar o volume da capacidade?

Para que possam fazer algumas considerações sobre essa diferença, proponha que coloquem água no béquer até a metade, mergulhem nele um frasco vazio sem a tampa e anotem o deslocamento produzido na água. Em seguida, solicite que encham o frasco com água, tampem-no e mergulhem-no novamente, tornando a anotar o deslocamento produzido. Depois, peça que meçam em outro béquer a quantidade de água colocada no frasco. Proponha que repitam essa experiência com outros frascos.

Diante das observações feitas, os estudantes deverão retomar a questão relativa à diferença entre volume e capacidade.

Espera-se que observem que, quando as embalagens têm paredes mais finas, há uma aproximação entre o volume (quando a embalagem está cheia) e a capacidade, caso contrário, essas medidas poderiam chegar a ser muito diferentes.

3ª Investigação

Após as investigações anteriores, a resolução dos problemas tem o caráter de avaliação sobre a relação entre as unidades de medida de volume e de capacidade.

a) Espera-se que os estudantes reconheçam que o volume de cada cubo de gelo de 3 cm de aresta é 9 cm^3 e que, portanto, em 2 000 cubos, o volume será de 18 000 cm^3, ou seja, serão necessários 18 L de água.

b) Uma possibilidade de solução é obter o volume total inicial subtraindo o volume da piscina com 20 cm a menos de profundidade.

$Vi = 8 \cdot 6 \cdot 2 = 96\ m^3$
$Vf = 8 \cdot 6 \cdot 1{,}8 = 86{,}4\ m^3$
$Vi - Vf = 96 - 86{,}4 = 9{,}6\ m^3$

A dificuldade que poderá surgir é a da transformação do metro cúbico em litro. Oriente os estudantes a pensar em quantos cubinhos de 1 cm^3 seriam necessários para montar um cubo com 1 m de aresta.

Espera-se que obtenham a relação 1 m^3 = 1 000 L, para que cheguem à resposta de que será necessário retirar 9 600 L de água da piscina.

Outra possibilidade é obter diretamente o volume relativo à parte que será retirada, calculando: $8 \cdot 6 \cdot 0{,}2 = 9{,}6\ m^3$.

ATIVIDADE 7: RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS QUE ENVOLVAM A DETERMINAÇÃO DAS FÓRMULAS DO PERÍMETRO E DA ÁREA DO CÍRCULO

Tema: Geometria e medidas

O estudo do perímetro e da área do círculo pode constituir um encontro mais significativo dos estudantes do 8º e do 9º anos com a ideia de infinito e aproximá-los da estrutura da reta real. A possibilidade de imaginar a contínua divisão do círculo está associada à aceitação de que, entre dois pontos de um segmento, há infinitos pontos.

As propostas aqui apresentadas pretendem reforçar as discussões já realizadas na Situação de Aprendizagem 6 do Caderno do Aluno do 9º ano, Volume 2 de apoio ao Currículo do Estado de São Paulo (São Paulo faz escola) e o uso do material concreto, uma constatação do que já foi abordado em aula.

Habilidades

Criar estratégias para a obtenção de uma medida circular usando régua; analisar uma situação concreta e estabelecer relações entre o explorado e a situação matemática para chegar a uma construção conceitual; intuir a possibilidade de repetição da realização de um procedimento geométrico apoiado pelo conhecimento numérico e vice-versa; generalizar uma expressão numérica com base em sua regularidade.

Material necessário: círculo fracionado e régua.

Número de aulas

2 aulas.

PROBLEMA A SER INVESTIGADO

1ª Investigação

a) Como obter o perímetro e a área do círculo usando apenas uma das partes em que o círculo do material está dividido?
b) O que ocorreria se cada uma dessas partes fosse dividida ao meio? E ao meio novamente? Quantas vezes poderia se repetir essa divisão ao meio?

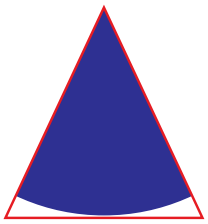
ORIENTAÇÕES PARA O DESENVOLVIMENTO DA INVESTIGAÇÃO

Avalie se os estudantes sabem o que é perímetro e área de uma figura geométrica. Se considerar necessário, solicite que façam antes as investigações a respeito de perímetro e área propostas para o 6º ano.

