التحضير الجيد لبكالوريا 2020

BAC 2020 Math

3As

100 تمرين في الإحتمالات
لجميع الشعب العلمية

السحب بإرجاع

السحب بدون إرجاع

السحب في آن واحد

تشكيل اللجان

الإحتمالات الشرطية

أستاذ المادة : ميلان محمد

التحضير الجيد لبكالوريا 2020

100 تمرين في الإحتمالات للتحضير الجيد لبكالوريا 2020

: ثالثة الشعب العلمية / Bac 2020 Math : / Meziane.Mohamed.20 :

التمرين 01

صندوق به 4 كرات بيضاء و 3 كرات سوداء وكرة واحدة حمراء .) كل الكرات متماثلة لا نفرق بينها باللمس أو الشكل(. نسحب على التوالي وبدون ارجاع كرتين.

أحسب احتمالات الحوادث التالية :

A : حادثة الحصول على كرتين بيضاوين.

B : حادثة الحصول على كرتين من نفس اللون.

C : حادثة الحصول على كرة بيضاء وكرة سوداء بهذا الترتيب.

D : حادثة الحصول على كرة بيضاء وكرة سوداء.

E : حادثة الحصول على الأقل كرة سوداء.

التمرين 02

يحتوي كيس على 4 كرات بيضاء تحمل الأرقام 2،1،1،0 وأربع كرات حمراء تحمل الأرقام 2،2،1،1 نسحب عشوائيا في آن واحد 3 كرات من الكيس

1) أحسب احتمال الحصول على :

أ) ثلاث كرات من نفس اللون

ب) ثلاث كرات تحمل نفس الرقم

ج) ثلاث كرات أرقامها مختلفة مثنى مثنى

2) ليكن المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل سحبة عدد الكرات المسحوبة التي تحمل الرقم 1

أ) عين قانون احتمال المتغير العشوائي X

ب) أحسب الأمل الرياضي والتباين والنحراف المعياري

التمرين 03

في ثانوية ما من 25% من التلاميذ مستواهم ضعيف في مادة الرياضيات و 15% منهم مستواهم ضعيف من مادة الفيزياء و 10% منهم مستواهم ضعيف في مادتي الرياضيات والفيزياء معا

نختار عشوائيا تلميذا واحدا من هذه الثانوية

1) إذا كان التلميذ مستواه ضعيف في مادة الفيزياء فما هو احتمال أن يكون مستواه ضعيف أيضا في مادة الرياضيات

2) إذا كان التلميذ مستواه ضعيف في مادة الرياضيات فما هو احتمال أن يكون مستواه ضعيف أيضا في مادة الفيزياء

3) ماهو احتمال أن يكون هذا التلميذ مستواه ضعيف في مادة الفيزياء او مادة الرياضيات

التمرين 04

يحتوي كيس على 18 كرة منها 4 حمراء مرقمة من 1 إلى 4 و 6 كرات مرقمة من 1 إلى 6 و 8 كرات خضراء مرقمة من 1 إلى 8

1) نسحب من هذا الكيس 3 كرات في آن واحد ماهو عدد الحالات التي نحصل فيها على:

أ) 3 أرقام فردية

ب) كرة حمراء على الأقل

ج) كرة واحدة فقط تحمل الرقم 4

2) نسحب من هذا الكيس 3 كرات على التوالي بحيث نعيد في كل مرة الكرة المسحوبة قبل السحب الموالي فماهو عدد الحالات التي نحصل فيها على:

أ) 3 أرقام فردية

ب) كرة حمراء على الأقل

ج) كرة واحدة فقط تحمل الرقم 4

التمرين 05

صندوق به 7 كريات منها 4 بيضاء و 3 حمراء

التجربة الأولى : نسحب عشوائيا كرية نسجل لونها ثم نعيدها إلى الصندوق ثم نسحب مرة أخرى كرة ونسجل لونها

أ) أنشيء شجرة الاحتمالات

ب) ما هو احتمال الحصول على كريتين بيضاويين

ج) ما هو احتمال الحصول على كريتين حمراويين

د) ما هو احتمال الحصول على كريتين مختلفيتين في اللون

و) تحقق من النتائج السابقة بطريقة أخرى.

التجربة الثانية : نسحب عشوائيا كرتين دون ارجاع الكرة المسحوبة

أ) أنشيء شجرة الاحتمالات

ب) ما هو احتمال الحصول على كريتين بيضاويين

ج) ما هو احتمال الحصول على كريتين حمراويين

د) ما هو احتمال الحصول على كريتين مختلفيتين في اللون

و) تحقق من النتائج السابقة بطريقة أخرى.

التمرين 06

يلعب طفل بـ20 كرية , منها 13 كرية حمراء و 7 كريات خضراء . يضع 10 كريات حمراء و 3 كريات خضراء في العلبة A , و يضع الباقي في العلبة B .

1. في أول لعبة يختار 3 كريات عشوائيا و في آن واحد من العلبة A و ينظر كم كرية حمراء ظهرت .
ليكن المتغير العشوائي X المتعلق بعدد الكرات الحمراء المسحوبة .

1) عين قانون إحتمال المتغير العشوائي X ,ثم أحسب أمله الرياضياتي $E(X)$.

2. و في اللعبة الثانية يختار الطفل إحدى العلب و يسحب منها كرة واحدة .
1) مثل هذه الوضعية بشجرة الإحتمالات .
2) أحسب إحنمال أن تكون الكرة المسحوبة حمراء .
3) علما أن الطفل سحب كرة حمراء , ما إحتمال أن تكون من العلبة A .

التمرين 07

وحدة إنتاجية مكونة من 38 شخصا نريد تشكيل لجنة تسيير مكونة من رئيس ونائب رئيس ونائب عام.
1) ماهو عدد اللجان المختلفة التي يمكن تشكيلها.
2) إذاعلمت أن الوحدة تظم 20 رجلا و 18 امرأة
أ) ماهو عدد اللجان التي يمكن تشكيلها إذا كان الرئيس رجل ونائب الرئيس امرأة.
ب) ماهو عدد اللجان التي يمكن تشكيلها إذا كان النائب العام امرأة.

التمرين 08

كيس يحتوي على 8 كرات منها 4 أربع حمراء و 3 كرات خضراء وكرة واحدة بيضاء ، نسحب عشوائيا وفي آن واحد 3 كرات من الكيس.
1) أ) ماهو عدد الحالات الممكنة.
ب) أحسب الاحتمالات التالية :
A : 3 كرات من نفس اللون
B : كرة واحدة على الأقل حمراء.
C : كرتين على الأكثر حمراء
2) نسمي X المتغير العشوائي الذي يرفق عدد الألوان المحصل عليها
أ) ماهي قيم X.
ب) أحسب الإحتمالات التالية: $P(X=1)$ و $P(X=2)$ ثم استنتج $P(X=2)$
ج) أحسب الأمل الرياضياتي، التباين ثم الانحراف المعياري

التمرين 09

يحتوي كيس على 5 كريات تحمل الرقم 10 و 3 كريات تحمل الرقم 15 نسحب عشوائيا كرتين
ليكن X المتغير العشوائي الذي مجموع الرقمين المتحصل عليهما
1) عرف قانون احتمال للمتغير العشوائي X
2) أحسب الأمل الرياضياتي $E(X)$ ثم احسب التباين $V(X)$
3) اوجد $E(X) \succ 25$

التمرين 10

يتكون القسم من 20 تلميذا, محمد تلميذ من هذا القسم

1) نريد اختيار تلميذين من هذا القسم (أي عدد اللجان ذات تلميذين والتي يمكن تشكيلها من بين تلاميذ القسم كلهم.
أحسب a عدد الطرائق الممكنة.

2) نريد اختيار تلميذين من القسم شريطة ألا يكون احدهما محمد
أحسب b عدد الطرائق الممكنة في هذه الحالة.

3) نريد اختيار تلميذين من القسم شريطة أن يكون احدهما محمد
أحسب c عدد الطرائق الممكنة في هذه الحالة.

4) جد علاقة بين a و b و c

التمرين 11

تحتوي علبة على 10 قريصات لا يمكن التفريق بينها باللمس، من بينها 6 حمراء اللون تحمل الأرقام 1،2،2،4،6،8 والبقية بيضاء اللون تحمل الأرقام 1،3،5،5

نسحب 3 قريصات من هذه العلبة واحد تلو الأخرى دون ارجاع

1) أنشيء شجرة الاحتمالات المناسبة لذلك

2)أ) ما هو احتمال الحصول على3 قريصات من نفس اللون

ب) ما هو احتمال الحصول على 3 قريصات بلونين مختلفين

ج) ما هو احتمال الحصول على 3 قريصات تحمل 3 أرقام مجموعها يساوي 15

د) ماهو احتمال الحصول على 3 قريصات مجموعها يساوي 15 علما ان من نفس اللون.

التمرين 12

يحتوي صندوق على 4 قريصات بيضاء و n قريصة سوداء بحيث $(n \geq 3)$ نعتبر أن جميع السحبات متساوية الإحتمال.

1) نسحب قريصتين في آن واحد وبلا اختيار

نعتبر ان سحب قريصة بيضاء يعطي ربح 3 نقاط وسحب قريصة سوداء يعطي ربح نقطتين، وليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب مجموع ربحي القريصتين المسحوبتين

أ) عرف قانون احتمال للمتغير العشوائي X

ب) أحسب بدلالة n الأمل الرياضياتي $E(X)$

ج) كيف يمكن اختيار العدد الطبيعي n للقريصات السوداء حتى يكون $E(X) = \frac{24}{4}$

2) نسحب الآن 3 قريصات على التوالي بحيث تعاد القريصة المسحوبة عند كل سحبة

أحسب احتمال الحوادث التالية :

أ) سحب قريصات كلها من نفس اللون

ب) سحب قريصة واحدة بيضاء اللون

ج) سحب قريصتين من اللونين

التمرين 13

يحتوي وعاء على n كرية بيضاء(n عدد طبيعي حيث $n \geq 2$) و5 كريات حمراء و3 كريات خضراء (الكريات لانفرق بينها باللمس), نسحب عشوائيا كريتين في آن واحد.

1) ما هو احتمال الحصول على كريتين بيضاوين .

2) نرمز بـ $P(n)$ إلى احتمال الحصول على كريتين من نفس اللون .

أ) أثبت أن : $P(n) = \dfrac{n^2 - n + 26}{(n+7)(n+8)}$

ب) أحسب $\lim\limits_{n \to +\infty} P(n)$. فسر النتيجة .

3) نضع في ما يلي : $n = 4$

يقوم لاعب بسحب كريتين في آن واحد ثم يرجعها الى الوعاء و يسحب كريتين أخريين من الوعاء . مقابل إجراء هذين السحبين يدفع اللاعب مبلغ قدره 30 دينار ومن أجل كل سحب يتحصل على 40 دينار إن كانت الكريتان من نفس اللون ، و يتحصل على 5 دينار فقط إذا كانتا من لونين مختلفين .

نسمي ربحا لهذا اللاعب الفارق بين مجموع ما يتحصل عليه من السحبين و المبلغ الذي دفعه مسبقا (يمكن أن يكون الربح موجبا أو سالبا).

ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحبين ربح هذا اللاعب .

أ) عين قيم للمتغير العشوائي X .

ب) عين قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X .

ج) أحسب الأمل الرياضياتي للمتغير العشوائي X .

التمرين 14

كيس يحوي 9 كريات لا نفرق بينها باللمس موزعة كما يلي :

أربع كريات بيضاء مرقمة ب : 0 ، 0 ، 1 ، 1 و ثلاث كريات حمراء مرقمة ب : -1 ، 1 ، 1 ، و كريتان خضراوان مرقمتان ب : 1 -1 .

نسحب عشوائيا ثلاث كريات في آن واحد .

1) أحسب إحتمال الأحداث التالية :

A : " الحصول على ثلاث كريات تحمل الألوان الثلاثة " .

B : " الحصول على كرية حمراء على الأكثر " .

C : " الحصول على ثلاث كريات جداء أرقامها معدوم " .

2) ليكن X المتغيّر العشوائي الذي يرفق بكل نتيجة سحب مجموع الأرقام المسجلة على الكريات المسحوبة .

أ) عيّن قيم المتغيّر العشوائي X ثم عرّف قانون إحتماله .

ب) أحسب الأمل الرياضياتي $\mathbb{E}(X)$ للمتغيّر العشوائي X .

ج) أحسب $P(e^{X^2-2X} \leqslant 1)$.

التمرين 15

صندوق A يحتوي على4 كريات حمراء و 6 كريات سوداء و صندوق B يحتوي على كرية واحدة حمراء و 9 كريات سوداء حيث كل الكريات متساوية الاحتمال .

