UNIDAD 5

Cocientes Notables

Concepto

Son aquellos cocientes que se pueden obtener en forma directa sin necesidad de efectuar la operación de división.

Condiciones que deben cumplir:

$$\frac{x^m \pm a^m}{x \pm a}$$ Donde: x ; a bases iguales
$m \in Z^+$; $m \geq 2$

Casos

1. Si: $R = 0 \Rightarrow \frac{x^m \pm a^m}{x \pm a} = q(x) \Rightarrow$ cociente notable

2. Si: $R \neq 0 \Rightarrow \frac{x^m \pm a^m}{x \pm a} = q(x) + \frac{R(x)}{x \pm a} \Rightarrow$ cociente completo

También según la combinación de signos se puede analizar 3 casos, dando en cada caso un C.N.

Deducción de los C.N.

División indicada según su forma	***Cocientes Notables*** $n \in z^+$
$\frac{x^n - a^n}{x - a}$	$= x^{n-1} + x^{n-2}a + x^{n-3}a^2 + \ldots + a^{n-1}$; $\forall$ n
$\frac{x^n + a^n}{x + a}$	$= x^{n-1} - x^{n-2}a + x^{n-3}a^2 - \ldots + a^{n-1}$; $\forall$ n (n: impar)
$\frac{x^n - a^n}{x + a}$	$= x^{n-1} - x^{n-2}a + x^{n-3}a^2 - \ldots - a^{n-1}$; $\forall$ n (n: par)

CONDICIÓN NECESARIA Y SUFICIENTE PARA OBTENER UN C.N.

De: $\dfrac{x^m \pm a^n}{x^p \pm a^q}$ se debe cumplir: $\dfrac{m}{p} = \dfrac{n}{q} = r \quad ; r \in Z^+$

Además: $r \rightarrow$ indica el número de términos de q(x).

Fórmula del término general de un C.N.

Es una fórmula que nos permite encontrar un término cualqiera en el desarrollo de los C.N., sin necesidad de conocer los demás.

De la división:

$$\frac{x^n \pm a^n}{x \pm a}$$

un término de lugar k, (término cualquiera de q(x)); viene dado por la fórmula:

$$\xrightarrow{t_k} = \underbrace{\qquad}_{\text{signo}} x^{n-k}a^{k-1}$$

Donde:

$x \rightarrow$ 1er. término del divisor.

$a \rightarrow$ 2do. término del divisor

$n \rightarrow$ número de términos de q(x)

Reglas para determinar el signo

a) Si d(x) = x – a $\rightarrow$ todos los términos del C.N. son (+)

b) Si d(x) = x + a $\rightarrow$ se tiene:

i) Términos del lugar impar son (+)

ii) Términos del lugar par son (–)

Además:

$$\xleftarrow{t_k} = \underbrace{\qquad}_{\text{signo}} x^{k-1}a^{n-k}$$

$t_k \rightarrow$ término de lugar k contado del término final.

PROBLEMAS

1. Determinar el valor de "m" en el cociente notable exacto:

$$\frac{x^{5m-1} - y^{12m-5}}{x^{m-5} - y^{m-1}}$$

A) 10 B) 6 C) 7
D) 8 E) 12

2. ¿Qué lugar ocupa en el desarrollo del cociente notable:

$$\frac{x^{160} - y^{280}}{x^{4} - y^{7}}$$

el término en grado absoluto 252?

A) 30 B) 31 C) 32
D) 33 E) 34

3. Si:

$$\frac{x^{3n+9} + y^{6n+11}}{x^{n-1} + y^{2n-3}}$$

Es un cociente notable. Hallar el valor de "n"

A) 2 B) 3 C) 4
D) 5 E) 6

4. Si la expresión: $\frac{x^{m+3} - y^{2m+6}}{x^{m-3} - y^{m-1}}$

Es un cociente notable. Hallar el número de términos.