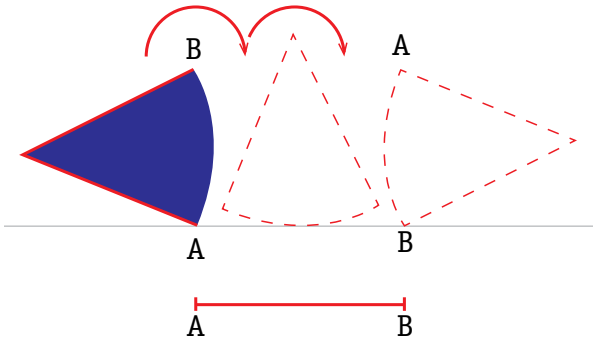
Apresente o material Círculo Fracionado para todos de modo que os estudantes observem que o círculo dado está dividido em 16 partes. Em seguida, faça a proposta de investigação, entregando a cada dupla de estudantes apenas uma parte ($^1/_{16}$) do círculo.

Para a obtenção do perímetro, as duplas devem obter o comprimento do arco da parte que receberam e multiplicá-lo por 16. O problema está em como obter esse comprimento. Alguns recursos que eles poderiam usar:

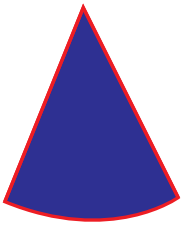
- Transformar o setor circular em um triângulo isósceles e obter a medida da base. Desse modo, também poderão obter a área do triângulo e multiplicá-la por 16.



- Apoiar a peça verticalmente sobre o papel em uma reta já traçada e, a partir de um ponto marcado nela (A), colocar o início do arco, rodando até o final desse arco e marcar o ponto em que chegou (B), obtendo, assim, a medida do segmento AB.



- Com uma régua, obter medidas de pequenos trechos do arco que possam ser considerados "retos" e somar essas medidas ao final.



Cada um desses procedimentos não deverá ignorar a necessidade de precisão dessas medidas.

Quanto ao cálculo da área do círculo, verifique se todos concordam com a aproximação dela pelo cálculo da área do triângulo proposto. Então perceba como respondem às questões sobre as subdivisões, solicitando que as verifiquem e que generalizem a possibilidade de prosseguir com a divisão ao meio, pois assim poderão concluir que esse processo poderia se repetir infinitamente, dado que, entre dois pontos de um segmento, é sempre possível obter um segundo segmento.

Em seguida, obtido o perímetro do círculo, proponha que calculem a divisão desse número pela medida do diâmetro. Nessa divisão, eles obterão um número próximo de π. Questione-os a respeito do que já sabem sobre esse número e vincule seu valor à imprecisão das medidas que obtiveram com a régua, dada sua incomensurabilidade com o centímetro.

Sugira a generalização das medidas, chamando de **r** a medida do raio, **C** o perímetro do círculo e **A** a área, para escrever as fórmulas usuais de perímetro e área do círculo.

Observação: Este é um assunto particularmente interessante de ser transformado em projeto individual, desenvolvido para uma eventual apresentação na Feira de Ciências ou em outro evento que a escola venha a realizar.

A ampliação da compreensão da infinitude da reta e dos números pode ser potencialmente interessante quando a construção de materiais de manipulação pelos estudantes retrata as discussões presentes no Caderno do Aluno de apoio ao Currículo do Estado de São Paulo (São Paulo faz escola), inclusive sobre os aspectos históricos da evolução desse conhecimento, aliado aos recursos apresentados aqui e à possibilidade de uso de recursos gráficos computacionais, com o emprego de *zoom* sobre os segmentos, e a percepção de que, na tela, as curvas são representadas por pequenos segmentos que ligam *pixels*.

PARA SABER MAIS

Experiências matemáticas 7ª série – CENP – SEESP (1996) traz propostas detalhadas de desenvolvimento de atividades sobre este e outros assuntos. Disponível em: <http://planomat.files.wordpress.com/2008/11/experiencia-pi.pdf>. Acesso em: 21 jul. 2014.