يرمي لاعب زهرة نرد غير مزيفة و مرقمة من 1 إلى 6 مرة واحدة في الهواء .

ــ إذا تحصل على الرقم1 يسحب كرية واحدة من الصندوق A .

ــ إذا لم يتحصل على الرقم1 فيسحب كرية واحدة من الصندوقB .

1. شكل شجرة الاحتمالات لهذه التجربة .
2. نسمي R الحادثة : "الحصول على كرية حمراء" بين أن $P(R) = 0,15$
3. تحصل اللاعب على كرية حمراء ، بين أن احتمال أن تكون من الصندوق A أكبر أو تساوي من احتمال أن تكون من الصندوق B.

II) اللاعب يكرر هذه اللعبة مرتين (اللعبة المنصوص عليها في الجزء في نفس الشروط المتماثلة و المستقلة عن بعضها بمعنى يعيد الصندوقين إلى تعدادها الأول بعد اللعبة الأولى)

ليكن x عدد طبيعي غير معدوم ، بعد اللعبتين يتحصل اللاعب على x نقطة عن كل كرية حمراء و يخسر نقطتين عن كل كرية سوداء .

نرمز بـ Y إلى المتغير العشوائي الذي يساوي مجموع النقاط المحصل عليها بعد اللعبتين .

1. حدد القيم التي يأخذها المتغير العشوائي Y
2. أوجد قانون الاحتمال و أحسب الأمل الرياضياتي للمتغير العشوائي Yبدلالة x
3. ما هي أصغر قيمة لـ x حتى تكون اللعبة مربحة

التمرين 16

يحتوي كيس على 9 كريات منها : ثلاث حمراء تحمل الأرقام $-1;0;1$ و أربعة بيضاء تحمل الأرقام $-1;0;1;1$ و كرتين خضراء تحمل الأرقام $-1;0$.

نسحب عشوائيا و في آن واحد ثلاث كرات من الكيس.

1) نعتبر الحوادث : A : "سحب ثلاث كرات من نفس اللون " B : "سحب ثلاث كرات مجموعهم منعدم ".

C : "سحب ثلاث كرات جداؤهما عدد سالب ".

أ) أحسب إحتمال كل حادثة من الحوادث : A و B ,هل الحادثتان $A \cap B$ مستقلتان ؟

ب) علما أن الكرات المسحوبة جداؤهما عدد سالب ما إحتمال أن تكون من نفس اللون ؟

2) ليكن المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل سحب العدد الأصغر من بين الأعداد المسحوبة.

أ) أعط قانون الإحتمال للمتغير العشوائي X.

ب) أحسب الأمل الرياضياتي $\mathbb{E}(X)$ للمتغير العشوائي X.

ج) أحسب $P(e^x - 1 \leqslant 0)$.

التمرين 17

نرمي قطعة نقود متوازنة ذات الوجه F وظهر P أربع مرات متتالية ، نعتبر الحوادث التالية :

A: " الحصول على 4 أوجه " ، B: " الحصول على وجهين وظهرين "

C: " الحصول على 3 أوجه وظهر "

1. باستعمال مخطط بالشجرة وضح جميع الحالات الممكنة .
2. احسب احتمال الحوادث A ، B و C .
3. ليكن X المتغيّر العشوائي الذي يرفق بكل رمية رتبة آخر ظهر متحصل عليه .

(ا) عيّن قانون الإحتمال للمتغيّر العشوائي X

(ب) احسب الأمل الرياضي للمتغيّر العشوائي X .

التمرين 18

في مركز أبحاث يراد تشكيل لجنة تضم 4 أعضاء مختارين من بين 6 باحثين و 4 باحثات.

1) ماهو عدد اللجان التي يمكن تشكيلها

2) ماهو عدد اللجان التي يمكن تشكيلها في الظروف التالية :

أ) الأعضاء الأربعة المختارين باحثات

ب) من بين الأعضاء المختارين توجد باحثة واحدة فقط

ج) من بين الأعضاء المختارين توجد على الأقل باحثة

د) من بين الأعضاء المختارين يوجد على الأكثر باحثان

التمرين 19

يحتوي صندوق U_1 ،على 06 كريات بيضاء و 03 كريات سوداء و02 كريات حمراء .

نسحب بطريقة عشوائية ثلاث كريات في آن واحد من هذا الكيس.

ليكن Xالمتغير العشوائي الذي يربط كل سحبة بعدد الألوان التي تحملها الكريات الثلاث المسحوبة .

1. أحسب $P(X=3)$ و $P(X=2)$.
2. يحتوي صندوق آخر U_2 على 02 كريات بيضاء وكرية سوداء . نضع الكريات الثلاثة المسحوبة من U_1 في الصندوق U_2 ثم نسحب عشوائيا كريتين في آن واحد من U_2 .

ـ أحسب احتمال أن تكون الكريتان المسحوبتان من U_2 بيضاوين علما أن الكريات الثلاثة المسحوبة من الصندوق U_1 لها نفس اللون .

التمرين 20

يحتوي كيس على 12 كرية منها 5 بيضاء . نسحب من هذا الكيس 3 كريات في آن واحد (كل السحبات لها نفس الاحتمال) ونعتبر أن سحب كرية بيضاء يعطي ربحا قدره m دينارا وأن سحب كرية غير بيضاء يعطي خسارة قدرها 100 دينار و ليكن المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل سحب الربح الجبري المحصل عليه.

1. عين قانون احتمال المتغير العشوائي X ثم احسب أمله الرياضياتي .
2. عين قيمة العدد m حتى تكون اللعبة عادلة.
3. نفرض أن $m = 140$ ، احسب احتمال الحادثة $X > 100$.

التمرين 21

يحتوي كيس على 4 كريات تحمل الرقم1 و كريتين تحملان الرقم2لا نفرق بينها عند اللمس
نسحب و بدون إرجاع 3 كريات على التوالي من هذا الكيس .

1. أحسب احتمال الحادثة A: الحصول على ثلاث كريات مجموع ارقامها يساوي 4 .
2. ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب لثلاث كريات مجموع أرقام هذه الكريات .
   أ) عين قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X .
   ب) أحسب الأمل الرياضياتي للمتغير العشوائي X و أحسب انحرافه المعياري .

التمرين 22

يحتوي كيس على09 كريات متماثلة لا نفرق بينها في اللمس ، منها 4 كريات بيضاء نرمز لها بالرمز B تحمل الأرقام 3 ، 2 3 ، 1 و 05 كريات حمراء نرمز لها بالرمز R تحمل الارقام 3 ، 3 ، 2 ، 2 ، 1.
نسحب عشوائيا من هذا الكيس كريتين على التوالي مع إرجاع الكرية المسحوبة قبل سحب الكرية الثانية .

1. شكل شجرة الاحتمالات التي تنمذج هذه الوضعية .
2. أحسب احتمال كل من الحوادث التالية :
   أ) A : " الكريتان المسحوبتان بيضاوان " .
   ب) C: " إحدى الكريتين المسحوبتين فقط حمراء " .
   ج) D : " لا يظهر الرقم1 " .

التمرين 23

اختارت مجلة عشرة كتب مختلفة مثنى مثنى ومكونة من : 4 كتب في الرواية , 4 كتب في العلوم , وكتابان في التاريخ , وقررت إعداد لائحة تتضمن ترتيبا لعناوين ثلاث كتب من بين العشرة وذلك عن طريق القرعة (سحب ثلاثة عناوين واحدا تلو الاخر بدون إرجاع من بين الكتب العشرة) .

1. بين أن عدد اللوائح الممكنة هو : 720

2. احسب احتمال كلا من الحدثين :

A : " الحصول على لائحة يكون أولها عنوان كتاب للتاريخ "

B : " الحصول على لائحة لاتتضمن أي عنوان لكتاب في التاريخ "

3. نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق كل لائحة بعدد عناوين كتب التاريخ التي تتضمنها

أ) - ماهي القيم التي يأخذها المتغير العشوائي X

ب) - أعط قانون احتمال المتغير العشوائي X , ثم أحسب امله الرياضياتي

التمرين 24

تتكون باقة ورد من أربع وردات حمراء وثلاث وردات بيضات ووردتين لونهما أصفر

I)- نختار عشوائيا وفي آن واحد ثلاث وردات من هذه الباقة .

ليكن X المتغير العشوائي الذي يساوي عدد الوردات الصفراء المختارة .

1. أعط قانون احتمال المتغير العشوائي X

2. أحسب $E(X)$ الأمل الرياضياتي للمتغير العشوائي X .

II)- نختار على التوالي وبدون إرجاع ثلاث وردات من هذه الباقة

نعتبر الأحداث التالية :

A : " اختيار ثلاث وردات من نفس اللون "

B : " اختيار وردتين على الأقل لونهما أحمر "

1. أحسب الإحتمالات التالية : $P(A)$ $P(B)$ $P(A\cap B)$

2. علما ان الوردات المختارة من نفس اللون , ماهو احتمال أن تكون حمراء .

التمرين 25

في هذا التمرين الاسئلة 1) و 2) و 3) مستقلة فيما بينها

يحتوي كيس على 9 كريات موزعة كالتالي :

5 كريات بيضاء مرقمة من 1 إلى 5 و 4 كريات سوداء مرقمة من 1 إلى 4

1. نسحب عشوائيا وفي آن واحد كريتين من الكيس

أ) - أحسب احتمال الحدث A : " مجموع رقمي الكريتين زوجي "

ب)- ليكن الحدث B " الكريتان المسحوبتنان مختلفتا اللونين "

- أحسب الاحتمال $P_A(B)$ احتمال الحدث B علما أن الحدث A محقق

2. نسحب عشوائيا على التوالي وبدون إرجاع 3 كريات من هذا الكيس
ليكن A_k الحدث : " الحصول على k كرية سوداء من بين الكريات الثلاث المسحوبة " $(0 \leq k \leq 3)$.

أ)- أحسب احتمال الحدث A_k بدلالة k معللا جوابك .

ب) أحسب احتمال الحدث E " من بين الكريات المسحوبة توجد على الاكثر كريتان سودوان "

3. نسحب عشوائيا وفي آن واحد 3 كريات من الكيس , ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق كل سحبة ممكنة بأصغر الارقام المسجلة على الكريات الثلاث المسحوبة .

أ)- عين قيم المتغير العشوائي X .

ب)- حدد قانون احتمال المتغير العشوائي X , ثم أحسب أمله الرياضياتي .

التمرين 26

أثبتت دراسة ميدانية أن 60 % من سكان مدينة ما لايدخنون وأن 80 % من بين السكان غير الدخنين يمارسون الرياضة , بينما 30% فقط من بين السكان المدخنين يمارسون الرياضة .
تقدم شخص من سكان هذه المدينة إلى أحد الأطباء

1. حدد احتمال أن يكون هذا الشخص :

أ)- مدخنا

ب)- مدخنا ويمارس الرياضة

ج)- غير مدخن ولايمارس الرياضة

2. ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق كل شخص بالعدد

0 : إذا كان يدخن ولايمارس الرياضة

1 : إذا كان يدخن ويمارس الرياضة

2 : إذا كان لايدخن ولايمارس الرياضة

3 : إذا كان لايدخن ويمارس الرياضة

أ - حدد قانون احتمال المتغير العشوائي X

ب - أحسب الأمل الرياضياتي للمتغير العشوائي X , وانحرافه المعياري .

التمرين 27

يحتوي صندوق على 4 كريات تحمل العدد a و 5 كريات تحمل العدد $(a-1)$ حيث a عدد حقيقي
(الكريات لانفرق بينها عند اللمس) .
نسحب عشوائيا وفي آن واحد 3 كريات من الصندوق

1. أحسب احتمال الأحداث التالية :

A : " سحب 3 كريات تحمل نفس العدد "

B : " سحب كريتين بالضبط تحمل نفس العدد "

2. ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق كل سحبة بمجموع الأرقام المسجلة على الكريات المسحوبة

أ) - حدد القيم التي يأخذها المتغير العشوائي X

ب) - حدد قانون احتمال المتغير العشوائي X

ج) - أحسب الأمل الرياضياتي بدلالة a , ثم حدد قيمة a حتى تكون اللعبة عادلة .

التمرين 28

✍ يحتوي صندوق على خمس كرات بيضاء مرقمة بـ 1، 0،1، 1 ،1- ، وخمس كرات سوداء مرقمة بـ 1،1، 0 ، 0 ،1-
(كل الكرات لا نفرق بينها عند اللمس) ، نسحب عشوائيا من الصندوق ثلاث كرات في آن واحد .

