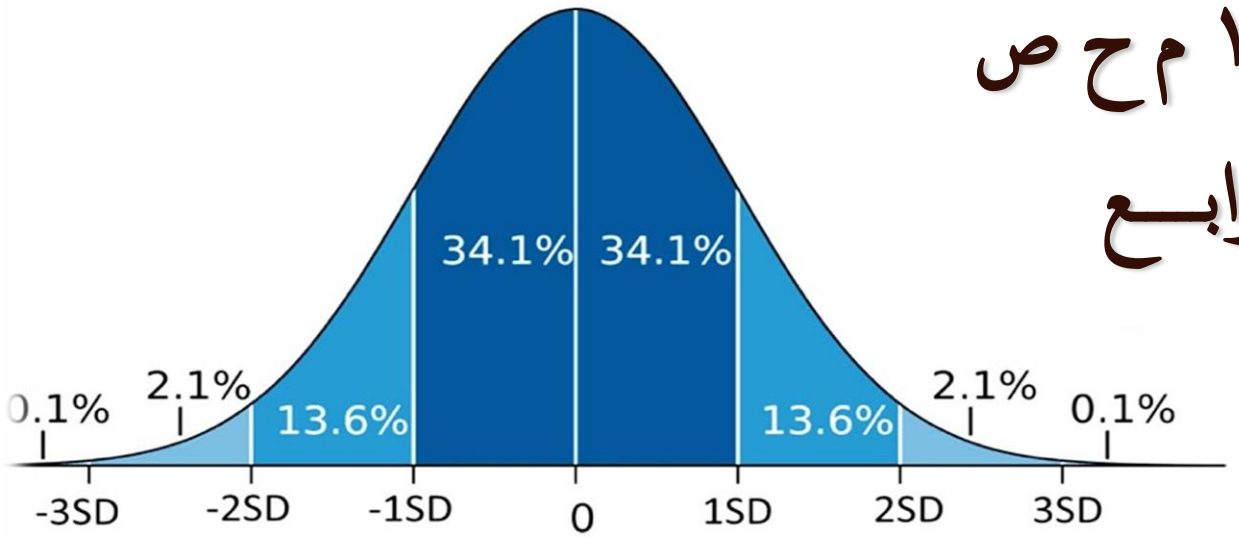
Agronomy
Dept.

الإحصاء ١٠٣ م ح ص

اللقاء الرابـــع



تقدير معالم المجتمع

Estimation of population parameters

د ابراهيم يعقوب

اولا : حساب فترة الثقة حول متوسط المجتمع بافتراض σ معلوم

$$\left(\bar{x} - Z_{(\alpha/2)} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{x} + Z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right) = 1 - \alpha$$

ثانيا : حساب فترة الثقة حول متوسط المجتمع بافتراض σ غير معلوم

$$\left[\bar{x} - t_{\alpha/2} \frac{S}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{x} + t_{\alpha/2} \cdot \frac{S}{\sqrt{n}} \right] = 1 - \alpha$$

١- إذا كانت صفة عدد الأزهار المتفتحة فى نبات القطن متوزع طبيعياً وكان متوسط عينة من عدد n نبات يتوزع بمتوسط 32 وتباين المجتمع معروف أنه يساوى 361 أحسب فترة الثقة على متوسط هذا المجتمع بافتراض أن حجم العينة كانت 50

علماً بان $(1-\alpha = 0.95)$

$$P\left[\bar{x} - Z_{\frac{\alpha}{2}}\left(\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) < \mu < \bar{x} + Z_{\frac{\alpha}{2}}\left(\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)\right] = 1-\alpha$$

$$P\left[32 - 1.96\left(\frac{19}{\sqrt{50}}\right) < \mu < 32 + 1.96\left(\frac{19}{\sqrt{50}}\right)\right] = 0.95$$

$$P[26.73 < \mu < 37.26] = 95\%$$

٢- استخدام عينة حجمها $n = 16$ ووسطها $\bar{x} = 80$ وتباينها $s^2 = 2.1$

ضع حدود ثقة على المتوسط المجتمع μ علماً بأن $t_{0.025} = 2.1$.