A) 5 B) 3 C) 6

D) 4 E) 7

5. Sabiendo que: $n^2 - 31n + 234 = 0$; hallar el número de términos de la siguiente división exacta:

$$\frac{x^{n-1}y - y^{n}}{xy + y^{2}}$$

A) 17 B) 12 C) 1
D) 14 E) 15

6. Hallar el valor numérico del término de lugar 29 del cociente notable

$$\frac{(x+3)^{36} - x^{36}}{2x + 3}$$

Para x= - 1

A) 128 B) 129 C) 4
D) 5 E) 6

7. El número de términos de:

$$\frac{x^{a} - y^{b}}{x^{3} - y^{5}}$$

es ocho; ¿Cuál es el quinto término?

A) $x^{20}y^{9}$ B) $x^{8}y^{18}$ C) $x^{9}y^{20}$
D) $x^{18}y^{8}$ E) $x^{12}y^{20}$

8. El cociente de $\frac{x^m - y^n}{x^a + y^b}$ tiene 12 términos.

Si el cuarto término contiene un x de grado 16 y a + b = 5, hallar "n"

A) 24 B) 36 C) 18
D) 42 E) 48

9. Calcular (n-m), si el décimo séptimo término de: $\frac{x^m - y^n}{x^5 - y^7}$ es $x^{115}y^{112}$

A) 42 B) 45 C) 46
D) 49 E) 50

10. Hallar el coeficiente del tercer término del desarrollo de:

$$\frac{x^{12} - 16}{2x^{3} + 4}$$

A) 2 B) 4 C) -2
D) 8 E) 4

11. Hallar el valor de (m + n), si el t_{60} del desarrollo de:

$$\frac{x^{148m} - y^{296n}}{x^{2m} - y^{4n}}$$

es $x^{140}\, y^{1416}$, si el cociente es notable

A) 7 B) 8 C) 9

D) 10 E) 11

12. Reducir aplicando cocientes notables, indicando el número de términos del cociente

$$\frac{x^{70} + x^{68} + x^{66} + \ldots\ldots + x^2 + 1}{x^{32} + x^{28} + x^{24} + \ldots\ldots + x^4 + 1}$$

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

13. En el cociente notable:

$$\frac{x^{3m} - x^{-m}}{x^3 - x^{-1}}$$

El cuarto término de su desarrollo es independiente de x. Halle el valor de "m"

A) 2 B) 3 C) 4
D) 5 E) 6

14. Hallar el valor numérico del cuarto término en el desarrollo del cociente notable, para x = 1

$$\frac{(2x+1)^6 - (x+1)^6}{x}$$

A) 16 B) 256 C) 128
D) 64 E) 72

15. Hallar el término idéntico en el desarrollo de los cocientes notables:

$$\frac{x^{75} - y^{100}}{x^3 - y^4} \text{ y } \frac{x^{102} - y^{68}}{x^3 - y^2}$$

A) $x^{45}y^{36}$ B) xy C) xy^4

D) $x^{36}y^{45}$ E) xy^2

16. Indicar cuántos términos tiene el siguiente desarrollo de:

$$\frac{x^{np} - y^p}{x^n - y}$$

Si los grados absolutos de todos los términos van disminuyendo de 3 en 3, y si además el t_{40} de su desarrollo tiene G.A.= 87

A) 53 B) 54 C) 55
D) 56 E) 57

17. Calcular: E = *a* + *b* + *c*; si el término central del desarrollo $\frac{x^a + y^b}{x^2 - y^5}$ es $x^c y^{120}$

A) 390 B) 391 C) 392
D) 393 E) 394

18. Hallar el número de términos del siguiente cociente notable

$$\ldots\ldots + x^{195}y^{140} - x^{190}y^{147} + \ldots\ldots$$

A) 7 B) 21 C) 30
D) 42 E) 60

CLAVES

1. D	2. D	3. C	4. D	5. B
6. A	7. C	8. B	9. C	10. A
11. E	12. D	13. D	14. E	15. A
16. D	17. B	18. E		