1) أحسب احتمال كل حادثة من الأحداث التالية : A" الحصول على كرة واحدة بيضاء"

B " الحصول على كرة واحدة بيضاء على الأقل " C" الحصول على ثلاث كرات من نفس اللون"

D " الحصول على اللونين الأبيض و الأسود " E" مجموع أرقام الكرات المسحوبة يساوي 0"

2) بين أن : $P(C \cap E) = \frac{7}{120}$.

3) إذا كان مجموع أرقام الكرات المسحوبة يساوي 0 ما هو إحتمال أن تكون الكرات الثلاث من نفس اللون .

✍ ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب مجموع أرقام الكرات الثلاث المسحوبة .

1) ما هي القيم الممكنة للمتغير العشوائي X .

2) عرف قانون احتمال المتغير العشوائي X ، ثم احسب أمله الرياضياتي $\mathbb{E}(X)$.

التمرين 29

يحتوي كيس على 3 كريات بيضاء و 4 كريات سوداء لانفرق بينها باللمس
نجري سلسلة من السحبات : في كل سحبة نأخذ كرية عشوائيا من الكيس , إذا كانت سوداء نتوقف عن السحب وإذا كانت بيضاء لانعيدها إلى الكيس ونسحب كرية أخرى وهكذا دواليك .

1. أ)- أحسب احتمال الحدثين : A : " الكرية المسحوبة الأولى سوداء "

B : " الكرية المسحوبة في المرة الثانية سوداء "

ب)- استنتج حساب الإحتمال لكي لانجري السحبة الثالثة .

2. ليكن X المتغير العشوائي الذي يساوي عدد السحبات التي أجريناها

- أعط قانون احتمال المتغير العشوائي X , ثم أحسب أمله الرياضياتي .

يتكون المكتب الإداري لإحدى الجمعيات من سبعة رجال وثلاث نساء , أربعة من بين الرجال وامرأتان من بين النساء سنهم ثلاثون سنة فما فوق .

نختار عشوائيا وفي آن واحد ثلاثة أفراد من هذا المكتب لتمثيل الجمعية في مهمة ما .

نعتبر الحدثين التاليين : A : " اختيار رجلين وامرأة "

B : " اختيار ثلاثة أشخاص سنهم أقل من ثلاثين سنة "

أ)- أحسب احتمال الحدث A

ب)- أحسب احتمال الحدث A

ج)- هل الحدثان A و B مستقلان ؟

التمرين 30

✍ يحتوي صندوق على تسع كريات ,منها أربع حمراء مرقمة من 1 إلى 4 و خمس بيضاء مرقمة من 5 إلى 9.

جميع الكرات لا نميز بينهما باللمس.

1) نسحب عشوائيا و على التوالي ثلاث كريات دون إرجاع ,و نشكل هكذا عددا ذا ثلاثة أرقام .الكؤية الأولى نسجل بها رقم المئات و الكرية الثانية نسجل بها رقم العشرات و الكرية الثالثة نسجل بها رقم الآحاد.

أ) أحسب إحتمال الحدثين التاليين : A :"العدد المحصل عليه أصغر تماما من 300"

B :"العدد المحصل عليه زوجي".

ب) أحسب إحتمال أن يكون العدد المحصل عليه أصغر تماما من 300 علما أنه زوجي ,هل الحدثين A و B مستقلان ؟

2) نسحب عشوائيا و في آن واحد ثلاث كريات ,ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل إمكانية سحب عدد الكريات البيضاء المحصل عليها.

أ) عين قانون الإحتمال للمتغير العشوائي X.

ب) أحسب $\mathbb{E}(X)$ الأمل الرياضياتي للمتغير العشوائي X.

التمرين 31

نرمي زهرة نرد متوازنة ذات 6 أوجه مرقمة من 1 إلى 6 المرة الأولى ونسجل الرقم α ثم نرميها ثانية ونسجل الرقم β

1. أحسب احتمال الأحداث التالية :

A : " الرقمان α و β يحققان المساواة $2\alpha+1=\beta$.

B : " الرقمان α و β يحققان المتباينة $|\alpha-\beta|<1$

C : " الرقمان α و β يحققان المتباينة $|\alpha-\beta|>5$.

2. X هو المتغير العشوائي الذي يرفق كل رميتين بالعدد $|\alpha-\beta|$

أ)- ماهي قيم X الممكنة ؟

ب)- عين قانون احتمال المتغير العشوائي X ثم أحسب أمله الرياضياتي.

3. نكتب الآن بالرقمين α و β المعادلة (E) حيث : $(E): x^2+\alpha x+\beta=0$

ونعتبر المتغير العشوائي Y الذي يرفق بكل رميتين عدد حلول المعادلة (E)

أ)- ماهي القيم الممكنة ل Y

ب)- حدد قانون احتمال المتغير العشوائي Y ثم أحسب أمله الرياضياتي .

التمرين 32

✍ يحتوي كيس على كرتين صفراء و كرتين خضراء و ثلاث كرات سوداء لا نفرق بينهما باللمس.

✍ يسحب اللاعب من الكيس كرتين على التوالي بدون إرجاع و يربح ثلاث نقاط عند سحب كرية سوداء و نقطة واحدة عند سحب كرية صفراء و يخسر نقطة واحدة عند سحب كرية خضراء.

✍ نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل سحب جداء الربح المحصل عليه عند كل سحبة.

1. عين مجموعة الإمكانيات Ω .
2. عين قيم المتغير العشوائي X .
3. عرف قانون الإحتمال للمتغير العشوائي X .
4. أحسب الأمل الرياضياتي , التباين و الإنحراف المعياري للمتغير العشوائي X .

التمرين 33

✍ نرمي حجري نرد متزنين وجوههما مرقمة من 1 إلى 6 .

لتكن المجموعة Ω هي مجموعة الثنائيات (x,y) مع $1\le x\le 6$ و $1\le y\le 6$, نعرف عليها قانون متساوي الإحتمال و ليكن المتغير العشوائي X المعرف على Ω و الذي يرفق بكل ثنائية (x,y) العدد الحقيقي $(x-y)^2$.

1. ما هو عدد الإمكانيات للمجموعة Ω ؟
2. ما هي قيم المتغير العشوائي X ؟
3. عرف قانون الإحتمال للمتغير العشوائي X .
4. أحسب الأمل الرياضياتي , التباين و الإنحراف المعياري للمتغير العشوائي X .

التمرين 34

يحتوي كيس على ست كرات حمراء ,أربعة منها تحمل الرقم 1 و إثنتان تحملان الرقم 2 .و ثمان كرات خضراء ,خمسة منها تحمل الرقم 1 و ثلاثة تحمل الرقم 2 .نسحب كرتين في آن واحد من الكيس .

نفترض أن جميع الكرات غير قابلة للتمييز بينهما باللمس .

ليكن الحدثان : A " سحب كرتين من نفس اللون" و B " سحب كرتين تحملان نفس الرقم" .

1) بين أن $P(A) = \frac{43}{91}$.

2) أحسب $P(B)$.

3) علما أن الكرتين المسحوبتين من نفس اللون , ما هو إحتمال أن تحملا نفس الرقم .

4) هل الحدثان A و B مستقلان ؟ برر جوابك .

5) نعتبر المتغير العشوائي X الذي يساوي عدد الكرات الحمراء المسحوبة .

أ) حدد قيم المتغير العشوائي X .

ب) حدد قانون الإحتمال للمتغير العشوائي X .

ج) أحسب الأمل الريضياتي و التباين و الإنحراف المعياري للمتغير العشوائي X .

التمرين 35

يحتوي كيس على 12 قريصة ,منها ثلاثة حمراء تحمل الحروف A,F,G و خمسة خضراء تحمل الحروف C,C,B,A,A و البقية بيضاء تحمل الحروف C,C,B,B

نسحب عشوائيا ثلاث قريصات في آن واحد

أحسب p_1 إحتمال ظهور الألوان الثلاثة

أحسب p_2 إحتمال الحصول على كلمة BAC

أحسب p_3 إحتمال الحصول على كلمة BAC بألوان العلم الوطني

إستنتج إحتمال الحصول على الألوان الثلاثة مع العلم أنها تحمل كلمة BAC

ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحبة عدد مرات ظهور اللون الأخضر

عين قانون الإحتمال للمتغير العشوائي X

أحسب الإنحراف المعياري$\sigma(X)$ للمتغير العشوائي X

التمرين 36

يحتوي صندوق U_1 على أربع كرات بيضاء و ثلاث كرات سوداء و كرتين حمراوين ,نسحب عشوائيا و في آن واحد ثلاث كرات من الصندوق U_1

لا يمكن التمييز بينها باللمس .

1) أحسب إحتمالات الحوادث التالية :

A"سحب كرتين سوداوين و كرة حمراء"

B"سحب ثلاث كرات من نفس اللون"

C"سحب كرة بيضاء على الأقل"
2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يربط كل سحبة بعدد الألوان التي تحملها الكرات الثلاث المسحوبة.
أحسب إحتمال كل من الحدثين : $(X=3)$ و $(X=2)$.
3) نعتبر صندوقا آخر U_2 يحتوي على كرتين بيضاوين و كرة سوداء .
نضع الكرات الثلاث المسحوبة من U_1 في الصندوق U_2 ثم نسحب عشوائيا و في آن واحد كرتين من U_2 .
ما إحتمال أن تكون الكرتان المسحوبتان من U_2 بيضاوين علما أن الكرات الثلاث المسحوبة من الصندوق U_1 لها نفس اللون .

التمرين 37

نسحب بالتتابع و بإرجاع 3 كرات من كيس يحتوي على خمس كرات حمراء و ثلاث كرات بيضاء و كرتين سوداوين.
1) أحسب إحتمال الحوادث التالية :
A "الكرات الثلاث اها نفس اللون"
B "كرة من كل لون"
C "الحصول على الأقل كرتين حمراوين".

التمرين 38

يحتوي صندوق على ثلاث كرات بيضاء و كرتين حمراوين و كرة خضراء.
نسحب بالتتابع و بدون إرجاع ثلاث كرات من الصندوق ,ليكن X المتغير العشوائي الذي يربط كل سحبة بعدد الكرات البيضاء المتبقية في الصندوق.
1) حدد قانون الإحتمال للمتغير العشوائي X.
2) أحسب الأمل الرياضياتي $\mathbb{E}(X)$.

التمرين 39

يحتوي صندوق على ست كرات حمراء و ثلاث كرات خضراء (لا يمكن التمييز بين الكرات باللمس).
1) نسحب عشوائيا و في آن واحد ثلاث كرات من الصندوق .
أ) أحسب إحتمال الحصول على كرتين حمراوين و كرة خضراء .
ب) بين أن إحتمال الحصول على كرة خضراء واحدة على الأقل هو : $\frac{16}{21}$.
2) نعتبر في هذا السؤال التجربة التالية : نسحب عشوائيا و بالتتابع و بدون إرجاع ثلاث كرات من الصندوق ,أحسب إحتمال الحصول على ثلاث كرات حمراء.

التمرين 40

يحتوي كيس على 9 قريصات : أربع قريصات بيضاء و ثلاث قريصات سوداء و قريصتين خضراوين.(لا يمكن التمييز بين القريصات باللمس).

نسحب عشوائيا و في آن واحد ثلاث قريصات من الكيس .

1) نعتبر الحدثين : A"الحصول على ثلاث قريصات من نفس اللون" و الحدث B"الحصول على ثلاث قريصات مختلفة اللون مثنى مثنى".

بين أن : $P(A)=\frac{5}{84}$ و $P(B)=\frac{2}{7}$.

2) ليكن المتغير العشوائي X الذي يساوي عدد القريصات السوداء المسحوبة .

أ) تحقق من أن القيم التي يأخذها المتغير العشوائي X هي : $3,2,1,0$.

ب) بين أن : $P(X=2)=\frac{3}{14}$ و $P(X=1)=\frac{15}{28}$.

ج)أعط قانون الإحتمال للمتغير العشوائي X.

التمرين 41

لتحديد سؤالي إختبار شفوي خاص بمسابقة التوظيف ,يسحب المترشح عشوائيا بالتتابع و بدون إرجاع بطاقتين من صندوق يحتوي على 10 بطاقات : ثمان بطاقات تتعلق بمادة الرياضيات و بطاقتان تتعلقان بمادة اللغة الفرنسية.

(لا يمكن التمييز بين البطاقات باللمس).

1) نعتبر الحدث : A"سحب بطاقتين تتعلقان بمادة اللغة الفرنسية" و الحدث :B"سحب بطاقتين تتعلقان بمادتين مختلفتين".

بين أن : $P(A)=\frac{1}{45}$ و $P(B)=\frac{16}{45}$.

2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يربط كل سحبة بعدد البطاقات المسحوبة التي تتعلق بمادة اللغة الفرنسية.