$$\left[\bar{x} - t_{\alpha/2} \frac{S}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{x} + t_{\alpha/2} \cdot \frac{S}{\sqrt{n}}\right] = 1 - \alpha$$

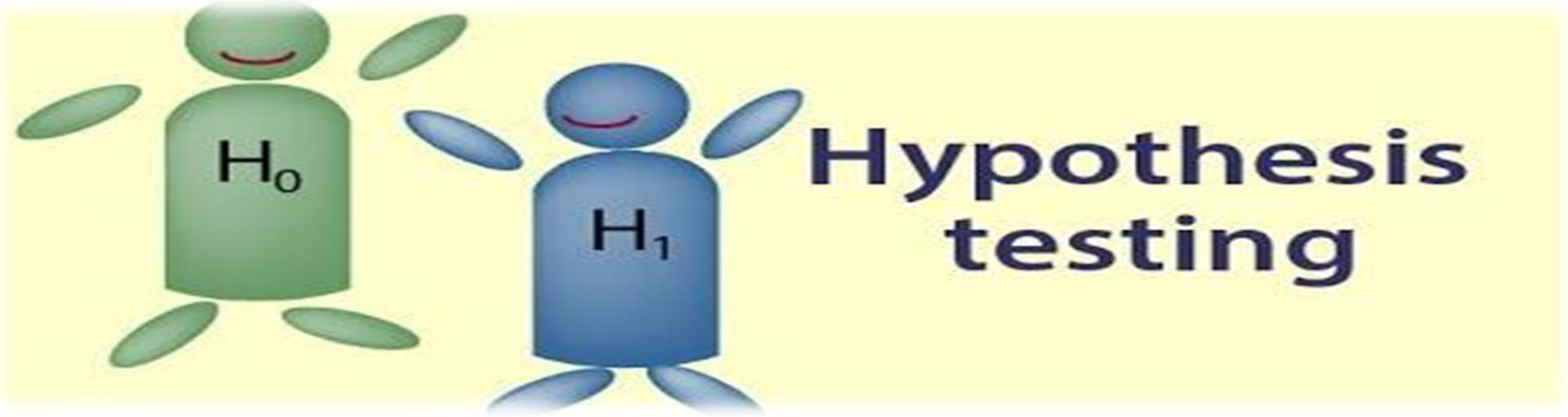
$$= (80 - 2.1\sqrt{\frac{2.1}{16}} < \mu < 80 + 2.1\sqrt{\frac{2.1}{16}}) = 0.95$$

$$= \quad (79.23 \quad < \quad \mu \quad < \quad 80.76) = 0.95$$

٣ - باستخدام عينة متوسطها $\overline{X} = 80$, $\sum X^2 = 102412$

ضع حدود ثقة على متوسط المجتمع علماً بأن $t_{(0.025\ ,\ 15)} = 2.1$



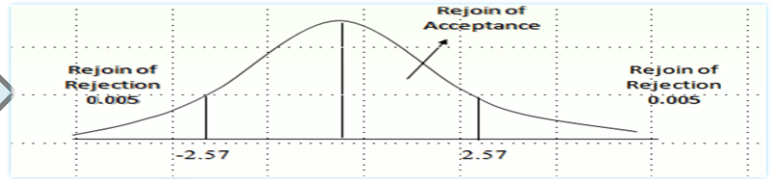


أختبارات الفروض الاحصائية

د ابراهيم يعقوب

يجب الأخذ في الاعتبار الخطوات التالية لأي اختبار فرض احصائي

- H_o ← $\mu_1 = \mu_2$
- H_1 ← $\mu_1 \neq \mu_2$ ← $\mu_1 > \mu_2$ OR $\mu_1 < \mu_2$
- α ← $\alpha = 0.05 , 0.01$
- تحديد الفترات الحرجة للتوزيعات ←