Um panorama histórico da obtenção do número π (pi) pode ser encontrado no capítulo 1 da dissertação de mestrado de BORTOLETTO, A. R. S. *Reflexões relativas às definições do número π (pi) e à presença da sua história em livros didáticos de Matemática do Ensino Fundamental*. Disponível em: <https://www.unimep.br/phpg/bibdig/pdfs/2006/RYXMQMJTVEXB.pdf>. Acesso em: 21 jul. 2014.

ATIVIDADE 8: VERIFICAÇÕES EXPERIMENTAIS DO TEOREMA DE PITÁGORAS

Tema: Geometria e medidas

O Teorema de Pitágoras despertou a curiosidade de muitos matemáticos e, ao longo dos séculos, recebeu diferentes demonstrações. O material disponível no laboratório permite uma das verificações experimentais que também está explicitada na Situação de Aprendizagem 3 do Caderno do Aluno do 9º ano, Volume 2 de apoio ao Currículo do Estado de São Paulo (São Paulo faz escola). Aqui vale propor outra forma de verificar essa relação tão famosa e importante. O contato dos estudantes com outras formas de demonstração ou verificação desse teorema evidencia que não existe um único processo de demonstração, além de proporcionar a oportunidade de aplicar um tipo diferente de raciocínio.

Habilidades

Desenvolver a visualização geométrica e o uso de diferentes formas de representação na construção de modelos para explorações e testes de conjecturas; utilizar conceitos geométricos para facilitar a compreensão de determinadas relações numéricas; desenvolver pensamento flexível na análise de situações e desenvolvimento de estratégias úteis.

Material necessário: lápis, papel, régua e tesoura.

Número de aulas

2 aulas.

PROBLEMA A SER INVESTIGADO

A fim de verificar o Teorema de Pitágoras ($c^2 = a^2 + b^2$) com a turma, explique que, em primeiro lugar, deverão construir as "peças de um quebra-cabeça". Proponha que construam dois quadrados quaisquer, um menor que o outro, de modo que fiquem colocados lado a lado como na Figura I. Se os estudantes dispuserem de compasso, a construção dos quadrados ganhará mais precisão e, consequentemente, as peças do quebra-cabeça se encaixarão de modo mais adequado.

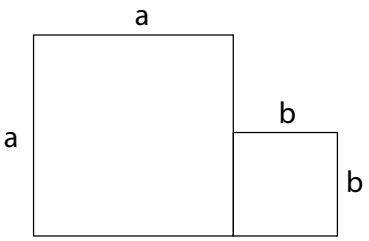


Figura I.

Oriente-os a nomear os lados dos quadrados por a e b. Em seguida, peça que apaguem o lado comum aos dois quadrados, de modo que o desenho fique igual à Figura II.

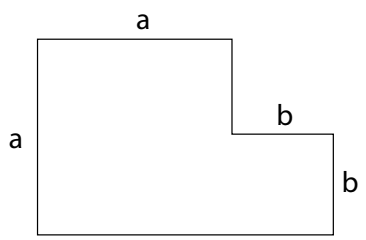


Figura II.

A seguir, eles devem marcar um ponto P na base da figura transportando a medida do lado a para o trecho próximo ao quadrado de lado b, como indicado na Figura III. Desse modo, o segmento restante terá medida b.

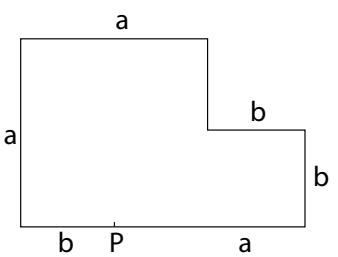


Figura III.

Assim, devem ligar dois dos vértices da figura ao ponto *P*, como indicado, chamando de *c* os novos segmentos que formaram dois triângulos retângulos, como indicado na Figura IV.

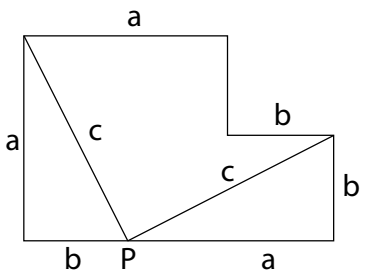


Figura IV.

Pronto, agora é só recortar os dois triângulos retângulos formados e dispor das três peças de quebra-cabeça, como indicado na Figura V.