أ) تحقق من أن القيم التي يأخذها المتغير العشوائي X هي : $2,1,0$.

ب) بين أن : $P(X=0)=\frac{28}{45}$,ثم أعط قانون الإحتمال للمتغير العشوائي X.

التمرين 42

يحتوي كيس على تسع كرات غير قابلة للتمييز بينها باللمس ,ثلاث منها حمراء و أربع خضراء و كرتان لونهما أبيض .

نسحب عشوائيا كرتين بالتتابع و بدون إرجاع .

1) بين أن عدد حالات السحب الممكنة هي 72 .

2) نعتبر الحدثين A و B التاليين : A"سحب كرة بيضاء في المرة الأولى" و B"سحب كرتين من نفس اللون".

أ) بين أن : $P(A)=\frac{2}{9}$.

ب) أحسب إحتمال الحدث B ,ثم إستنتج أن $P(\overline{B})=\frac{13}{18}$ ($\overline{B}$ هو الحدث المضاد للحدث B).

3) علما أن الكرة المسحوبة في المرة الأولى بيضاء.أحسب إحتمال سحب كرتين من لونين مختلفين.

4) ليكن X المتغير العشوائي الذي يساوي عدد الكرات البيضاء المسحوبة.

أنقل جدول قانون الإحتمال لـ X ثم إملأه معللا جوابك

X	0	1	2
$P(X=x_i)$			

التمرين 43

يحتوي صندوق U_1 على 7 كرات : أربع حمراء و ثلاث كرات خضراء
و يحتوي صندوق U_2 على 5 كرات : ثلاث كرات حمراء و كرتين خضراوان.
(لا يمكن التمييز بين الكرات باللمس).
1) نعتبر التجربة التالية :نسحب عشوائيا و في آن واحد ثلاث كرات من الصندوق U_1.
ليكن الحدث A :"الحصول على كرة حمراء واحدة وكرتين خضراوين".
و الحدث B "الحصول على ثلاث كرات من نفس اللون".
بين أن : $P(A)=\frac{12}{35}$ و $P(B)=\frac{1}{7}$.
2) نعتبر التجربة التالية : نسحب عشوائيا و في آن واحد كرتين من الصندوق U_1 ثم نسحب كرة واحدة من الصندوق U_2.
ليكن الحدث C "الحصول على ثلاث كرات حمراء".
بين أن : $P(C)=\frac{6}{35}$.

التمرين 44

يحتوي صندوق على 5 قريصات :قريصتان بيضاء و قريصتان خضراء و قريصة واحدة حمراء (لا يمكن التمييز بينهما باللمس).
نسحب عشوائيا بالتتابع و بإرجاع ثلاث قريصات من الصندوق.
1) ليكن الحدث : A "القريصات الثلاث المسحوبة من نفس اللون".
بين أن : $P(A)=\frac{17}{125}$.
2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يساوي عدد القريصات البيضاء المسحوبة.
حدد قااون الإحتمال للمتغير العشوائي X.

التمرين 45

يحتوي كيس على ثمان كرات غير قابلة للتمييز باللمس,ثلاثة منها خضراء و خمسة منها حمراء.
نسحب من الكيس و في آن واحد كرتين.
1) بين أن عدد حالات السحب الممكنة هو 28.
2) نعتبر الحدثين A ; B التاليين :
A"الكرتان المسحوبتان لهما نفس اللون"
B"الكرتان المسحوبتان مختلفتا اللون"
أ) بين أن : $P(A)=\frac{13}{28}$
ب) أحسب إحتمال الحدث B
3) ليكن X المتغير العشوائي الذي يساوي عدد الكرات الخضراء المسحوبة.
أ) بين أن : $P(X=0)=\frac{10}{28}$
ب) أتمم ملأ الجدول أسفله بعد نقله معللا جوابك.

X	0	1	2
$P(X=x_i)$	$\frac{10}{28}$		

ج) أحسب $\mathbb{E}(X)$ الأمل الرياضياتي للمتغير العشوائي X

التمرين 46

يحتوي صندوق على ثمانية كرات :3 كرات حمراء و 3 كرات خضراء و كرتين بيضاء(لا يمكن التمييز بينهما باللمس).
نسحب عشوائيا و بالتتابع و بدون إرجاع كرتين من الصندوق .

1) نعتبر الحدث A التالي : "الحصول على كرة بيضاء واحدة على الأقل"
و الحدث B التالي : "الحصول على كرتين من نفس اللون"
بين أن : $P(A)=\frac{13}{28}$ و $P(B)=\frac{1}{4}$.

2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يساوي عدد الكرات البيضاء المسحوبة.
أ) بين أن : $P(X=2)=\frac{1}{28}$

ب) حدد قانون إحتمال المتغير العشوائي X و أحسب أمله الرياضياتي $\mathbb{E}(X)$.

التمرين 47

يحتوي كيس على 11 كرة غير قابلة للتمييز باللمس ,ثلاث منها بيضاء و أربع منها خضراء و أربع منها حمراء .
نسحب عشوائيا و في آن واحد ثلاث كرات من الكيس.

1) نعتبر الأحداث التالية :
A:"الكرات الثلاث المسحوبة من نفس اللون"
B:"سحب كرة واحدة بالضبط من كل لون"
C:"الكرات الثلاث المسحوبة من لونين مختلفين"
أ) بين أن إحتمال A هو : $P(A)=\frac{3}{55}$
ب) أحسب إحتمال الحدث B
ج) إستنتج أن : $P(C)=\frac{36}{55}$

2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يساوي عدد الكرات البيضاء المسحوبة.
أ) عين قانون الإحتمال للمتغير العشوائي X
ب) أحسب $\mathbb{E}(X)$ الأمل الرياضياتي للمتغير العشوائي X.

التمرين 48

يحتوي صندوق على 10 كرات : أربع كرات حمراء و ست كرات خضراء (لا يمكن التمييز بينهما باللمس).
نسحب عشوائيا و في آن واحد كرتين من الصندوق.

1) ليكن الحدث A " الكرتان المسحوبتان حمراوان".

بين أن : $P(A)=\frac{2}{15}$

2) ليكن X المتغير العشوائي الطي يربط كل سحبة بعدد الكرات الحمراء المتبقية في الصندوق بعد سحب كرتين .

أ) بين أن مجموعة القيم التي يأخذها التغير العشوائي X هي : $X=2,3,4$.

ب) بين أن : $P(X=3)=\frac{8}{15}$,ثم حدد قانون إحتمال المتغير العشوائي X.

التمرين 49

يحتوي صندوق على ثلاث كرات بيضاء تحمل الأرقام 2,1,0 و كرتين سوداوين تحمل الأرقام 2,1 كلها غير قابلة للتمييز بينها باللمس.

نسحب عشوائيا بالتتابع و بدون إرجاع كرتين من الصندوق .

1) نعتبر الحدثين A و B التاليين :

A:"الكرتان المسحوبتان تحملان الرقم 1"

B:"سحب كرة بيضاء في المرة الأولى"

أ) بين أن : $P(A)=\frac{1}{10}$

ب) أحسب إحتمال الحدث B و بين أن $P(A\cap B)=\frac{1}{20}$

ج) هل الحدثان A و B مستقلان ؟ علل جوابك.

2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يساوي جداء العددين اللذين تحملهما الكرتان المسحوبتان.

أ) عين قيم المتغير العشوائي X

ب) عين قانون الإحتمال للمتغير العشوائي X

ج) أحسب $\mathbb{E}(X)$ الأمل الرياضياتي للمتغير العشوائي X.

التمرين 50

يحتوي صندوق على 10 كرات لا يمكن التمييز بينها باللمس.

خمس كرات بيضاء و ثلاث كرات حمراء و كرتين خضراء ,نسحب عشوائيا و في آن واحد أربع كرات من الصندوق.

1) نعتبر الحدث A : من بين الكرات الأربع المسحوبة توجد كرة واحدة خضراء فقط.

و الحدث B : من بين الكرات الأربع المسحوبة توجد بالضبط ثلاث كرات من نفس اللون.

بين أن : $P(A)=\frac{8}{15}$ و $P(B)=\frac{19}{70}$.

2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يربط كل سحبة بعدد الكرات الخضراء المسحوبة.

أ) بين أن : $P(X=2)=\frac{2}{15}$

ب) حدد قانون إحتمال المتغير العشوائي X و بين أن الأمل الرياضياتي $\mathbb{E}(X)$ يساوي $\frac{4}{5}$.

التمرين 51

يحتوي صندوق على ثمانية كرات لا يمكن التمييز بينها باللمس و تحمل الأرقام 4,2,2,2,2,1,0,0
نسحب عشوائيا و في آن واحد ثلاث كرات من الصندوق
1) نعتبر الحدث A : من بين الكرات الثلاث المسحوبة لا توجد أي كرة تحمل الرقم 0.
و الحدث B : جداء الأرقام التي تحملها الكرات الثلاث المسحوبة يساوي 8.
بين أن : $P(A)=\frac{5}{14}$ و $P(B)=\frac{1}{7}$.
2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يربط كل سحبة بجداء الأرقام التي تحملها الكرات الثلاث المسحوبة.
أ) بين أن : $P(X=16)=\frac{3}{28}$
ب) الجدول التاي يتعلق بقانون الإحتمال للمتغير العشوائي X أتمم ملأ الجدول أسفله بعد نقله معللا جوابك.

X	0	4	8	16
$P(X=x_i)$				$\frac{3}{28}$

التمرين 52

يحتوي كيس على تسع كرات غير قابلة للتمييز بينها باللمس تحمل الأرقام 2,2,2,1,1,1,1,0,0,
نسحب عشوائيا و في آن واحد كرتين من الكيس
1) بين أن عدد حالات السحب الممكنة هو 36.
2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يساوي مجموع الأرقام التي تحملها الكرتان المسحوبتان.
أ) بين أن : $P(X=0)=\frac{12}{36}$
ب) أتمم ملأ الجدول أسفله بعد نقله معللا جوابك.

X	0	1	2	3	4
$P(X=x_i)$			$\frac{12}{36}$		

ج) أحسب $\mathbb{E}(X)$ الأمل الرياضياتي للمتغير العشوائي X.

التمرين 53

يحتوي صندوق على ثلاث كرات سوداء و أربع كرات بيضاء و كرة واحدة صفراء.
نسحب عشوائيا بالتتابع و بدون إرجاع ثلاث كرات من الصندوق(لا يمكن التمييز بينهما باللمس).
1) أحسب إحتمال الحوادث التالية:
A"سحب كرة من كل لون"
B"سحب ثلاث كرات من نفس اللون"
C"سحب لونين فقط"
D"سحب الكرة الصفراء فقط"
2) أحسب إحتمال الحصول على لونين فقط علما أن الكرة الصفراء سحبت.

التمرين 54

يحتوي صندوق على 4 قريصات حمراء,3قريصات بيضاء و قريصتين صفراوين نسحب عشوائيا من الصندوق ثلاث قريصات في آن واحد.

1) أحسب عدد الحالات الممكنة لهذا السحب.

2) أحسب إحتمال كل حادثة من الحوادث التالية:

A : "نحصل على قريصتين حمراوين فقط"

B : "نحصل على ثلاث قريصات من نفس اللون"

C : "نحصل على قريصتين فقط من نفس اللون"

D : "نحصل على ثلاث قريصات ألوانها مختلفة"

E : "نحصل على الأقل قريصة صفراء"

F : "نحصل على الأكثر على قريصتين حمراوين"

التمرين 55

كيس يحتوي على 8 كرات منها 4 كرات حمراء و 3 كرات خضراء و كرة واحدة بيضاء. نسحب عشوائيا و في آن واحد ثلاث كرات من الكيس.

1) أ) – أحسب عدد الحالات الممكنة.

ب) – أحسب إحتمالات الحوادث التالية:

A : "3 كرات من نفس اللون"

B : "كرة على الأقل حمراء"

C : "كريتين على الأكثر حمراء"

2) نسمي X المتغير العشوائي الذي يرفق عدد الألوان المحصل عليها

أ) – ما هي قيم المتغير العشوائي X .

ب) – أحسب الإحتمالات التالية:$P(X=1), P(X=3)$ و إستنتج : $P(X=2)$.

ج) – أحسب الأمل الرياضياتي $\mathbb{E}(X)$, التباين $V(X)$ و الإنحراف المعياري $\sigma(X)$

التمرين 56

يحتوي كيس على أربع كرات بيضاء تحمل الأرقام 2,1,1,0 و أربع كرات حمراء تحمل الأرقام 2,2,1,1 نسحب عشوائيا و في آن واحد ثلاث كرات من الكيس

1) - أحسب إحتمال الحوادث التالية :

A : " ثلاث كرات من نفس اللون "

B : " ثلاث كرات تحمل نفس الرقم "

C : " ثلاث كرات أرقامها مختلفة مثنى مثنى "

2) ليكن المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل سحبة عدد الكرات المسحوبة التي تحمل الرقم 1

أ) – عين قانون الإحتمال للمتغير العشوائي X.