- مقارنة القيمة المحسوبة بالجدولية وأتخاذ القرار المناسب ←

فرصة الوقوع في خطأ I

فرصة الوقوع في خطأ II

النظرية

القرار		صحيحة	خطأ
	رفض	I	√
	قبول	√	II

د ابراهيم يعقوب

أختبارات الفروض الاحصائية

F

مقارنة متوسط أكثر
من عينتين

ANOVA

S.V.	d.f	SS	MS	F
Treat.	t - 1	$SS_t = \frac{\sum x_i^2}{r} - CF$	MSt	MSt / MSe
Error	t(r-1)	SS_e = by subtreaction	MSe	
Total	tr-1	$SS_{total} = \sum\sum x_{ij} - CF$		

t

مقارنة متوسط عينة
مع
متوسط عينة اخرى

$$t = \frac{\bar{x} - \mu}{S / \sqrt{n}}$$

Two Sample Test:-

- أزواج t
- مجموعات t

Z

مقارنة متوسط عينة
مع
متوسط مجتمع

$$Z = \frac{|\bar{x} - \mu|}{\sigma / \sqrt{n}}$$

د ابراهيم يعقوب

- أخذت عينة عشوائية مكونة من 16 بيضة من سلة مليئة بالبيض فإذا كان وزن البيض يتبع التوزيع المعتدل بمتوسط 50 gm وانحراف معياري 10gm اختبر معنوية الفرق بين متوسط العينة ومتوسط المجتمع ($\alpha = 0.05$) علماً بأن مفردات العينة هى

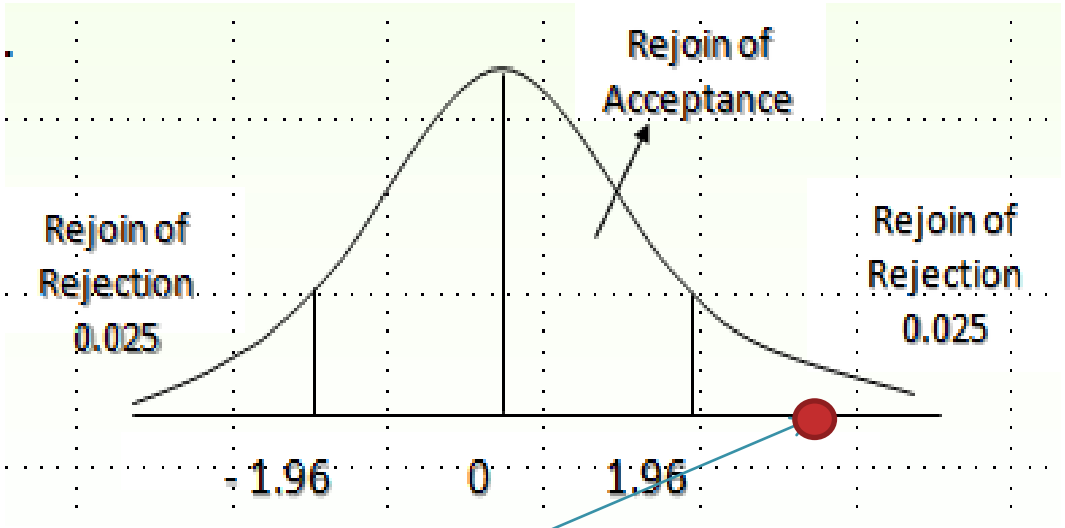
49 , 56 , 37 , 56 , 41 43 , 36 , 45 , 45 , 56 , 42 , 49 , 60 , 3 , 6 , 62

بفرض أن متغير وزن البيض هو x

$$\therefore \quad x \quad \text{has} \quad N \ (50 \ , \ 100 \ )$$

$$\bar{x} = \frac{\Sigma x}{n} = \frac{695}{16} \quad 43.44$$

$$Z = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} = \frac{(43.44 - 50)}{\frac{10}{\sqrt{16}}} = 2.62$$



∴ قيمة z المحسوبة (2.62) أكبر من قيمة Z الجدولية عند (0.05) (1.96) ترفض النظرية الفرضية وتقبل النظرية البديلة وهناك فرق معنوي بين متوسط المجتمع ومتوسط العينة .

