UNIDAD 4

División de polinomios

División Algebraica

Operación que se realiza entre polinomios que consiste en hallar dos polinomios llamados COCIENTE y RESIDUO, conociendo otros dos polinomios denominados DIVIDENDO y DIVISOR que se encuentra ligados por la relación:

$$\boxed{D(x) = d(x)\, q(x) + r(x)}$$

Donde: D(x) : Dividendo
d(x) : Divisor
q(x) : Cociente
r(x) : Residuo o Resto

Propiedades de la división

Gdo. (D(x)) ≥ Gdo. (d(x))
Gdo. (q(x)) = Gdo. (D(x)) – Gdo.(d(x))
Gdo. (r(x)) < Gdo. (d(x))

Además:

Máximo Gdo. (r(x)) = Gdo. (d(x)) – 1

Principales metodos de división

Metodo de William G. Horner

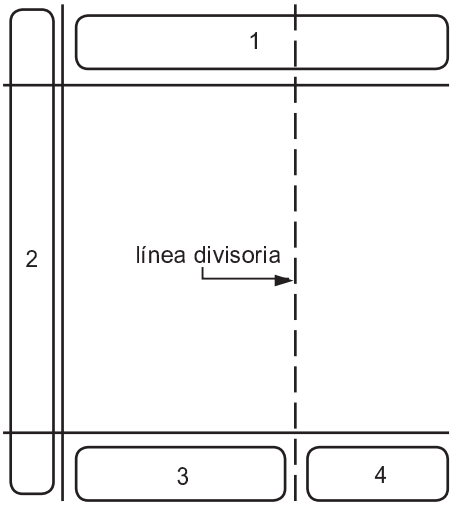
Pasos a seguir:

1. Coeficiente del dividendo ordenado decrecientemente en una variable, completo o completado.
2. Coeficientes del divisor ordenado decrecientemente en una variable, completo o completado, con signo contrario salvo el primero.
3. Coeficientes del cociente que se obtienen de dividir la suma de los elementos de cada columna entre el primer coeficiente del divisor. Cada coeficiente del cociente se multiplica por los demás coeficientes del divisor

para colocar dichos resultados a partir de la siguiente columna en forma horizontal.

4. Coeficientes del residuo que se obtienen de sumar las columnas finales una vez obtenidos todos los coeficientes del cociente.

ESQUEMA GENERAL



OBSERVACIÓN:

La línea divisoria se colocará separando tantos términos de la parte final del dividendo como grado del divisor.

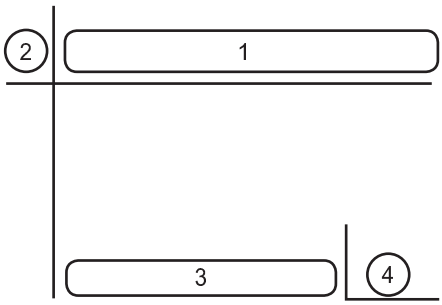
Método de Paolo Ruffini

Se utiliza cuando el divisor es de primer grado.

Pasos a seguir:

1. Coeficientes del dividendo ordenado decrecientemente, completo o completado, con respecto a una variable.
2. Valor que se obtiene para la variable cuando el divisor se iguala a cero.
3. Coeficientes del cociente que se obtienen de sumar cada columna, luego que el coeficiente anterior se ha multiplicado por (2) y colocado en la siguiente columna.
4. Resto de la división que se obtiene de sumar la última columna.

ESQUEMA GENERAL



OBSERVACIÓN:
Si el coeficiente principal del divisor es diferente de la unidad, el cociente obtenido se deberá dividir entre este valor.

Teorema del resto

Se utiliza para obtener el resto de una división. Consiste en igualar a cero al divisor y despejar la mayor potencia de la variable, para que sea reemplazada en el dividendo.

OBSERVACIÓN:
Después de realizar el reemplazo, debe comprobarse que el grado del polinomio obtenido sea menor que el grado del divisor.