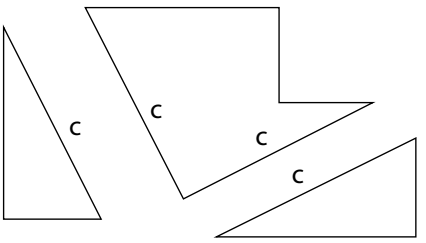


Figura V.

A proposta é mostrar que, por meio da soma das áreas dos dois quadrados iniciais, é possível formar um quadrado de lado *c*, cuja área é c^2, isto é, $a^2 + b^2 = c^2$.

Espera-se que os estudantes obtenham o quadrado de lado *c* apenas pela colocação de um dos triângulos com o lado *a* apoiado sobre o único segmento que ficou com essa medida na figura maior e o outro triângulo com o lado *b* apoiado também sobre o único segmento que ficou com essa medida na figura maior, como indicado na Figura VI.

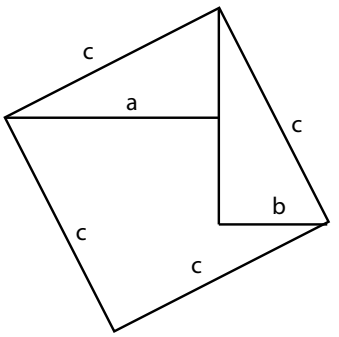


Figura VI.

PARA SABER MAIS

Diferentes demonstrações do Teorema de Pitágoras. Disponível em: <http://www.educ.fc.ul.pt/icm/icm99/icm28/torema.htm>. Acesso em: 21 jul. 2014.

ATIVIDADE 9: VERIFICAÇÕES EXPERIMENTAIS DAS RELAÇÕES MÉTRICAS DOS TRIÂNGULOS RETÂNGULOS PARA RESOLVER PROBLEMAS

Tema: Geometria e medidas

Ainda usando o recurso de quebra-cabeça, convém propor aos estudantes algumas descobertas e verificações sobre as relações métricas do triângulo retângulo.

Este é um recurso que possibilita desenvolver a capacidade de visualização e compreensão das propriedades que serão exploradas.

Habilidades

Desenvolver a visualização geométrica e o uso de diferentes formas de representação na construção de modelos para explorações e testes de conjecturas; utilizar conceitos geométricos para facilitar a compreensão de determinadas relações numéricas; desenvolver pensamento flexível na análise de situações e desenvolvimento de estratégias úteis.

Número de aulas

2 aulas (1ª Investigação), 2 aulas (2ª Investigação), 3 aulas (3ª Investigação) e 2 aulas (4ª Investigação).

ORIENTAÇÕES PARA O DESENVOLVIMENTO DA INVESTIGAÇÃO

1ª Investigação

Mostrar que, em um triângulo retângulo, o produto da hipotenusa pela altura relativa a ela é igual ao produto dos catetos, isto é, $a \cdot h = b \cdot c$.

Para essa investigação, proponha aos estudantes que construam quatro triângulos retângulos congruentes de catetos b, c e hipotenusa a. Dois deles devem ser recortados na altura relativa à hipotenusa, formando outros quatro triângulos retângulos. As projeções de b e c foram nomeadas m e n, respectivamente, e a altura h, como mostra a figura a seguir.

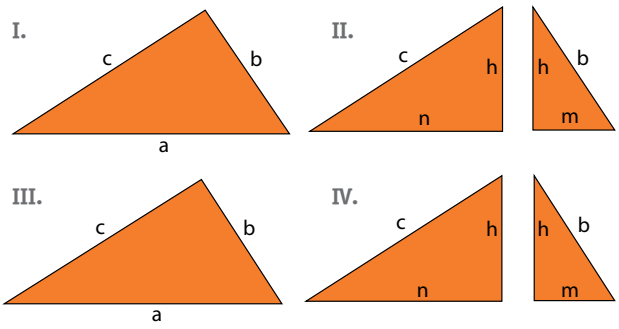
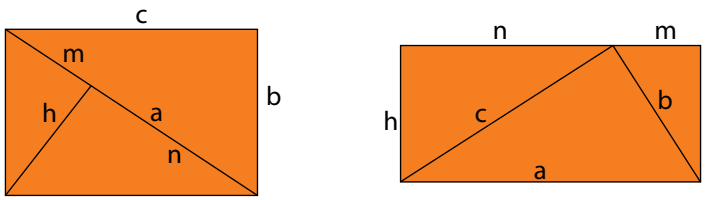


Figura 40.