ب) - أحسب الأمل الرياضياتي $\mathbb{E}(X)$, التباين $V(X)$ و الإنحراف المعياري $\sigma(X)$

التمرين 57

يحتوي كيس على 4 كرات صفراء و 8 كرات خضراء لا نفرق بينها عند اللمس ، نسحب بطريقة عشوائيّة كرتان من الكيس على التوالي دون إرجاع .

1/ أرسم شجرة الإحتمالات التي تنمذج الوضعيّة السّابقة

2/ أحسب إحتمال الحوادث التّاليّة :

A : الحصول على كرة صفراء ثمّ كرة خضراء .

B : الحصول على كرة خضراء ثمّ كرة صفراء .

C : الحصول على كرتين من لونين مختلفين .

التمرين 58

يحتوي كيس على عشر كريات بحيث: خمس كريات حمراء تحمل الأرقام $-2,-10;1;2$,و ثلاث كريات خضراء تحمل الأرقام $-1,0,1$ و كريتان سوداوان تحملان الرقمين $-1,0$.

نسحب عشوائيا و في آن واحد كريتين من هذا الكيس و نفترض أن كل الكريات لها نفس احتمال السحب.

1) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحبة ممكنة العدد الحقيقي $|x-y|$ حيث x و y هما الرقمان اللذان تحملاهما الكريتان المسحوبتان من الكيس .

أ) عين القيم الممكنة للمتغير العشوائي X.

ب) اكتب قانون احتمال X ثم احسب أمله الرياضي.

2) نعيد كل الكريات المسحوبة إلى الكيس و نسحب منه كريتين على التوالي و بدون إرجاع الكرية المسحوبة الأولى.

أ) احسب عدد الحالات الممكنة للسحب.

A و B حادثتان معرفتان كما يلي :

A : " الكريتان المسحوبتان لوناهما مختلفان " B : الكريتان المسحوبتان تحمل كل منهما عددا موجبا تماما"".

ب) احسب $P(A)$ و $P(B)$.

التمرين 59

تتكوّن مجموعة أشخاص من ثمانيّة رجال و أربع نساء من بينهم رجل واحد إسمه ابراهيم و امرأة واحدة إسمها فاطمة ، نريد تكوين لجنة من ثلاثة أعضاء لهم نفس المهام

1/ أحسب إحتمال الحوادث التّاليّة :

A : تكوين لجنة تضم ثلاث رجال .

B : تكوين لجنة تضم رجل ؛ امرأتين .

C : تكوين لجنة تضم ابراهيم .

D : تكوين لجنة تضم ابراهيم أو فاطمة .

2/ ليكن المتغيّر العشوائي X الذي يرفق بكلّ اختيار بعدد الرّجال في اللجنة المكوّنة .

أ) عيّن القيم الممكنة لـ X . و عيّن قانون إحتماله .

ب) أحسب الأمل الرّياضي ا التباين للمتغيّر العشوائي X.

التمرين 60

لتحديد سؤالي اختبار شفوي خاص بمسابقة توظيف ؛ يسحب المترشّح عشوائيا على التّوالي دون إرجاع بطاقتين من صندوق يحوي 10 بطاقات : 8 منها خاصة بمادة الرّياضيات و 2 خاصة بمادة اللغة الفرنسيّة .

1/ لتكن الحادثة A : سحب بطاقتين تتعلّق باللغة الفرنسيّة ؛ و الحادثة B : سحب بطاقتين تتعلّق بمادتين مختلفتين (لا يمكن التّمييز بين البطاقات)

◁ بيّن أنّ : $P(A)=\frac{1}{45}$ و $P(B)=\frac{16}{45}$.

2/ ليكن X المتغيّر العشوائي الذي يرفق بكلّ سحبة بعدد البطاقات المتعلّقة بمادة اللغة الفرنسيّة .

أ) عيّن القيم الممكنة لـ X .

ب) عيّن قانون إحتمال المتغيّر العشوائي X.

ج) أحسب الأمل الرّياضي و التّباين للمتغيّر العشوائي X.

التمرين 61

يحتوي كيس على 9 كريات لا نفرّق بينها عند اللمس ؛ ثلاث منها حمراء و أربع خضراء ؛ و كرتان بيضاوان ؛ نسحب عشوائيا كرتين على التّوالي دون إرجاع .

1/ عيّن عدد الحالات الممكنة للسّحب .

2/ نعتبر الحدثين A و B حيث (A : سحب كرة بيضاء في المرّة الأولى ؛ B : سحب كرتين من نفس اللون .)

أ) بيّن أنّ : $P(A)=\frac{2}{9}$.

ب)أحسب إحتمال B ثمّ استنتج $P(\overline{B})$.

3/ علما أنّ الكرة المسحوبة الأولي بيضاء ؛ أحسب إحتمال سحب كرتين من لونين مختلفين .

4/ ليكن المتغيّر العشوائي X الذي يساوي عدد الكرات البيضاء المسحوبة ؛ أنقل جدول قانون إحتمال X ؛ ثمّ إملأه معللا جوابك

x_i	0	1	2
$P(X=x_i)$	.....	....	....

التمرين 62

يحتوي صندوق U_1 على 7 كريات منها أربع حمراء و ثلاث خضراء (لا نفرّق بينها عند اللمس) ؛ و صندوق U_2 يحتوي على 5 كريات منها ثلاث حمراء و إثنان خضروان (لا نفرّق بينها عند اللمس) .

① نعتبر التجربة التّاليّة : نسحب عشوائيا و في آن واحد ثلاث كريات من الكيس U_1 ؛ و نعتبر الحادثة A : الحصول على كريّة حمراء واحدة و كرتين خضراوين و الحادثة B : الحصول على ثلاث كريات من نفس اللون .

◅ بيّن أنّ : $P(A)=\frac{12}{35}$ و $P(B)=\frac{1}{7}$.

② نعتبر التّجربة التّاليّة : نسحب عشوائيا و في آن واحد كرتين من الكيس U_1 ؛ ثمّ نسحب كريّة من الكيس U_2 ؛ و لتكن الحادثة C : الحصول على ثلاث كريات حمراء .

◅ بيّن أنّ : $P(C)=\frac{6}{35}$

التمرين 63

يحتوي صندوق على 10 كريات ؛ 4 منها حمراء و الباقي خضراء (الكريّات لا نفرّق بينها عند اللمس) ؛ نسحب عشوائيا و في آن واحد كرتين من الصندوق .

1) نعتبر الحادثة A : الكريتان المسحوبتان حمراوان .

◅ بيّن أنّ : $P(A)=\frac{2}{15}$.

2) ليكن المتغيّر العشوائي X الذي يرفق بكلّ سحب عدد الكريّات الحمراء المتبقيّة في الصندوق بعد سحب الكرتين

أ) عيّن القيم الممكنة لـ X .

ب) بيّن أنّ : $P(X=3)=\frac{8}{15}$ ؛ ثمّ حدّد قانون إحتمال المتغيّر العشوائي X .

ج) أحسب الأمل الرّياضي لـ X .

التمرين 64

يحتوي صندوق على ثلاث كرات بيضاء تحمل الأرقام 0,1,2 و كرتان سوداوان تحملان الرّقمين 1,2 (لا يمكن التّمييز بين الكرات)؛ نسحب من الصندوق كرتان على التّوالي دون إرجاع .

1/ نعتبر الحادثتين A و B حيث A : الكرتان المسحوبتان تحملان الرّقم 1 ؛ B: سحب كرة بيضاء في المّرة الأولى .

◂ أ) بيّن أنّ : $P(A)=\frac{1}{10}$.

◂ ب) أحسب إحتمال الحادثة B و بيّن أنّ :

$P(A\cap B)=\frac{1}{20}$.

◂ ج) هل الحادثتان A و B مستقلّتان ؟ ؛ علل جوابك .

2/ X المتغيّر العشوائي الذي يرفق بكلّ سحب جداء الرّقمين اللذين تحملهما الكرتين المسحوبتين .

أ) أنقل الجدول أدناه و أكمله ؛ معللا جوابك .

ب) أحسب الأمل الرّياضي $E(X)$ للمتغيّر العشوائي X .

x_i	0	1	2	4
$P(X=x_i)$	.....	....	....	....

التمرين 65

علبة تحتوي على 3 كرات حمراء و n كرة بيضاء حيث n عدد طبيعي غير معدوم و يختلف عن 1 , نسحب من العلبة و بطريقة عشوائية كرتين في آن واحد , و نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل سحبة من هذه السحبات ما يلي :

+2 إذا كانت السحبة تحوي كرتين من لونين مختلفين .

-2 إذا كانت السحبة تحوي كرتين من نفس اللون .

1) عين قانون الإحتمال للمتغير العشوائي X .

عين عدد الكرات البيضاء حتى يكون الأمل الرياضي للمتغير العشوائي X معدوما.

التمرين 66

A و B حادثتان من مجموعة إمكانيات تجربة عشوائيّة ؛ $\overline{A}$ ، $\overline{B}$ الحادثتان العكسيتان لـ A و B ؛ نعتبر شجرة الإحتمال المبيّنة أدناه .

1/ أ) ماذا يمثّل كلّ من x و y .

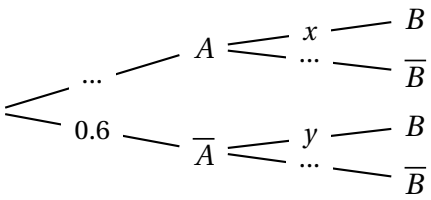
ب) أكمل شجرة الإحتمال .

2/ عبّر عن $P(B)$ بدلالة x و y .

3/ ماهي العلاقة بين x و y حتى تكون A و B مستقلّتان.

4/ عبّر عن $P_B(A)$ بدلالة x و y.

5/ نفرض أنّ $y = 0.8$ ؛ هل توجد قيمة لـ x حتى تكون $P_B(A) = P_A(B)$ ؟.



التمرين 67

صندوق يحتوي على 7 كرات بيضاء و 3 سوداء و كلّ الكرات متماثلة و لا نفرّق بينها عند اللمس ؛ نسحب عشوائيا كرة من الكيس و نسجّل لونها ثمّ نعيدها إلى الكيس و نسحب منه كرة واحدة و نسجّل لونها .

1/ أحسب إحتمال الحوادث التّاليّة :

أ) الحصول على كرتين بيضاوين .

ب) الحصول على كرتين من نفس الّون .

2/ نعرّف لعبة حظ كما يلي : تمنح لكلّ كرة بيضاء العلامة α و لكلّ كرة سوداء العلامة $-\alpha$ $(\alpha \in \mathbb{R})$ ؛ X المتغيّر العشوائي الذي يرفق بكل سحب مجموع النّقاط المحصل عليها .

أ) عيّن قيم X ؛ ثمّ عيّن قانون إحتمال X و عيّن الأمل الرياضي لـ X

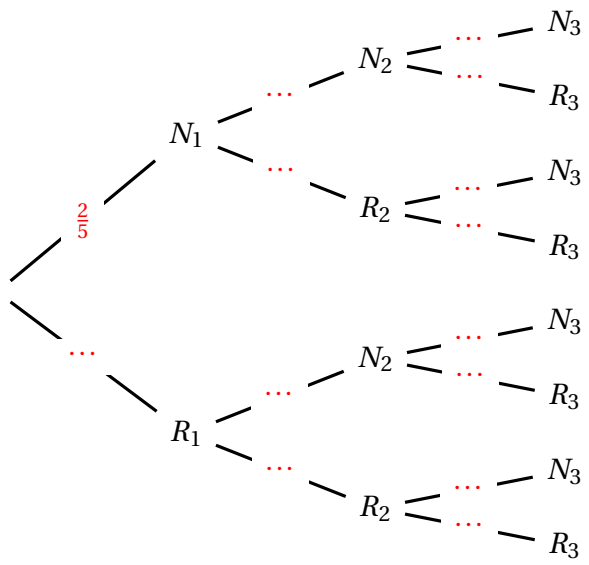
ب) عيّن قيمة α حتى تكون اللعبة مربحة .

3/ نضيف للكيس $n-3$ كريّة و نعيد عمليّة السحب أعلاه ؛ ما هو عدد الكرات السّوداء التي تمّ إضافتها إلى الصندوق ؛ علما أن إحتمال A هو $\frac{1}{4}$.