PROBLEMAS

1. Dividir:

$$\frac{x^4+4x^3+6x^2-7x+2}{x^2+2x+1}$$

Indicando el resto.

a) 1-10x b) 1+11x c)1-11x
d) 10x-2 e) 4x-1

2. Indicar el término independiente del cociente en la división:

$$\frac{28x^4+2x^3-7x^2+22x-16}{7x^2-3x+5}$$

a) 1 b) 2 c) -3
d) 4 e) -5

3. Dividir: Hallar (p+q) si la división:

$$\frac{x^4+(p-3)x^2+q+3}{x^2+x+1}$$

Es exacta:

a) 1 b) -2 c) 2
d) -1 e) 8

4. Calcular "a+b" si la división es exacta:

$$\frac{6x^4-13x^2+ax-b}{2x^2-4x+5}$$

a) 41 b) 42 c) 43
d) 48 e) 45

5. Determinar "a+b" si la división:

$$\frac{12x^4-12x^3+13x^2+ax-b}{2x^2-3x+5}$$

Deja como resto x+8.

a) 10 b) 20 c) 30
d) 40 e) 50

6. Dividir: Hallar (a + b) si la división:

$$\frac{x^4-4x^3+6x^2-(a+2)x+b+3}{x^2+2x+1}$$

Deja por resto: -27x - 11

a) 3 b) -3 c) 0
d) 4 e) -2

7. Determinar la suma de coeficientes del cociente de la siguiente división:

$$\frac{3x^5-5x^4+7x^3-15x^2+9x-25}{x-2}$$

a) 31 b) 32 c) 33
d) 34 e) 35

8. Hallar el resto en la siguiente división:

$$\frac{5x^4+16x^3-8x+2}{x+3}$$

a) 1 b) -2 c) -1
d) 4 e) 10

9. Calcular la suma de coeficientes del cociente al dividir:

$$\frac{6x^3-8x^2+5x+2}{3x-1}$$

a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

10. Hallar el resto en:

$$\frac{15x^4-8x^3-9x^2+7x+1}{5x-1}$$

a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 6

11. Calcular el resto de la siguiente división:

$$\frac{2x^4+3\sqrt{2}x^3-12x^2+3\sqrt{2}x-2}{x-\sqrt{2}}$$

a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 0

12. Hallar el resto al dividir:

$$\frac{x^6+2\sqrt{2}x^5+2\sqrt{2}x^3+2\sqrt{2}x+7}{x-\sqrt{3}+\sqrt{2}}$$

a) 7 b) 2 c) 3

d) 4 e) 8

13. El residuo de la división:

$$\frac{6x^4-x^3y-6x^2y^2+5xy^3-3y^4}{2x^2+xy-2y^2}$$

Es igual a: (-16)

Cuando "y" es igual a:

a) -3 b) 0 c) 2

d) 5 e) 3

14. Determinar (a+b) para que el polinomio:

$P_{(x)} = x^4 - 3x^3 + ax + b$

Sea divisible por $(x^2 - 2x + 4)$

a) 8 b) -24 c) -16

d) -20 e) 16

15. Calcular "a":

$$\frac{x^3-(2+\sqrt{7})x^2+(2\sqrt{7}-15)x+15\sqrt{7}+a}{x-\sqrt{7}}$$

Si el resto de la división es "2a - 4"

a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

16. Hallar el resto:

$$\frac{x^{2008}(x+2)^{2008}+(x+1)^{16}}{x^2+2x-1}$$

a) 128 b) 256 c) 3
d) 64 e) 257

17. Calcular el resto:

$$\frac{(x+5)(x-1)(x+4)(x-2)+x-14}{x^2+3x-2}$$

a) x+1 b) x+2 c) x+3
d) x+4 e) x+ 5

18. Hallar el resto en:

$$\frac{(x^2-1)(x^2-4)(x^2-9)(x^2-4x)-81}{(x+4)(x-5)+15}$$

a) 21 b) 27 c) 24

d) 29 e) 25

19. Calcular el resto en la división:

$$\frac{(x-5)^{10}+(x-6)^7+6}{x^2-11x+30}$$

a) 2x-1 b) 2x-5 c) 2x-4

d) 4x e) 5

20. Calcular el resto en la división:

$$\frac{2x^{16}+x+2+4x^{15}+2x^{32}+x^{33}}{x^3+3x^2+3x+2}$$

a) $4+x^2$ b) $4-x^2$ c) $5-x^2$
d) $6-x^2$ e) $7-x^2$

CLAVES						
01c	02c	03c	04d	05d	06c	07a
08c	09a	10b	11e	12e	13c	14c
15d	16e	17b	18c	19b	20b	