Com três das peças apresentadas anteriormente, os estudantes devem montar um retângulo cuja área seja $b \cdot c$.

Com as três peças restantes, deverão montar um outro retângulo cuja área seja $a \cdot h$.

Depois de terem montado os dois retângulos pedidos, questione-os sobre o que podem concluir diante das duas construções.



Os retângulos serão de dois tipos:

Como os retângulos são equivalentes, possuem a mesma área, portanto pode-se escrever $b \cdot c = a \cdot h$.

Para dar continuidade às experimentações geométricas, que têm por objetivo verificar as relações métricas do triângulo retângulo, será necessário construir outras peças para os novos quebra-cabeças a ser propostos. São elas:

- Um quadrado cuja medida do lado seja igual a $(b + c)$.
- Um quadrado de lado medindo b.
- Um quadrado de lado medindo c.
- Um quadrado de lado medindo h.
- Um quadrado de lado medindo m.
- Um retângulo cujas medidas dos lados sejam a e m.
- Um retângulo cujas medidas dos lados sejam a e n.
- Um retângulo cujas medidas dos lados sejam m e n.

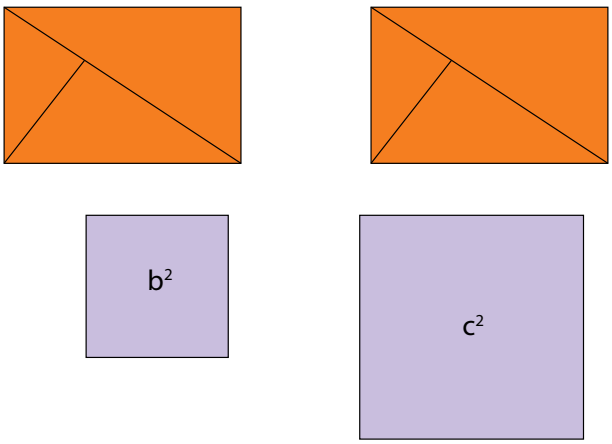
Para agilizar a construção das peças, proponha aos estudantes que distribuam as tarefas entre grupos de quatro. Uma construção com régua e compasso seria ideal para que, além de ter maior precisão nos ângulos retos, eles desenvolvessem maior habilidade com esses instrumentos e tivessem oportunidade de aplicar outros conhecimentos geométricos. A construção também poderá ser feita por meio de transferidor.

2ª Investigação

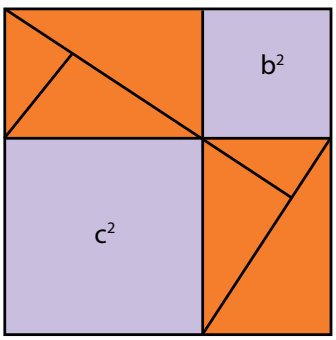
Verificar geometricamente a relação $b^2 = am$.

1ª Etapa

Explique aos estudantes como recobrir o quadrado de lado $(b + c)$ com as seguintes peças:

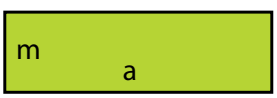


Eles devem encontrar uma solução como esta, a menos da posição, isto é, a disposição das peças pode variar na montagem do quadrado:

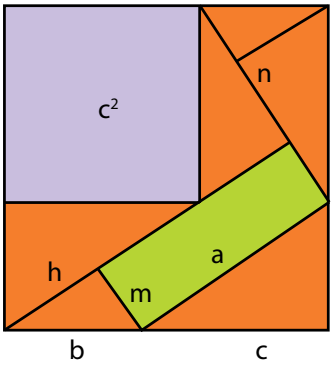


2ª Etapa

Explique como reorganizar as peças do quebra-cabeça de modo a substituir, no quadrado anterior, o quadradinho de lado b pelo retângulo a seguir, mantendo o quadrado de lado $(b + c)$:



Oriente-os a procurar encostar os lados de mesma medida. Assim, podem obter a montagem indicada na figura ao lado.