التمرين 68

تلاث صناديق U_1 و U_2 و U_3 ، الصندوق U_1 يحتوي 2 كرات سوداء و 3 حمراء ؛ الصندوق U_2 يحتوي على كرة سوداء و 4 حمراء ؛ و الصندوق U_3 يحتوي على 3 كرات سوداء و 4 حمراء ؛ نقوم التّجربة التّاليّة : نسحب عشوائيا كرة من U_1 و كرة من U_2 و نضعهما في الصندوق U_3 ؛ ثمّ نسحب كرة من الصندوق U_3 ؛ نرمز بـ N_i للحادثة سحب كرة سوداء من الصندوق U_i حيث i يأخذ القيم 1,2,3 ، نفس الشيء R_i للحادثة سحب كرة سوداء من الصندوق U_i حيث i يأخذ القيم 1,2,3 .(الكرات لا نفرّق بينها عند اللمس).

1/ أعد رسم شجرة الإحتمالات التّاليّة و أكملها .



2/ أ) أحسب إحتمال الحوادث التّاليّة :

$N_1 \cap R_2 \cap N_3$ و $N_1 \cap N_2 \cap N_3$.

ب) استنتج إحتمال $N_1 \cap N_3$.

ج) أحسب بطريقة مماثلة إحتمال $R_1 \cap N_3$.

3/ استنتج من السؤال السّابق إحتمال الحادثة N_3 .

4/ هل الحادثتان N_3 و N_1 مستقلّتان.

5/ نفرض أنّ الكرة المسحوبة من الصندوق U_3 سوداء ؛ ما هو إحتمال أن تكون الكرة المسحوبة من U_1 حمراء .

التمرين 69

وحدة إنتاجيّة يسيّرها 10 عمال ، منهم 4 نساء و 6 رجال ، أرادوا اختيار لجنة تسيير مؤلّفة من 3 أعضاء من بين العمّال العشرة ، ما هو الإحتمال لكي تشمل :

1/ 3 نساء

2/ على الأكثر امرأتين.

3/ على الأقل إمرأتين
4/ على الأقل إمرأة .

التمرين 70

في ورشة 2% من القطع المصنوعة فاسدة ، قرر صاحب الورشة أن يجري عملية مراقبة كما يلي :
◃ إذا كانت القطعة المصنوعة في حالة جيّدة فإنّ إحتمال قبولها هو 0.96.
◃ إذا كانت القطعة المصنوعة فاسدة فإنّ إحتمال رفضها هو 0.98.
نختار قطعة و بقبل أنّ الإختيارات متساويّة الإحتمال ، نرمز بـ C إلى الحادثة : القطعة المصنوعة في حالة جيّدة و مرفوضة ، ماهو إحتمال الحادثة C .

التمرين 71

نعتبر صندوقين U_1 و U_2 بهما كريّات لانفرق بينها عند اللمس ؛ الصندوق U_1 يحتوي n كريّة بيضاء و 3 سوداء n عدد طبيعي أكبر تماما من 1 ، الصندوق U_2 يحتوي كرتين بيضاوين و كريّة سوداء ، نسحب عشوائيا كريّة من الصندوق U_1 و نضعها في الصندوق U_2 ؛ ثمّ نسحب كريّة من الصندوق U_2 .
نعتبر الحادثة B_i : سحب كريّة بيضاء من الصندوق U_i .
1/ نعتبر الحادثة A سحب كريّة من نفس اللون بالنّسبة للصندوقين U_1 و U_2 .
أ) بيّن أنّ إحتمال A هو $P(A)=\frac{3}{4}\left(\frac{n+2}{n+3}\right)$.
ب) عيّن $\lim\limits_{n\to+\infty} P(A)$.
2/ نعتبر الحادثة B : بعد التّجربة ، الصندوق U_1 يحتوي على كريّة بيضاء واحدة
◃ بيّن أنّ $P(B)=\frac{6}{4(n+3)}$.

التمرين 72

اختارت مجلّة عشرة كتب مختلفة مثنى مثنى و مكوّنة من 4 كتب في الرّواية و 4 كتب في العلوم و 2 في التّاريخ ، قرّرت إعداد لائحة تتضمّن ترتيبا لعناوين ثلاث كتب من بين العشرة عن طريق القرعة لسحب ثلاث عناوين واحد تلو الآخر دون إرجاع .
1/ بيّن أنّ عدد اللوائح هو 720 .
2/ أحسب إحتمال الحادثين التّاليتين :
A : الحصول علي لائحة يكون أوّلها عنوان كتاب تاريخ .
B: الحصول على لائحة لا تتضمّن أي عنوان كتب تاريخ .
3/ X المتغيّر العشوائي الدي يربط كل لائحة بعدد عناوين كتب التّاريخ .

أ) عيّن القيم الممكنة لـ X .
ب) عيّن قانون إحتمال X و أحسب أمله الرّياضي .

التمرين 73

يحتوي كيس على 5 كرات حمراء و 3 كرات بيضاء ، كل الكرات متماثلة و لا نفرق بينها باللمس .
نسحب من الكيس 3 كرات عشوائيا و في آن واحد .
1) أحسب إحتمال الحوادث التالية :
A : " الكرات المسحوبة كلها حمراء ".
B : " توجد كرة واحدة بيضاء في السحب ".
C : " توجد كرة واحدة حمراء في السحب ".
2) نفرض أن سحب كرة حمراء يأخذ اللاعب (10−) نقطة و سحب كرة بيضاء يأخذ اللاعب (5+) نقطة .
X هو المتغير العشوائي الذي يرفق كل سحب مجموع النقط المحصل عليها .
أ) عين قيم المتغير العشوائي X .
ب) عين قانون إحتمال المتغير العشوائي X و أحسب أمله الرياضياتي .
ج) هل اللعبة عادلة ، برر إجابتك .

التمرين 74

صندوق U_1 يحتوي على 7 كريّات منها 4 حمراء و 3 خضراء و صندوق آخر U_2 يحتوي 5 كريّات منها 3 حمراء و 2 خضراء (الكريّات لا نفرق بينها عند اللمس) .
1/ نعتبر التّجربة العشوائيّة التّاليّة : نسحب عشوائيا 3 كريّات من الصندوق U_1 و نعتبر الحادثتين A و B حيث ؛ A : الحصول على كريّة حمراء واحدة و إثنان خضراوان ؛ B: الحصول على ثلاث كريّات من نفس اللون .
◃ بيّن أنّ : $P(A)=\frac{12}{35}$ و $P(B)=\frac{1}{7}$.
2/ نعتبر التّجربة التّاليّة : نسحب عشوائيا كريتين من الصندوق U_1 ؛ ثمّ نسحب عشوائيا كريّة من الصندوق U_2 و لتكن الحادثة C : الحصول على ثلاث كريّات حمراء .
◃ بيّن أنّ : $P(C)=\frac{6}{35}$.

التمرين 75

وعاء يحوي 10 كريات متماثلة لا نفرق بينها عند اللمس. منها 4 بيضاء و البقية حمراء. نسحب من الوعاء 3 كرات على التوالي بدون إرجاع.
1) شكّل شجرة الإحتمالات الموافقة لهذه التجربة.
2) أحسب إحتمالات الحوادث التالية: A الحصول على 3 كريات من نفس اللون.
B الحصول على كرة حمراء على الأقل.
C الحصول على كرتين بيضاوتين متتاليتين.

3) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل تجربة عدد الكرات الحمراء المسحوبة.
أ عيّن قانون إحتمال X.
بـ أحسب أمله الرياضي، التباين و الإنحراف المعياري.

التمرين 76

نعلم أن فصائل الدم للإنسان أربعة وهي: O, A, B و AB.
تتوزع مجموعة من عشرة أشخاص حسب فصيلتهم الدموية كمايلي : أربعة أشخاص من فصيلة O و ثلاثة من فصيلة A و شخصان من فصيلة B و شخص واحد من فصيلة AB, نختار عشوائيا شخصين من هذه المجموعة .
1) أحسب إحتمال كل من الأحداث:
C : "الشخصان المختاران لهما نفس الفصيلة الدموية ".
D : "الشخصان المختاران من فصيلتين دمويتين مختلفتين ".
E : "فصيلة أحد الشخصين المختارين هي A فقط ".
2) نرفق الفصيلة O بالعدد 4 الذي يمثل عدد الفصائل التي يمكن أن تتلقى من الفصيلة O وهكذا نرفق الفصيلة A بالعدد 2 و الفصيلة B بالعدد 2 و الفصيلة AB بالعدد 1.
ليكن X المتغير العشوائي الذي يربط كل اختيار لشخصين بمجموع الرقمين المرفقين بفصيلتهما .
أ) حدد قانون الإحتمال للمتغير العشوائي X .
ب) أحسب الأمل الرياضياتي للمتغير العشوائي X.
ج) أحسب إحتمال الحدث $(X=4)$ إذا علمت أن فصيلة أحد الشخصين المختارين هي A فقط.

التمرين 77

صندوق يحوي 7 كرات بيضاء و 3 سوداء، هذه الكرات متماثلة لا نفرق بينها باللمس. نسحب عشوائيا كرة واحدة من الصندوق و نسجل لونها، ثم نعيدها و نسحب كرة أخرى و نسجل لونها.
1) أحسب إحتمال الحوادث التالية.
A الحصول على كرتين من نفس اللون.
B الحصول على كرتين بيضاوتين.
3) نمنح لكل كرة بيضاء مسحوبة العلامة a و لكل كرة سوداء مسحوبة العلامة $-a$ حيث a عدد حقيقي، و ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحبتين مجموع العلامتين المحصل عليهما.
عيّن قانون إحتمال X ثم أحسب أمل الرياضي.
3) نضيف $(n-3)$ كرة سوداء إلى الصندوق و نعيد نفس عملية السحب السابقة.
ما هو عدد الكرات السوداء التي يجب إضافتها حتي يكون إحتمال الحادثة B يساوي $\frac{1}{4}$

التمرين 78

كيس يحوي 3 كرات بيضاء و 4 كرات سوداء لا نفرق بينها عند اللمس.
نجري سلسلة من السحبات: في كل سحبة نأخذ عشوائيا كرة من الكيس، إذا كانت سوداء نتوقف عن السحب و إذا كانت بيضاء لا نعيدها إلى الكيس ونسحب كرة أخرى و هكذا.

1) أحسب إحتمال الحوادث التالية:

A الكرة المسحوبة في المرة الأولى سوداء.

B الكرة المسحوبة في المرة الثانية سوداء.

ب أحسب إحتمال أن لا نجري السحبة الثالثة.

2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يساوي عدد السحبات التي أجريناها.

أعط قانون الإحتمال المتغير العشوائي X و أحسب أمله الرياضي.

التمرين 79

صندوق A يحوي 4 كريات حمراء و 6 كريات سوداء و صندوق B يحوي على كرية حمراء واحدة و 9 كريات سوداء مع أن كل الكريات لا نفرق بينها عند اللمس.

I) نرمي زهرة نرد غير مزيف مرقمة من 1 إلى 6 مرة واحدة. إذا ظهر الرقم 1 نسحب كرية واحدة من الصندوق A و إذا لم يظهر الرقم 1 نسحب كرية من الصندوق B.

1) شكّل شجرة الإحتمالات الموافقة لهذه التجربة.

2) أحسب إحمال الحصول على كرية حمراء.

3) في حالة الحصول على كرية حمراء، بيّن أن إحتمال أن تكون من الصندوق B أكبر أو تساوي من إحتمال أن تكون من الصندوق A.

II) نكرر التجربة السابقة مرتين، ليكن k عدد طبيعي غير معدوم، نتحصل على k نقطة عن كل كرية حمراء مسحوبة و نتحصل على (-2) عن كل كرية سوداء مسحوبة. ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل تجربة قيمة الربح أو الخسارة.

1) عيّن القيم التي ي.أخذها المتغير العشوائي X.

2) عرّف فانون إحتمال X.

3) أحسب الأمل الرياضي. ثم استنتج أصغر قيمة لـ k حتي تكون اللعبة مربحة.

التمرين 80

يحتوي صندوق A على 3 كرات خضراء و كرتين حمراويتين و الصندوق B يحوي 3 كرات حمراء و كرتين خضراويتين.
باعتبار أن جميع الكرات متماثلة و لا نفرق بينها عند اللمس.
نسحب كرة واحدة من الصندوق A و نسحب في آن واحد كرتين من الصندوق B.

1) أحسب إحتمال الحصول على 3 كرات خضراء.

2) أحسب إحتمال الحصول على كرة خضراء على الأقل علما أن الكرة المسحوبة من الصندوق A حمراء.

3) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب عدد الكرات الحمراء المسحوبة.

أ عيّن قانون إحتمال المتغير العشوائي X وأحسب أمله الرياضي.

بـ أحسب التباين و الإنحراف المعياري.