سحبت عينة عشوائية حجمها n=64 ومتوسطها 28 من مجتمع طبيعي له انحراف معياري يساوي 16 . اختبر ان μ=32 اذا علمت ان مستوي المعنوية يساوي 5%.

الحل

$$Z = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}} = \frac{28 - 32}{16 / \sqrt{84}} = -2$$

سحبت عينة عشوائية حجمها n=100 ومتوسطها 12 وانحرافها المعياري 10 من مجتمع طبيعي. اختبر ان μ=20 اذا علمت ان مستوي المعنوية يساوي 1%.

الحل

$$t = \frac{\bar{x} - \mu}{s / \sqrt{n}} = \frac{12 - 20}{10 / \sqrt{100}} = 8$$

- عند سحب عينة عشوائية من احد المجتمعات كان حجم العينة $n = 36$ ، متوسط العينة 220 والانحراف المعيارى للعينة $S = 24$ ومستوى المعنوية $(\alpha) = 0.05$ والمطلوب اختبار الفروض التالية $H0: \mu = 200$ علما بأن $t_{0.05} = 2.04$

$$t = \frac{\bar{x} - \mu}{s / \sqrt{n}} = \frac{220 - 200}{24 / \sqrt{36}} = 5$$

$$t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{S_{\bar{d}}} \Rightarrow = t = \frac{\bar{D}}{S_{\bar{D}}}$$

Two Sample Test

t مجموعات

t – Group

$n_1 = n_2$, $n_1 \neq n_2$

$$S_{\bar{d}} = \sqrt{\frac{S^2 P}{n_1} + \frac{S^2 P}{n_2}}$$

$$S^2 P = \frac{SS_A + SS_B}{n_1 + n_2 - 2}$$

$$SS_A = \Sigma x_A^2 - (\Sigma x_A)^2 / n_A$$

$$SS_B = \Sigma x_B^2 - (\Sigma x B)^2 / n_B$$

t أزواج

t – pairs

n1 =n2

$$S_D^2 = \frac{\Sigma(D - \bar{D})^2}{n-1} = \frac{\Sigma D^2 - \frac{(\Sigma D)^2}{n}}{n-1}$$

$$s_{\bar{D}} = \sqrt{\frac{SD^2}{n}}$$

د ابراهيم يعقوب

١- سحبت عينة عشوائية عددها 9 من مزرعة الأرانب بالكلية ، ثم قسمت العينة إلى مجموعتين تضم الأولى 4 والثانية 5 أرانب وعملت المجموعة الأولى بمعاملة بيطرية A والثانية بالمعاملة B ثم قدرت أوزان الأرانب بالكجم فكانت كما يلى :-

معاملة A	2	3	4	3	—
معاملة B	3	4	6	6	6

والمطلوب : اختبار النظرية الفرضية بإنه لا يوجد فروق معنوية من استخدام B أو A علماً بان t الجدولية على مستوى 2.37 = 0.05 .

د ابراهيم يعقوب

A	B	A^2	B^2
2	**3**	4	9
3	**4**	9	16
4	**6**	16	36
3	**6**	9	36
-	**6**	-	36
∑=12	**∑=25**	**∑=38**	**∑=133**

1

$$\bar{x}_A = \frac{\Sigma A}{n_A} = \frac{12}{4} = 3 \quad , \quad \bar{x}_B = \frac{\Sigma B}{n_B} = \frac{25}{5} = 5$$