Como um quadrado de área b^2 pode ser substituído por um retângulo de área am, então é possível afirmar que $b^2 = am$.

3ª Investigação

Verificar geometricamente a relação $c^2 = an$.

1ª Etapa

Explique como recobrir o quadrado de lado $(b + c)$ do mesmo modo da investigação anterior.

2ª Etapa

Oriente-os a reorganizar as peças do quebra-cabeça de modo a substituir, no quadrado de lado $(b + c)$, o quadradinho de lado c pelo retângulo indicado na Figura I (ao lado).

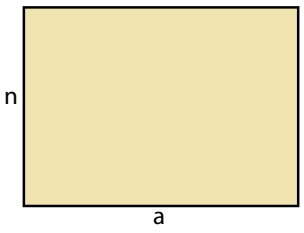


Figura I.

Os procedimentos são semelhantes ao do quebra-cabeça anterior. O resultado deve ser o indicado na Figura II (ao lado).

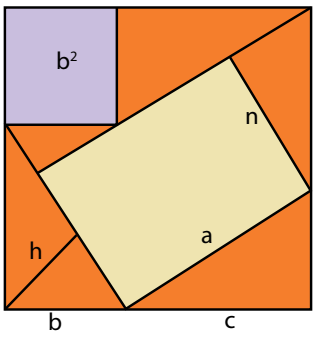


Figura II.

4ª Investigação

Verificar geometricamente a relação $h^2 = mn$.

1ª Etapa

Oriente-os a recobrir o quadrado de lado $(b + c)$ novamente, como na 2ª Investigação, para que obtenham o resultado indicado na Figura I (ao lado).

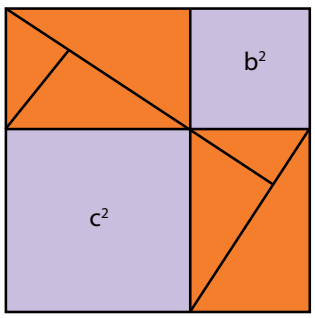


Figura I.

2ª Etapa

Explique como substituir o quadrado de lado b pelos quadrados de lados h e m, obtendo o resultado indicado na Figura II (ao lado).

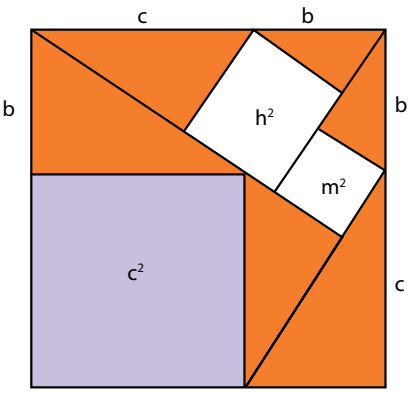


Figura II.

3ª Etapa

Oriente-os a substituir o quadrado de lado h pelo retângulo de lados m e n, o que vai exigir uma nova reconfiguração. Destaque novamente que procurem encostar lados com mesma medida. Eles devem obter a distribuição de peças indicada na Figura III (ao lado).

A possibilidade de colocar o retângulo de área igual a mn no lugar do quadrado de área h^2 evidencia que a igualdade é verdadeira: $h^2 = mn$.

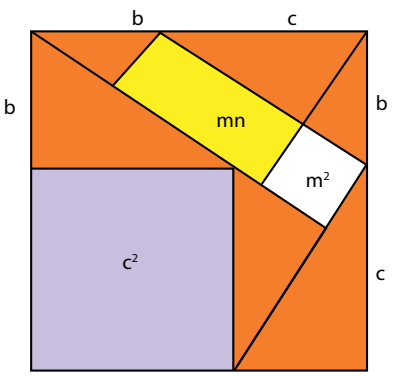


Figura III.