التمرين 81

لدينا زهرتين نرد D_1و D_2 حيث:
D_1 غير مزيف، أربعة أوجه تحمل الرقم 1 و وجهان يحملان الرقم 2.
D_2 أوجهه مرقمة من 1 إلى 6 و أحتمال ظهور الوجه الذي يحمل الرقم n هو $\frac{n}{21}$.
1) نرمي D_1 مرة واحدة، ما هو إحتمال ظهور الرقم 2.
2) نرمي النردين معا، ما هو إحتمال ظهور الرقم 1: أ مرة واحدة فقط ، بـ مرتين.
3) نرمي النردين معا وليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل رمي عدد المرات التي يظهر فيها الرقم 2.
عيّن قانون إحتمال X ثم أحسب أمله الرياضي.

التمرين 82

لدينا صندوقين A و B، الأول يحوي 3 كرات حمراء و كرتين بيضاويتين و الثاني يحوي كرتين بيضاويتين و كرتين حمراويتين. مع العلم أن كل الكرات متماثلة.
نسحب عشوائيا و في آن واحد كرتين من الصندوق A و نسحب كرة واحدة من الصندوق B.
1) أحسب إحتمال الحوادث التالية:
E_1 سحب 3 كرات حمراء.
E_2 سحب ثلاث كرات من نفس اللون.
2) إذا اخترنا بصفة عشوائية أحد الصندوقين و سحبنا منه كرة واحدة فوجدنا لونها أحمر، ما أحتمال أن تكون هذه الكرة مسحوبة من الصندوق A.

التمرين 83

يحوي صندوق كرتين بيضاوتين و كرتين خضراويتين و كرة واحدة سوداء، كل الكرات السابقة لا نفرق بينها باللمس.
يسحب لاعب كرتين على التوالي بدون إرجاع بحيث يربح عند سحب كرة سوداء 2α وعند سحب كرة بيضاء α وعند سحب كرة خضراء (-1). مع α عدد حقيقي غير معدوم.
1) شكّل شجرة الإحتمالات الموافقة لهذه التجربة.
2) أحسب إحتمالات الحوادث التالية:
A_1: الحصول على كرتين من نفس اللون.
A_2: الكرة الأولى خضراء.
A_3: كرة بيضاء واحدة.
3)ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل تجربة جداء الربح المتحصل عليه.
أ عيّن القيم الممكنة لـ X.
بـ عرّف قانون الإحتمال.

جـ أحسب أمله الرياضي ثم عيّن قيم α حتى تكون اللعبة عادلة.

التمرين 84

لدينا صندوقين: الصندوق الأول (01) يحوي 3 كرات سوداء و 4 بيضاء و 3 حمراء. ءما الصندوق الثاني (02) يحوي 3 كرات سوداء و 2 بيضاء، مع العلم أن كل الكرات متماثلة لا نفرق بينها عند اللمس.

نلقي زهرة نرد غير مزيف أوجهه مرقمة من 1 إلى 6. إذا كان الرقم المحصل علين من مضاعفات 3، نسحب كرتين في آن واحد من الصندوق 1 و في حالة الحصول على رقم ليس مضاعفا لـ 3 نسحب كرتين في آن واحد من الصندوق 2.

1) ما إحتمال الحصول على كرة بيضاء واحدة.

2) ما إحتمال سحب كرتين من الصندوق 1 علما أنها بيضاء.

3) ما هو إحتمال صهب كرتين سوداويتين من الصندوق 2.

4) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل كرة بيضاء مسحوبة ربح مبلغ $50DA$ و خسارة مبلغ $100DA$ في حالة سحب كرة غير بيضاء.

أ حدد القيم الممكنة لـ X.

بـ عرّف قانون إحتمال X ثم أحسب أمله اارياضي.

التمرين 85

يحوي صندوق 10 كريات متماثلة لا نفرق بينها باللمس، منها أربع كريات بيضاء مرقمة بـ 1،2، 2، 3 و ثلاث كريات حمراء مرقمة بـ 2، 2، 3 و ثلاث كريات خضراء مرقمة بـ 2، 3،3. نسحب في آن واحد 3 كريات من الصندوق.

نعتبر الحادثتين A: الكريات الثلاث المسحوبة تحمل ألوان العلم الوطني.

B: الكريات الثلاث المسحوبة تحمل نفس الرقم.

1) أ أحسب $P(A)$ و $P(B)$.

بـ بيّن أن $P(A\cap B)=\frac{1}{20}$ ثم استنتج $P_A(B)$ و $P(A\cup B)$.

2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحبة عدد الكريات التي تحمل رقما فرديا.

عرّف قانون الإحتمال للمتغير العشوائي X و أحسب أمله الرياضي.

التمرين 86

نلقي زهرة نرد غير مزيف أوجهه مرقمة من 1 إلى 6 مرتين متتاليتين. ليكن α الرقم الظاهر في المرة الأولى و β الرقم الظاهر في الرمية الثانية.

1)أحسب إحتمال الحوادث التالية:

A_1: α و β يحققان: $\alpha=2\beta+2$.

A_2: α و β يحققان: $|\alpha-\beta|\leq 1$.

A_3: α و β يحققان: $|\alpha-\beta|>5$.

2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل تجربة العدد $|\alpha-\beta|$.
بعد تعيّن القيم الممكنة لـ X، عرّف قانون إحتماله ثم أحسب أمله ارياضي.
3) ليكن T المتغير العشوائي الذي يرفق بكل تجربة عدد حلول المعادلة $x\text{^}2+\alpha x+\beta=0$.
عيّن القيم الممكنة لـ T ثم عرّف قانون إحتمال T.

التمرين 87

يحوي صندوق 10 كريات منها n كرية سوداء و البقية بيضاء.
(n عدد طبيعي غير معدوم).
نسحب عشوائيا و في آن واحد كريتين من الصندوق.
1. ما هو عدد الحالات الممكنة.
2. أحسب إحتمال الحوادث التالية:
A_1: الحصول على كريتين مختلفتين في اللون.
A_2: الحسول على كرة بيضاء على الأقل.
A_3: الحصول على كريتين بيضاوتين.
3. حدد قيم العدد الطبيعي n بحيث $p(A_3)=\frac{7}{15}$.
4. ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحبة عدد الكرات البيضاء المتبقية في الصندوق.
أ حدد القيم الممكنة لـ X.
بـ عرّف قانون إحتمال X ثم أ حسب أمله الرياضي.

التمرين 88

لدينا صندوقين S_1 وS_2 يحوي كل منهما على 5 كرات مرقمة من 1 إلى 5. نسحب كرتين في آن واحد من S_1 و كرة واحدة من S_2.
1. أحسب إحتمال الحوادث التالية:
A: الحصول على رقمين فرديين بالضبط.
B: الحصول على 3 أرقام زوجية.
C: الحصول على 3 أرقام مجموعها عدد فردي.
2. إذا علمت أن إحدى الكرتين المسحوبتين من S_1 تحمل رقما زوجيا، فما احتمال الحصول على 3 أرقام مجموعها عدد زوجي.
3. ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحبة الرقم الأكبر بين α و β حيث:
α هو مجموع الرقمين المسحوبين من S_1.
$\beta=\lambda+1$ حيث λ هو الرقم المسحوب من S_2.
أ حدد القيم الممكنة لـ X.
بـ عرّف قانون إحتمال X.

التمرين 89

n عدد طبيعي أكبر أو يساوي 2 ,كيس يحتوي على n كرية بيضاء و كريتين سوداء ,الكرات كلها متماثلة.
نسحب عشوائيا من هذا الكيس كرتين في آن واحد.
1) حدد عدد الإمكانيات الكلية لهذه التجربة العشوائية.
2) نعتبر الحدثين التاليين :A "سحب كرتين بيضاوين" و B "سحب كرتين مختلفتين في اللون".
أ) بين أن : $P(B)=\frac{4n}{(n+1)(n+2)}$
ب) أحسب $P(A)$.
3) نضع $n=3$.
X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحبة عدد الكريات السوداء المسحوبة.
أ) حدد القيم الممكنة للمتغير العشوائي X.
ب) عين قانون الإحتمال للمتغير العشوائي X.
ج) أحسب الأمل الرياضياتي $\mathbb{E}(X)$,و الإنحراف المعياري $\sigma(X)$.

التمرين 90

نعتبر صندوقين متماثلين U_1 و U_2 بحيث :
U_1 يحتوي على خمس كرات حمراء تحمل الارقام 2,1,1,1,0 وثلاث كرات خضراء تحمل الارقام 1,1,0
U_2 يحتوي على ثلاث كرات حمراء تحمل الارقام 2,1,1 وكرتين خضراوين تحملان الرقمين 1,0 .
(كل الكرات لا نفرق بينها عند اللمس) .
1) نختار عشوائيا احد الصندوقين فإذا كان U_1 نسحب منه كرتين على التوالي بدون ارجاع وإذا كان U_2 نسحب منه كرتين على التوالي بالارجاع .
أ) أحسب احتمال الحوادث الاتية :
A" سحب كرتين من نفس اللون"
B " سحب كرتين تحملان نفس الرقم"
C "سحب كرة حمراء على الاقل "
ب) هل الحادثتان A و B مستقلتان ؟ علل .
ج) اذا علمت ان الكرتين المسحوبتين من لونين مختلفين ، فما احتمال ان تكون من الصندوق U_1 ؟
2) نأخذ الكرات الموجودة في الصندوقين U_1 و U_2 ونضعها جميعها في صندوق واحد U_3 . نسحب عشوائيا من الصندوق U_3 كرتين في آن واحد .
وليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحبة مجموع الارقام التي تحملهما الكرتين المسحوبتين .
أ) عين قيم المتغير العشوائي X.
ب) عرف قانون الاحتمال X.

التمرين 91

كيس يحوي تسع كريات (لا نفرق بينها باللمس) ، ثلاثة بيضاء مرقمة 2,1,1و أربعة حمراء مرقمة 3,2,1,1 واثنان خضراء مرقمة 3,2 .

نسحب عشوائيا على التوالي بدون ارجاع 3 كريات من هذا الكيس .

1) أحسب عدد السحبات الممكنة .

2) أحسب احتمال الحوادث التالية :

الحدث A : " سحب كرية من كل لون ".

الحدث B : " سحب كريات من نفس اللون ".

الحدث C : " سحب كريات تحمل نفس الرقم ".

الحدث D :" سحب كريات تحمل نفس الرقم و مختلفة في اللون ".

3) نسحب من الكيس السابق كريتين في آن واحد ونعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل سحبة مجموع الرقمين اللذان تحملانهما الكريتين المسحوبتين .

أ) عين قيم المتغير العشوائي X

ب) حدد قانون احتمال X

ج) أحسب كل من الأمل الرياضياتي والتباين والانحراف المعياري للمتغير العشوائي X .

التمرين 92

✍ يحتوي كيس على 4 كرات سوداء ، و 6 كرات بيضاء (الكرات لا نفرق بينها عند اللمس).

نسحب عشوائيا من الكيس كرتين في ان واحد .

1) ما هو عدد الحالات الممكنة لهذه التجربة .

2) أحسب إحتمال كل من الحادثتين : A"الحصول على كرتين سوداوتين" B : "الحصول على كرتين من لونين مختلفين".

✍ ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب عدد الكرات السوداء المتبقية في الكيس .

1) ماهي مجموعة القيم الممكنة لـ X .

2) عرف قانون احتمال المتغير X .

3) احسب الأمل الرياضي $\mathbb{E}(X)$ ، والتباين $\mathbb{V}(X)$ ، ثم الانحراف المعياري $\sigma(X)$.

4) أحسب إحتمال الحادثة $P(X^2-9\leq 0)$.

التمرين 93

✍ يحتوي كيس U_1 على 3 كريات تحمل الرقم 1 و 4 كريات تحمل الرقم 2 ، بينما يحتوي كيس U_2 على 5 كريات تحمل الرقم 1 وكريتان تحملان الرقم 2 (الكريات لانفرق بينها باللمس) .

نعتبر صندوق S الذي يحتوي على 4 كريات حمراء و 3 كريات خضراء ، نسحب عشوائيا وفي آن واحد كريتين من الصندوق S اذا تحصلنا على كريتين من نفس اللون نسحب 3 كريات على التوالي دون إرجاع من الكيس U_1 واذا تحصلنا على كريتين من لونين مختلفين نسحب 3 كريات على التوالي دون إرجاع من الكيس U_2 .

1) شكل شجرة الاحتمالات الموافقة لهذه التجربة .

2) أحسب احتمال الأحداث التالية : A : " الحصول على 3 كريات تحمل نفس الرقم " .

B : " الحصول على 3 كريات مجموع أرقامها أكبر أو يساوي 5 " .