2

$$SS_A = \Sigma x_A^2 - (\Sigma x_A)^2 / n_A = 38 - \frac{(12)^2}{4} = 2$$

$$SS_B = \Sigma x_B^2 - (\Sigma x B)^2 / n_B = 133 - \frac{(25)^2}{5} = 8$$

3

$$S^2 P = \frac{SS_A + SS_B}{n_1 + n_2 - 2} = \frac{2 + 8}{(4 + 5) - 2} = 1.43$$

4

$$S_{\bar{d}} = \sqrt{\frac{S^2 P}{n_1} + \frac{S^2 P}{n_2}} = \sqrt{\frac{1.43}{4} + \frac{1.43}{5}} = 0.802$$

5

$$t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{S_{\bar{d}}} \qquad \frac{(3 - 5)}{0.802} = 2.49$$

6

t المحسوبة (2.99) > من قيمة t الجدولية (2.37) ترفض النظرية الفرضية وتقبل النظرية البديلة وهو أن هناك فروق معنوية بين المعاملتين A , B

د ابراهيم يعقوب

الجدول التالي يوضح انتاجية ١٠ اشجار موالح لثمار البرتقال تحت ظروف اجهادات ارض ملحية x_1 واخري x_2 ارض كنترول (بدون اجهاد ملحي) و المطلوب معرفه هل هناك تأثير معنوي بين نوعين التربة علما بان $t_{(0.05\ ,\ 9)} = 2.26$

Subject	Stress X_1	Non stress X_2	D	D^2
1	7	5	2	4
2	9	15	-6	36
3	4	7	-3	9
4	15	11	4	16
5	6	4	2	4
6	3	7	-4	16
7	9	8	1	1
8	5	10	-5	25
9	6	6	0	0
10	12	16	-4	16
Sum	76	89	-13	127
Mean	7.60	8.90	-1.30	

$$S^2D = \frac{\Sigma D^2 - \frac{(\Sigma D)^2}{n}}{n-1}$$

$$S_D^2 = \frac{127 - \frac{169}{10}}{9} = \frac{1101}{9} = 122.33$$

$$S_{\overline{D}} = \sqrt{\frac{S_p^2}{n}}$$

$$\therefore \quad S_{\overline{D}} = \sqrt{\frac{122.33}{10}} = 1.106$$

$$\therefore \quad t = \frac{\overline{D}}{S_{\overline{D}}} = \frac{-1.3}{1.106} = -1.18$$

د ابراهيم يعقوب

إذا كانت $n_2 = 7$, $n_1 = 7$, $SS_2 = 30$, $SS_1 = 90$

$t_{0.05} = 2.16$ $\bar{x}_2 = 9$ $\bar{x}_1 = 6$

المطلوب : اختبار النظرية الفرضية $H_0 : \mu_1 = \mu_2$

$$S^2 P = \frac{SS_1 + SS_2}{n_1 + n_2 - 2} = \frac{90 + 30}{12} = 10$$

$$S_{\bar{d}} = \sqrt{\frac{2\ S^2 P}{n}} = \sqrt{\frac{2\ (10)}{7}} = 1.69$$

$$t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{S_{\bar{d}}} = \frac{(6 - 9)}{1.69} = 1.77$$

∴ قيمة t المحسوبة 1.77 أقل من قيمة t الجدولية (2.16)

د ابراهيم يعقوب

- فى تجربة لمقارنة تاثير نوعين من العلائق على اربعة ازواج من العجول تم الحصول على التقديرات التالية :

$$\sum_{i=1}^{4} D_i = 8, \quad \sum_{i=1}^{4} D_i^2 = 100$$

اختبر النظرية الفرضية $H_o : \mu_1 = \mu_2$

ضد الفرض البديل $H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$ مع ذكر استنتاجاتك علما بان: $t_{0.05}=5.16$

$$\overline{D} = \frac{\sum D}{n} = \frac{8}{4} = 2$$

$$SS_D = \sum D^2 - \frac{(\sum D)^2}{n} = 100 - \frac{64}{4} = 84$$

$$t = \frac{\overline{D}}{\sqrt{\frac{SS_D}{n(n-1)}}} = \frac{2}{\sqrt{\frac{84}{12}}} = 0.76$$