CONCEPÇÃO E COORDENAÇÃO GERAL
PRIMEIRA EDIÇÃO 2014

COORDENADORIA DE GESTÃO DA EDUCAÇÃO BÁSICA (CGEB)

Coordenadora
Maria Elizabete da Costa

Diretor do Departamento de Desenvolvimento Curricular de Gestão da Educação Básica
João Freitas da Silva

Diretora do Centro de Ensino Fundamental dos Anos Finais, Ensino Médio e Educação Profissional – CEFAF
Valéria Tarantello de Georgel

Coordenação Técnica
Roberto Canossa
Roberto Liberato
Suely Cristina de Albuquerque Bomfim

PROGRAMA ENSINO INTEGRAL

Coordenação da elaboração dos materiais de apoio ao Programa Ensino Integral
Valéria de Souza

Apoio técnico e pedagógico
Marilena Rissutto Malvezzi

Equipe Técnica
Maria Silvia Sanchez Bortolozzo (coordenação), Carlos Sidiomar Menoli, Dayse Pereira da Silva, Elaine Aparecida Barbiero, Helena Cláudia Soares Achilles, João Torquato Junior, Kátia Vitorian Gellers, Maria Camila Mourão Mendonça de Barros, Maria Cecília Travain Camargo, Maria do Carmo Rodrigues Lurial Gomes, Maúna Soares de Baldini Rocha, Pepita de Souza Figueredo, Sandra Maria Fodra, Tomás Gustavo Pedro, Vera Lucia Martins Sette, Cleuza Silva Pulice (colabor.) e Wilma Delboni (colabor.)

GESTÃO DO PROCESSO DE PRODUÇÃO EDITORIAL 2014

FUNDAÇÃO CARLOS ALBERTO VANZOLINI
Presidente da Diretoria Executiva
Mauro de Mesquita Spínola

Vice-Presidente da Diretoria Executiva
José Joaquim do Amaral Ferreira

GESTÃO DE TECNOLOGIAS EM EDUCAÇÃO

Direção da Área
Guilherme Ary Plonski

Coordenação Executiva do Projeto
Angela Sprenger e Beatriz Scavazza

Gestão da Produção Editorial
Luis Marcio Barbosa e Renata Simões

Equipe de Produção

Editorial: Guiomar Milan (coordenação), Bruno Reis, Carina Carvalho, Karina Kempter, Karinna A. C. Taddeo, Letícia Maria Delamare Cardoso, Marina Murphy e Natália Pereira Leal

Direitos autorais e iconografia: Denise Blanes (coordenação), Beatriz Fonseca Micsik, Érica Marques, José Carlos Augusto, Marcus Ecclissi e Vanessa Leite Rios

Produção editorial: Adesign (projeto gráfico) e Jairo Souza Design Gráfico (diagramação e ilustrações não creditadas)

ELABORAÇÃO DOS CONTEÚDOS ORIGINAIS

Coordenação do desenvolvimento dos conteúdos dos volumes de apoio ao Programa Ensino Integral
Ghisleine Trigo Silveira

Cadernos do Gestor

Avaliação da aprendizagem e nivelamento
Zuleika de Felice Murrie

Diretrizes do Programa Ensino Integral
Valéria de Souza (coord.), Carlos Sidiomar Menoli, Dayse Pereira da Silva, Elaine Aparecida Barbiero, Helena Cláudia Soares Achilles, João Torquato Junior, Kátia Vitorian Gellers, Maria Camila Mourão Mendonça de Barros, Maria Cecília Travain Camargo, Maria do Carmo Rodrigues Lurial Gomes, Maria Silvia Sanchez Bortolozzo, Maúna Soares de Baldini Rocha, Pepita de Souza Figueredo, Sandra Maria Fodra, Tomás Gustavo Pedro, Vera Lucia Martins Sette, Cleuza Silva Pulice (colabor.) e Wilma Delboni (colabor.)

Formação das equipes do Programa Ensino Integral – Vol. 1
Beatriz Garcia Sanchez, Cecília Dodorico Raposo Batista, Maristela Gallo Romanini e Thais Lanza Brandão Pinto

Formação das equipes do Programa Ensino Integral – Vol. 2
Beatriz Garcia Sanchez, Cecília Dodorico Raposo Batista, Maristela Gallo Romanini e Thais Lanza Brandão Pinto

Modelo de gestão do Programa Ensino Integral
Maria Camila Mourão Mendonça de Barros

Modelo de gestão de desempenho das equipes escolares
Ana Carolina Messias Shinoda e Maúna Soares de Baldini Rocha

Cadernos do Professor

Biologia: atividades experimentais e investigativas
Maria Augusta Querubim e Tatiana Nahas