3) إذا علمت أن الكريتان المسحوبتان من الصندوق S من نفس اللون ما احتمال أن تكون الكريات الثلاث تحمل نفس الرقم .

4) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل تجربة مجموع الأرقام المسجلة على الكريات المسحوبة

أ) حدد قيم المتغير العشوائي X .

ب) عرف قانون الإحتمال للمتغير العشوائي X .

التمرين 94

✍ يحتوي كيس U_1 على ثمانية كريات ثلاثة منها تحمل الرقم 2 و البقية تحمل الرقم 3 و يحتوي كيس U_2 على عشرة كريات من بينها خمسة حمراء مرقمة بـ: 1 ، 1 ، 3 ، 3 ، 3 و أربعة بيضاء مرقمة بـ: 1 ، 1 ، 2 ، 2 وكرة خضراء واحدة مرقمة بـ: 1 و يحتوي الكيس U_3 على تسعة كريات منها أربعة حمراء مرقمة بـ : 1 ، 2 ، 2 ، 3 و ثلاثة بيضاء مرقمة بـ: 1 ، 2 ، 3 وكريتين خضراويتين مرقمتين بـ: 3 ، 3 .جميع الكريات متماثلة ولا نفرق بينها باللمس .

1) نسحب كرية واحدة من الكيس U_1 إذا كان رقمها 2 فإننا نسحب ثلاث كريات بالتتابع دون إرجاع من الكيس U_2 , أما إذا كان رقمها 3 فنسحب ثلاث كريات بالتتابع بالإرجاع من الكيس U_3

أ) أحسب إحتمال كل حدث من الأحداث التالية : A : الحصول على ثلاث كريات من نفس اللون

B : الحصول على ثلاث كريات تحمل ألوان العلم الوطني ، C : الحصول على ثلاث كريات من لونين فقط .

ب) إذا علمت أن الكريات الثلاث المسحوبة من نفس اللون فما إحتمال أن تكون مسحوبة من الكيس U_3

2) نفرغ جميع كريات الكيس U_3 في الكيس U_2 ثم نسحب من الكيس U_2 ثلاث كريات في أن واحد .

ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب مجموع الأرقام المحصل عليها

أ) عين قيم المتغير العشوائي X ثم أكتب قانونه الإحتمالي .

ب) أحسب الأمل الرياضياتي $\mathbb{E}(X)$ و التباين $\mathbb{V}(X)$ ثم إستنتج الإنحراف المعياري $\sigma(X)$.

التمرين 95

✍**الجزء الأول :** يحتوي صندوق U على 7 كريات حمراء تحمل الأرقام : $6,5,4,3,2,1,0$,و 3 كريات خضراء تحمل الأرقام : $-2,-3,4$ لا نفرق بينها باللمس. نسحب من هذا الصندوق ثلاث كريات في آن واحد

1) أحسب إحتمال الحوادث التالية : A : " الحصول على ثلاث كرات من نفس اللون " .

B : " الحصول على كرتين حمراوين على الأقل " C : " الحصول على كرية خضراء على الأكثر و تحمل رقما سالبا " .

D : " الحصول على ثلاث كرات جداء أرقامها معدوم " E : " الحصول على ثلاث كرات جداء أرقامها عدد سالب " .

✍**الجزء الثاني :** نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل سحب عدد الكرات الحمراء المتبقية في الصندوق.

أ) ما هي القيم الممكنة للمتغير العشوائي X.

ب) أوجد قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X , ثم احسب امله الرياضي .

✍**الجزء الثالث :** نعتبر زهرة نرد بستة وجوه أربعة منها تحمل الرمز α و وجهان يحملان الرمز β و نقوم بالتجربة التالية :

نرمي زهر النرد فإذا ظهر الرمز α نسحب على التوالي بدون إرجاع كرتين من الصندوق U ,و إذا ظهر الرمز β نسحب على التوالي و بإرجاع كرتين من الصندوق U .

أ) مثل شجرة الإحتمالات الموافقة لهذه التجربة مع إرفاق جميع فروعها بإحتمالاتها المناسبة.

ب) أحسب إحتمال الحصول على كرتين من نفس اللون .

ج) أحسب إحتمال ظهور الرمز α علما أن الكرتين المسحوبتين مختلقتين في اللون

التمرين 96

ملاحظة: " اسئلة الأجزاء الثلاثة مستقلة عن بعضها البعض"

يحتوي كيس على 10 كريات متماثلة (لا يمكن التمييز بينها باللمس) منها 5 حمراء و 3 بيضاء . 2 صفراء.

الجزء الأول :

1) نسحب عشوائيا 3 كريات وفي آن واحد.

أ) ما هو عدد الحالت الممكنة لهذا السحب.

ب) احسب احتمال كل من الحادثتين التاليتين:

A : "تظهر الألوان الثلاثة في السحب"

B "من بين الكريات المسحوبة توجد بيضاء واحدة على الأقل"

2) نعتبر المتغير العشوائي X . الذي يرفق بكل سحبة عدد ألوان الكريات المسحوبة.

أ) عين قيم المتغير العشوائي X.

ب) عين قانون احتمال المتغير العشوائي X, ثم احسب أمله الرياضياتي $\sigma(X)$.

ج) أوجد $P(e^x > e)$.

الجزء الثاني :

نفرض أن الكريات المسحوبة في الجزء الأول بيضاء ولم تعاد إلى الكيس.

نسحب الآن من نفس الكيس كريتين على التوالي وبدون إرجاع.

أجب بـ: صح أو خطا مع التبرير:

أ) عدد الحالات الممكنة لهذا السحب هو 42.

ب) إحتمال الحصول على كرتين من نفس اللون هو $\frac{10}{42}$.

ج) إحتمال أن تكون الكرية الثانية حمراء علما أن الأولى صفراء هو $\frac{1}{6}$.

الجزء الثالث :

نفرض أن الكريات المسحوبة في الجزء الثاني مختلفة اللون ولم تعاد الى الكيس.

نسحب الآن من نفس الكيس كريتين على التوالي وبإرجاع الكرية المسحوبة.

أ) بين أن : $P_{R_2}(J_1) = \frac{1}{5}$ حيث R_2 تعني الكرية الثانية حمراء وJ_1 تعني الكرية الأولى صفراء

ب) هل الحدثان R_2 و J_1 مستقلان ؟

التمرين 97

يبدأ لاعب لعبة بحيث يقوم بعدة جولات. احتمال أن يخسر في الجولة الأولى هو 0,2. تجري اللعبة في ما بعد بالطريقة التالية:

إذا ربح في جولة، فإن احتمال أن يخسر الموالية هو 0,05 و إذا خسر في جولة، فإن احتمال أن يخسر الموالية هو 0,1.

نسمي: E_1: الحادثة: " اللاعب يخسر الجولة الأولى "

E_2: الحادثة: " اللاعب يخسر الجولة الثانية "

E_3: الحادثة: " اللاعب يخسر الجولة الثالثة "

نسمي X المتغير العشوائي الذي يساوي عدد المرات التي يخسر اللاعب خلال الجولات الثلاثة الأولى.يمكن الاستعانة بشجرة.

أ) ما هي قيم X ؟

ب) بين أن احتمال الحادثة $(X=2)$ يساوي 0,031 و احتمال $(X=3)$ هو 0,002.

ج) عين قانون احتمال X .

د) أحسب الأمل الرياضي و التباين للمتغير العشوائي X .

2) من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n ، نضع : E_n: الحادثة: " اللاعب يخسر الجولة n " ; $\overline{E}_n$ الحادثة المعاكسة لها و p_n احتمال الحادثة E_n .

أ) عبر بدلالة n عن احتمالات الحوادث $E_n \cap E_{n+1}$ و $E_n \cap \overline{E}_{n+1}$ بدلالة p_n.

ب) استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n، $p_{n+1} = 0,05p_n + 0,05$.

3) نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم nبـ : $u_n = p_n - \frac{1}{19}$.

أ) بين أن (u_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول.

ب) استنتج من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n عبارة الحد العام u_n ثم p_n بدلالة n .

ج) أحسب النهاية لـ p_n لما n يؤول إلى $+\infty$.

التمرين 98

يحتوي كيس على 5 كريات بيضاء و 5 كريات سوداء متماثلة لا نفرق بينها باللمس .

نسحب من الكيس n كرية على التوالي مع الإرجاع حيث n عدد طبيعي $(n \geq 2)$.

نعتبر الحوادث A : " نتحصل على كريات من اللونين " B : " نتحصل على كرية بيضاء على الأكثر "

C : " نتحصل على كريات من نفس اللون " D : " نتحصل على كرية بيضاء واحدة فقط "

1) أ) أحسب إحتمال الحادثتين C و D .

ب) بيّن أنّ : $P(A) = 1 - \frac{1}{2^{n-1}}$ ، $P(A \cap B) = \frac{n}{2^n}$ و $P(B) = \frac{n+1}{2^n}$.

2) بيّن أنّ : $[P(A \cap B) = P(A) \times P(B)]$ يكافئ $[2^{n-1} = n+1]$.

3) نعتبر المتتالية $(u_n)_{n \geq 2}$ المعرفة بـ : من أجل $n \geq 2$ يكون $u_n = 2^{n-1} - (n+1)$.

أ) أحسب كل من : u_2 ، u_3 و u_4 .

ب) بيّن أنّ المتتالية $(u_n)_{n \geq 2}$ متزايدة تماما .

4) إستنتج قيمة العدد الطبيعي n التي من أجلها تكون الحادثتان A و B مستقلتان .

التمرين 99

عادة ما ينسى الأستاذ مفاتيح القسم. من أجل كل عدد طبيعي $n \geq 1$ ، نسمي E_n الحادثة : (الأستاذ ينسى مفاتيحه في القسم في اليوم n)؛ ليكن P_n احتمال E_n . نسمي الاحتمال $P_1 = a$ بأنه ينسى مفاتيحه في اليوم الأول $n = 1$.

نفرض أن الشروط التالية محققة :

◄ إذا نسي مفاتيحه في اليوم n ،فإنّ احتمال أن ينساهم في اليوم الموالي $n+1$ هو : $\frac{1}{10}$.

◄ إذا لم ينس مفاتيحه في اليوم n ، ،فإنّ احتمال أن ينساهم في اليوم الموالي $n+1$ هو : $\frac{4}{10}$.

1/ شكّل شجرة الإحتمال التي تنمذج هذه الوضعية.

2/ احسب الإحتمالين الشرطيين : $P_{E_n}(E_{n+1})$ و $P_{\overline{E_n}}(E_{n+1})$ ثم بدلالة P_n احسب الإحتمالين : $P(E_{n+1} \cap E_n)$ و $P\left(E_{n+1} \cap \overline{E_n}\right)$.

3/ استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم : $P_{n+1} = -\frac{3}{10}P_n + \frac{4}{10}$.

4/ نفرض أنه من أجل كل $n \in \mathbb{N}^*$: $U_n = 13P_n - 4$.

أ) بيّن أن (U_n) متتالية هندسية ، وعيّن الحد الأول لها بدلالة a .

ب) اكتب U_n بدلالة n و a ، ثم استنتج عبارة P_n بدلالة n و a .

ج) أحسب $\lim\limits_{n \to +\infty} P_n$ ؛ كيف تفسّر هذه النّتيجة ؟.

التمرين 100

كيس يحتوي على أربع كرات تحمل الرقم "1" واثنان تحملان الرقم "e" (أساس اللوغاريتم النيبري) وست كرات تحمل الرقم "$\frac{1}{e}$" (الكرات لانفرق بينها باللمس).

نسحب على التوالي وبالإرجاع كرتين ونسجل x العدد الذي تحمله الكرة الأولى و y العدد الذي تحمله الكرة الثانية.

نرفق بهذه التجربة النقطة M ذات اللاحقة z بحيث : $z = lnx + ilny$.

1) شكل شجرة الإحتمال التي تنمذج هذه الوضعية

2) في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{u}; \vec{v})$ أحسب احتمال الحوادث التالية:

A : M تنتمي إلى حامل محور الفواصل

B : M تنتمي إلى حامل محور التراتيب

C : قيس الزاوية $(\vec{u}; \overrightarrow{OM})$ يساوي $-\frac{\pi}{4}$

3)أ) هل الحادثتين A و B مستقلتان؟ برراجابتك؟

ب) علما أن $|z| = 1$ ماهو احتمال أن يكون $arg(z) = \frac{\pi}{2}$

4) X متغير عشوائي يرفق بكل سحبة المسافة OM

أ) عين القيم الممكنة لـ X

ب) عين قانون الإحتمال المتغير العشوائي X.

بالتوفيق و النجاح في بكالوريا 2020 و لا تنسونا من خالص دعائكم