

UNIDAD 16

Logarítmicos

El logaritmo de un número real positivo, en una base positiva y diferente de la unidad, es el exponente al cual hay que elevar al número denominado base para que nos reproduzca el número dado.

$$\boxed{\text{Log}_b N = \alpha \quad \rightarrow \quad N = b^\alpha}$$

Siendo: $N > 0$; $b > 0 \wedge b \neq 1$

Ejemplos:

$$\text{Log}_5 25 = 2 \quad \rightarrow \quad 25 = 5^2$$

$$\text{Log}_3 1 = 0 \quad \rightarrow \quad 1 = 3^0$$

Principales relaciones

$$\text{Se sabe: } \text{Log}_b N = \alpha \quad \dots (1)$$

$$N = b^\alpha \quad \dots (2)$$

$$\text{De (1) en (2): } \boxed{N = b^{\text{Log}_b N}}$$

$$\text{De (2) en (1): } \boxed{\text{Log}_b b^\alpha = \alpha}$$

Ejemplo:

$$\sqrt{2}^{\text{Log} \sqrt{2}^5} = 5$$

$$\text{Log}_m m^4 = 4 \quad (m > 0 \wedge m \neq 1)$$

Propiedades

1. LOGARITMO DE UN PRODUCTO

$$\boxed{\text{Log}_b M + \text{Log}_b N = \text{Log}_b (MN)}$$

2. LOGARITMO DE UNA FRACCIÓN

$$\boxed{\text{Log}_b M - \text{Log}_b N = \text{Log}_b \left(\frac{M}{N} \right)}$$

3. LOGARITMO DE UNA POTENCIA

$$n\log_b N = \log_b N^n$$

4. CAMBIO DE BASE

$$\log_b N = \frac{\log_a N}{\log_a b}$$

5. REGLA DE LA CADENA

$$\log_a b \cdot \log_b c \cdot \log_c m = \log_a m$$

$$\log_a b \cdot \log_b a = 1$$

$$\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$$

6. ADICIONALES

$$\log_b N = \log_{\sqrt[n]{b}} \sqrt[n]{N}$$

$$\log_b N = \log_{b^a} N^a$$

$$a^{\log_b N} = N^{\log_b a}$$

Cologaritmos

$$\text{Colog}_b N = \log_b \left(\frac{1}{N} \right) = -\log_b N$$

Ejemplos:

$$\text{Colog}_5 25 = \log_5 \left(\frac{1}{25} \right) = -2$$

$$\text{Colog}_2 \left(\frac{1}{8} \right) = \log_2 8 = 3$$

Antilogaritmo

$$\text{Antilog}_b N = b^N$$

Ejemplo:

$$\text{Antilog}_3 4 = 3^4 = 81$$

$$\text{Antilog}_2 5 = 2^5 = 32$$

PROPIEDADES

$$\log_b \text{Antilog}_b N = N$$

$$\text{Antilog}_b \log_b N = N$$

PROBLEMAS

01. Efectuar:

$$M = \log_5 125 - \log 100 + \log_2 64$$

- a) 3 b) 4 c) 5
d) 6 e) 7

02. Calcular:

$$R = \log_4 8 - \log_9 27 + \log_{\sqrt{5}} 25$$

- a) 3 b) 4 c) 5
d) 6 e) 7

03. Efectuar:

$$S = 3^{\log_3 7} + 2^{\log_8 27} + 4^{\log_2 3}$$

- a) 13 b) 14 c) 15
d) 16 e) 19

04. Calcular:

$$A = \log_2 \log_3 \sqrt[4]{\sqrt[4]{\sqrt[4]{\sqrt[4]{3}}}}$$

- a) 3 b) 4 c) 8
d) 6 e) 7

05. Calcular:

$$M = \log_{\sqrt[15]{216}} 6 \sqrt[5]{36}$$

- a) 1 b) 4 c) 5
d) 9 e) 7

06. Resolver:

$$9^{\log_3(x+2)} = x^2 + 12$$

- a) 3 b) 4 c) 5
d) 6 e) 2

07. Resolver:

$$5^{2\log_5 x} + 3^{2\log_3 2} = 7^{\log_7 4x}$$

- a) 2 b) 4 c) 5
d) 6 e) 8

08. Calcular:

$$\log_2 6 \cdot \log_3 6 - \log_2 3 - \log_3 2$$

- a) 0 b) 1 c) 2
d) 6 e) 5

09. Resolver:

$$\log x = \frac{1}{2} \log a - 2 \log b$$

- a) $\sqrt{a}$ b) $\frac{\sqrt{a}}{b^2}$ c) $\frac{\sqrt{a}}{2}$
d) 1 e) ab

10. Calcular:

$$E = 1 - \operatorname{colog}_2 \operatorname{antilog}_4 \log_5 625$$

- a) 9 b) 3 c) -9
d) -7 e) 7

11. Calcular:

$$M = -\operatorname{colog}_4 \operatorname{antilog}_2 \log_2 \operatorname{antilog}_2 4$$

- a) 2 b) 4 c) 5
d) 8 e) 7

12. Calcular "x":

$$4 \log \frac{x}{2} + 3 \log \frac{x}{3} = 5 \log x - \log 27$$

- a) 3 b) 4 c) 5
d) 6 e) 0

13. Calcular:

$$\log_3(2x+1) + \log_{1/3}(x+8) = 0$$

- a) 3 b) 4 c) 8
d) 6 e) 7

14. Resolver:

$$x^{1+\log_x(x+2)} = 3$$

- a) -3 b) 1 c) Incompatible
d) 1 y -3 e) Indeterminado.

15. Resolver:

$$10^{\log_x(x^2-3x+5)} = 3^{\log_x 10}$$

- a) 2 b) 1 c) 1 y 2
d) 6 e) Incompatible

16. Resolver:

$$\log_2 \log_3(x-2) = 2$$

- a) 83 b) 94 c) 72
d) 76 e) 81

17. Resolver:

$$\ln(\ln(\ln x)) = 0$$

- a) e^2 b) e^3 c) $2e$
d) e^e e) $3e$

18. Dado el sistema:

$$\begin{cases} 10^x + 10^y = a \\ x - y = \log\left(\frac{a+b}{a-b}\right) \end{cases}$$

Calcular: $10^x - 10^y$

- a) 2a b) a c) 2b
d) b e) a+b

19. Si:

$$a = 1 + \sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2}\dots}}$$

$$b = 3 + \sqrt{6\sqrt{6\sqrt{6}\dots}}$$

Calcular: $M = \log_b a$

- a) 3 b) 4 c) 1/2
d) 6 e) 3/2

20. Calcular:

$$\log x = \log\left(1 + \frac{1}{1}\right) + \log\left(1 + \frac{1}{2}\right) + \log\left(1 + \frac{1}{3}\right) + \dots + \log\left(1 + \frac{1}{2005}\right)$$

- a) 32 b) 4 c) 1
d) 2006 e) 2007

CLAVES				
01e	02b	03e	04c	05e
06e	07a	08c	09b	10a
11a	12b	13e	14c	15a
16a	17d	18d	19c	20d