Ciências Físicas e Biológicas: atividades experimentais e investigativas
Eugênio Maria de França Ramos, João Carlos Miguel Tomaz Micheletti Neto, Maíra Batistoni e Silva, Maria Augusta Querubim, Maria Fernanda Penteado Lamas e Yassuko Hosoume

Física: atividades experimentais e investigativas
Eugênio Maria de França Ramos, Marcelo Eduardo Fonseca Teixeira, Ricardo Rechi Aguiar e Yassuko Hosoume

Manejo e gestão de laboratório: guia de laboratório e de descarte
Solange Wagner Locatelli

Matemática: atividades experimentais e investigativas – Ensino Fundamental – Anos Finais
Maria Silvia Brumatti Sentelhas

Matemática: atividades experimentais e investigativas – Ensino Médio
Ruy César Pietropaolo

Pré-iniciação Científica: desenvolvimento de projeto de pesquisa
Dayse Pereira da Silva e Sandra M. Rudella Tonidandel

Preparação Acadêmica
Marcelo Camargo Nonato

Projeto de Vida – Ensino Fundamental – Anos Finais
Isa Maria Ferreira da Rosa Guará e Maria Elizabeth Seidl Machado

Projeto de Vida – Ensino Médio
Isa Maria Ferreira da Rosa Guará e Maria Elizabeth Seidl Machado

Protagonismo Juvenil
Daniele Próspero e Rayssa Winnie da Silva Aguiar

Química: atividades experimentais e investigativas
Hebe Ribeiro da Cruz Peixoto e Maria Fernanda Penteado Lamas

Robótica – Ensino Fundamental – Anos Finais
Alex de Lima Barros

Robótica – Ensino Médio
Manoel José dos Santos Sena

Tutoria e Orientação de estudos
Cristiane Cagnoto Mori, Jacqueline Peixoto Barbosa e Sandra Maria Fodra

Cadernos do Aluno

Projeto de Vida – Ensino Fundamental – Anos Finais
Pepita de Souza Figueredo e Tomás Gustavo Pedro

Projeto de Vida – Ensino Médio
Pepita de Souza Figueredo e Tomás Gustavo Pedro

Apoio
Fundação para o Desenvolvimento da Educação – FDE

• Nos cadernos de apoio ao Programa Ensino Integral são indicados *sites* para o aprofundamento de conhecimentos, como fonte de consulta dos conteúdos apresentados e como referências bibliográficas. Todos esses endereços eletrônicos foram checados. No entanto, como a internet é um meio dinâmico e sujeito a mudanças, a Secretaria da Educação do Estado de São Paulo não garante que os *sites* indicados permaneçam acessíveis ou inalterados.

• Os mapas reproduzidos no material são de autoria de terceiros e mantêm as características dos originais no que diz respeito à grafia adotada e à inclusão e composição dos elementos cartográficos (escala, legenda e rosa dos ventos).

Catalogação na Fonte: Centro de Referência em Educação Mario Covas

S239m São Paulo (Estado) Secretaria da Educação.

Matemática: atividades experimentais e investigativas; Ensino Fundamental - Anos Finais - Caderno do Professor/Secretaria da Educação; coordenação, Valéria de Souza; textos, Maria Silvia Brumatti Sentelhas. - São Paulo : SE, 2014.

48 p.

Material de apoio ao Programa Ensino Integral do Estado de São Paulo.

ISBN 978-85-7849-695-1

1. Matemática 2. Atividade prática 3. Ensino Fundamental – Anos Finais 4. Programa Ensino Integral 5. São Paulo I. Souza, Valéria de. II. Sentelhas, Maria Silvia Brumatti. III. Título.

CDU: 371.314:373.3:51(815.6)

A Secretaria da Educação do Estado de São Paulo autoriza a reprodução do conteúdo do material de sua titularidade pelas demais secretarias de educação do país, desde que mantida a integridade da obra e dos créditos, ressaltando que direitos autorais protegidos* deverão ser diretamente negociados com seus próprios titulares, sob pena de infração aos artigos da Lei nº 9.610/98.
* Constituem "direitos autorais protegidos" todas e quaisquer obras de terceiros reproduzidas no material da SEE-SP que não estejam em domínio público nos termos do artigo 41 da Lei de Direitos Autorais.

GOVERNO DO ESTADO
DE SÃO PAULO